

FRACCIONES GENERATRICES

Expresión decimal: Es una expresión numérica formada por unidades naturales (que se llaman parte entera de la expresión decimal) y de unidades decimales separadas de la parte entera por una coma. La parte entera figura a la izquierda de la coma y la parte decimal a la derecha de la misma
Ejemplo:

En la expresión decimal 38,325 la parte entera es 38 y la parte decimal es 325.

Clasificación de las expresiones decimales:

Las expresiones decimales pueden ser:

$$\text{Decimal} \left\{ \begin{array}{l} \text{Finita} : 0,72 \\ \text{Infinita} \left\{ \begin{array}{l} \text{Periódica} \left\{ \begin{array}{l} \text{Pura} : 12,737373\dots = 12,\overline{73} \\ \text{Mixta} : 8,2345345345\dots = 8,\overline{2345} \end{array} \right. \\ \text{Noperiodica} : 2,37337333733337\dots \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Finitas (que también se llaman limitadas o exactas), por ejemplo 3,24, que son aquellas que tienen un número finito de cifras, distintas de cero, después de la coma.

Infinitas (que también se llaman ilimitadas o inexactas), por ejemplo $2,676767\dots$ que suele escribirse abreviadamente como $2,\overline{67}$, que son aquellas que tienen un número infinito de cifras, distintas de cero, después de la coma.

Las expresiones decimales infinitas pueden ser:

Periódica que es una expresión decimal infinita en la que hay una o varias cifras decimales que se repiten indefinidamente y en el mismo orden a partir de cierto lugar después de la coma. A la cifra o grupo de cifras que se repiten se llama el período (parte periódica) y a las cifras decimales que no se repiten se les llaman el ante período (parte no periódica). El período se suele expresarse por medio de un arco que abarca a todas las cifras que lo forman.

No periódica que es una expresión decimal de infinitas cifras no periódicas, es decir, no contiene una cifra o un grupo de cifras que se repitan indefinidamente y en el mismo orden. Estas expresiones no provienen de un número racional, son números irracionales.

Ejemplo;

Expresar con notación abreviada las siguientes expresiones decimales y decir cual es la parte entera, el período y la parte no periódica:

- $0,3333\dots$ se escribe de forma abreviada $0,\overline{3}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 3 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $0,121212\dots$ se escribe de forma abreviada $0,\overline{12}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 12 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $0,08333\dots$ se escribe de forma abreviada $0,08\overline{3}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 3 y la parte no periódica es 08.
- $0,23535\dots$ se escribe de forma abreviada $0,2\overline{35}$ la parte entera es 0 (no tiene parte entera), el período es 35 y la parte no periódica es 2.
- $12,4545\dots$ se escribe de forma abreviada $12,\overline{45}$ la parte entera es 12, el período es 45 y no tiene parte no periódica porque es un decimal periódico puro.
- $7,51919\dots$ se escribe de forma abreviada $7,\overline{519}$ la parte entera es 7, el período es 19 y la parte no periódica es 5.
- $132,12546546546\dots$ se escribe de forma abreviada $132,\overline{12546}$ la parte entera es 132, el período es 546 y la parte no periódica es 12.

Expresión decimal de un número racional:

Para calcular la expresión decimal de un número racional se divide el numerador entre el denominador, por ejemplo:

$$\frac{21}{350} = 0,06 \text{ que es un número decimal exacto.}$$

$$\frac{8}{9} = 0,8888..... = 0,\bar{8} \text{ que es un número decimal periódico puro.}$$

$$\frac{26}{12} = 2,16666..... = 2,1\bar{6} \text{ que es un número decimal periódico mixto.}$$

Como conocer el tipo de expresión decimal que representa una fracción sin hacer la división:

1º) Se convierte la fracción en irreducible.

2º) Se hace la factorización del denominador y se tiene que:

- a) Si los factores primos del denominador son el 2, el 5 o ambos entonces el número decimal es exacto.
- b) Si los factores primos del denominador son distintos de 2 y de 5 entonces el número decimal es periódico puro.
- c) Si los factores primos del denominador son el 2 o el cinco o ambos acompañados de otros factores entonces el número decimal es periódico mixto.

Ejemplo:

Sin hacer la división decir que tipo de expresión decimal tienen las siguientes fracciones:

a) $\frac{313}{500}$

Primero la convertiríamos en irreducible, como ya lo es factorizamos el denominador, cuya factorización es $500 = 2^2 \cdot 5^3$; por lo tanto su expresión decimal es exacta ya que solo tiene como factores primos el 2 y el 5.

b) $\frac{5}{21}$

Primero la convertiríamos en irreducible, como ya lo es factorizamos el denominador, cuya factorización es $21 = 3 \cdot 7$; por lo tanto su expresión decimal es periódico pura ya que los factores primos son distintos de 2 y de 5.

c) $\frac{122}{150}$

Primero la convertimos en irreducible y obtenemos la fracción $\frac{61}{75}$.

Segundo factorizamos el denominador, cuya factorización es $75 = 3 \cdot 5^2$, por lo tanto la expresión decimal es periódico mixto ya que los factores primos son el 5 y el 3.

Fracción generatriz de una expresión decimal: Es la fracción irreducible de que procede toda expresión decimal.

Para calcular la fracción generatriz se pueden dar los siguientes casos:

1º) Fracción generatriz de una expresión decimal exacta:

Es una fracción que tiene como numerador el decimal sin la coma y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene la expresión:

Ejemplo:

$$1,25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4}$$

2º) Fracción generatriz de una expresión decimal periódico pura:

Es una fracción que tiene por numerador el decimal sin la coma menos la parte entera y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período.

Ejemplos:

$$\text{a) } 0,\bar{43} = \frac{43-0}{99} = \frac{43}{99} \quad \text{b) } 1,\bar{3} = \frac{13-1}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3} \quad \text{c) } 1,\bar{23} = \frac{123-1}{99} = \frac{122}{99}$$

3º) Fracción generatriz de una expresión decimal periódico mixta:

Es una fracción que tiene por numerador el decimal sin la coma menos la parte entera seguida de la parte no periódica y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período y tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.

Ejemplos:

$$\text{a) } 0,4\overline{56} = \frac{456 - 4}{990} = \frac{452}{990} = \frac{226}{495} \quad \text{b) } 0,7\overline{3} = \frac{73 - 7}{90} = \frac{66}{90} = \frac{11}{15} \quad \text{c) } 1,6\overline{93} = \frac{1693 - 16}{990} = \frac{1677}{990} = \frac{559}{330}$$

1º) Hallar la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasificar los decimales que se obtengan.

$$\text{a) } \frac{5}{4} \quad \text{b) } \frac{2}{3} \quad \text{c) } \frac{7}{5} \quad \text{d) } \frac{1}{20} \quad \text{e) } \frac{19}{11} \quad \text{f) } \frac{17}{30} \quad \text{g) } \frac{3}{7} \quad \text{h) } \frac{25}{33} \quad \text{i) } \frac{117}{45}$$

Solución:

a) 1,25 exacto b) $0,\overline{6}$ periódico puro c) 1,4 exacto d) 0,05 exacto e) $1,\overline{72}$ periódico puro
f) $0,5\overline{6}$ periódico mixto g) $0,4\overline{28571}$ periódico puro h) $0,\overline{75}$ periódico puro i) 2,6 exacto

2º) Indicar si los siguientes números son o no periódicos y en el caso de serlo escribirlos abreviadamente:

a) 2,353535 b) 6,045454545.... c) 5,212212221..... d) 0,01100110011.....

Solución:

a) Exacto b) Periódico mixto $6,0\overline{45}$ c) No periódico d) Periódico mixto $0,011\overline{0011}$

3º) Indicar si los siguientes números son o no periódicos y en el caso de serlo escribirlos abreviadamente:

a) 56,323232..... b) 3,02155555... c) 18,481111..... d) 0,99999.... e) 74,363636.....
f) 11,055555..... g) 0,95111111... h) 2,888888.....

Soluciones:

a) Periódico puro $56,\overline{32}$ b) Periódico mixto $3,02\overline{15}$ c) Periódico mixto $18,4\overline{81}$
d) Periódico puro $0,\overline{9}$ e) Periódico puro $74,\overline{36}$ f) Periódico mixto $11,0\overline{5}$
g) Periódico mixto $0,9\overline{51}$ h) Periódico puro $2,\overline{8}$

4º) Hallar la expresión decimal de las siguientes fracciones y clasificar los decimales que se obtengan.

$$\text{a) } \frac{5}{3} \quad \text{b) } \frac{17}{6} \quad \text{c) } \frac{25}{13} \quad \text{d) } \frac{7}{4} \quad \text{e) } \frac{19}{18} \quad \text{f) } \frac{27}{19} \quad \text{g) } \frac{11}{12} \quad \text{h) } \frac{5}{8} \quad \text{i) } \frac{5}{15} \quad \text{j) } \frac{8}{50}$$

Soluciones:

a) $1,\overline{6}$ Periódico puro b) Periódico mixto $2,8\overline{3}$ c) Periódico puro $1,\overline{923076}$
d) Exacto 1,75 e) Periódico mixto $1,0\overline{5}$ f) Periódico puro $1,\overline{421052631578947368}$
g) Periódico mixto $0,9\overline{16}$ h) Exacto 0,625 i) Periódico puro $1,\overline{3}$ j) Exacto 0,16.

5º) Sin hacer la división decir que tipo de expresión decimal tienen las siguientes fracciones:

$$\text{a) } \frac{34}{8} \quad \text{b) } \frac{40}{33} \quad \text{c) } \frac{23}{12} \quad \text{d) } \frac{24}{100} \quad \text{e) } \frac{40}{35} \quad \text{f) } \frac{117}{110} \quad \text{g) } \frac{510}{55} \quad \text{h) } \frac{370}{30}$$

Soluciones:

a) Exacta b) Periódico pura c) Periódico mixta d) Exacta e) Periódico pura f) Periódico mixta
g) Periódico pura h) Periódico pura

6º) Hallar la fracción generatriz de las siguientes expresiones decimales:

- a) $0,5\overline{64}$ b) $1,3\overline{4}$ c) $0,1\overline{8}$ d) $0,5\overline{67}$ e) $4,1\overline{34}$ f) $2,5\overline{1}$ g) $6,0\overline{45}$ h) $0,7\overline{}$ i) $11,4\overline{6}$ j) $-3,1\overline{23}$
k) $3,9\overline{}$ l) $-1,9\overline{}$ m) $4,14\overline{9}$

Soluciones:

- a) $\frac{141}{250}$ b) $\frac{67}{50}$ c) $\frac{2}{11}$ d) $\frac{511}{900}$ e) $\frac{3721}{9000}$ f) $\frac{251}{10}$ g) $\frac{133}{22}$ h) $\frac{7}{9}$ i) $\frac{172}{15}$ j) $-\frac{1546}{495}$
k) 4 l) -2 m) $4,15\overline{}$

7º) Hallar la fracción generatriz de las siguientes expresiones decimales:

- a) $3,6\overline{3}$ b) $0,5\overline{15}$ c) $5,444\ldots$ d) $3,757575\ldots$ e) $0,126126126\ldots$ f) $2,4787878\ldots$
g) $4,12353535\ldots$ h) $0,07324324324\ldots$

Soluciones:

- a) $\frac{363}{100}$ b) $\frac{103}{200}$ c) $\frac{49}{9}$ d) $\frac{373}{99}$ e) $\frac{14}{111}$ f) $\frac{409}{165}$ g) $\frac{40823}{9900}$ h) $\frac{271}{3700}$

8º) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) $0,4\overline{}$ b) $0,3\overline{}$ c) $0,12\overline{3}$ d) $1,9999\ldots$ e) $1,5\overline{4}$ f) $3,4\overline{}$ g) $2,5\overline{6}$ h) $23,4\overline{5}$ i) $3,4\overline{56}$

Soluciones:

- a) $\frac{2}{5}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{123}{1000}$ d) 2 e) $\frac{139}{90}$ f) $\frac{31}{9}$ g) $\frac{254}{99}$ h) $\frac{2111}{90}$ i) $\frac{1711}{495}$

9º) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) $8,3\overline{4}$ b) $9,2\overline{7}$ c) $0,1\overline{3}$ d) $3,3\overline{74}$ e) $4,999\ldots$ f) $34,5\overline{67}$ g) $1,1\overline{23}$ h) $1,99\overline{9}$

Soluciones:

- a) $\frac{417}{50}$ b) $\frac{102}{11}$ c) $\frac{2}{15}$ d) $\frac{3341}{990}$ e) 5 f) $\frac{17111}{495}$ g) $\frac{374}{333}$ h) $\frac{1999}{1000}$

10º) Hallar la fracción generatriz de los siguientes números decimales:

- a) $15,1\overline{23}$ b) $12,3\overline{}$ c) $3,1\overline{51}$ d) $3,5\overline{8}$ e) $6,7999\ldots$ f) $0,3\overline{778}$ g) $2,6\overline{78}$ h) $23,499\overline{9}$

Soluciones:

- a) $\frac{15123}{1000}$ b) $\frac{37}{3}$ c) $\frac{709}{225}$ d) $\frac{355}{99}$ e) $\frac{34}{5}$ f) $\frac{1247}{3300}$ g) $\frac{892}{333}$ h) $\frac{234999}{10000}$

11º) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $8,9 + 0,3\overline{4} - 6,5\overline{}$ b) $1,3\overline{5} + 5,6\overline{2} - 2,4\overline{}$ c) $12,4\overline{8} \cdot 8,6\overline{}$ d) $25,6\overline{7} - 12,3\overline{4}$ e) $2,1\overline{2} + 1,0\overline{3}$

Soluciones:

- a) $\frac{121}{45}$ b) $\frac{23}{5}$ c) $\frac{2912}{27}$ d) $\frac{40}{3}$ e) $\frac{347}{110}$

12º) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $(0,9\overline{1} - 0,7\overline{}) \cdot 0,6\overline{6}$ b) $\frac{2,0\overline{3} - 1,6\overline{}}{0,2}$ c) $\frac{2,1\overline{9} - 1,9\overline{}}{0,5 - 0,9} + 1$ d) $2,3\overline{5} + 1,6\overline{}$ e) $\frac{12,5\overline{}}{3,0\overline{5}}$ f) $1,4 + 0,0\overline{1} \cdot 1,3\overline{5} : 1,2\overline{8}$

Soluciones:

- a) $\frac{7}{75}$ b) $\frac{11}{6}$ c) $\frac{7}{9}$ d) 4 e) $\frac{226}{55}$ f) $\frac{614}{435}$.

13º) Calcular las siguientes operaciones con decimales usando sus fracciones generatrices:

- a) $2,4\overline{8} - 1,9\overline{5}$; b) $\frac{14,0\overline{5}}{6,5\overline{}}$; c) $\frac{1,6\overline{8} - 0,1\overline{9}}{0,25}$; d) $0,5\overline{4} + 0,4\overline{3} + 0,3\overline{}$; e) $3,0\overline{7} - 1,6\overline{7}$; f) $0,7\overline{2} - 1,2\overline{3}$

- g) $0,3\overline{6} - 1,2\overline{}$; h) $\frac{4}{3} - (0,7\overline{5} + 0,6\overline{8}) + \frac{13}{12}$; i) $(3,2\overline{4} + 1,3\overline{7}) : (0,2 + 0,2\overline{5})$; j) $\frac{4,3\overline{8} + 3,2\overline{5}}{0,9}$; k) $\frac{\frac{2}{3} + 0,5 - \frac{1}{2} \cdot 0,3\overline{}}{0,0\overline{2}}$.

BOLETÍN REPASO

1º) Transforma en número decimal las siguientes fracciones:

a) $\frac{121}{9}$; b) $\frac{173}{24}$; c) $\frac{1}{18}$; d) $\frac{2}{11}$; e) $\frac{1.073}{3.300}$.

Solución:

a) $13,\overline{4}$; b) $7,208\overline{3}$; c) $0,0\overline{5}$; d) $0,1\overline{8}$; e) $0,325\overline{1}$.

2º) Clasifica los siguientes números racionales en decimales exactos y decimales periódicos:

a) $\frac{13}{8}$; b) $\frac{139}{27}$; c) $\frac{25}{11}$; d) $\frac{9}{250}$; e) $\frac{4}{13}$; f) $\frac{22}{7}$.

Soluciones:

a) 1,625 *exacto*; b) $5,14\overline{8}$ *periódico*; c) $2,2\overline{7}$ *periódico*; d) 0,036 *periódico*;
e) $0,30769\overline{2}$ *periódico*; f) $3,14285\overline{7}$ *periódico*.

3º) Expresa en forma de fracción irreducible:

a) $1,324$; b) $2,\overline{4}$; c) $0,008$; d) $5,5\overline{3}$; e) $2,3\overline{5}$; f) $0,02\overline{8}$; g) $1,23\overline{5}$; h) $0,11\overline{8}$.

Soluciones:

a) $\frac{331}{250}$; b) $\frac{22}{9}$; c) $\frac{1}{125}$; d) $\frac{548}{99}$; e) $\frac{106}{45}$; f) $\frac{14}{495}$; g) $\frac{1.234}{999}$; h) $\frac{107}{900}$.

4º) Ordena de menor a mayor:

$5,53$; $5,5\overline{3}$; $5,5\overline{3}$; $5,5$; $5,56$.

Solución:

$5,5 < 5,53 < 5,5\overline{3} < 5,5\overline{3} < 5,56$

5º) Di cuales de los siguientes números se pueden expresar como una fracción e indica dicha fracción:

a) $3,45$; b) $1,00\overline{3}$; c) $\sqrt{2}$; d) $2,131131113.....$; e) π ; f) $1,14285\overline{7}$.

Soluciones:

a) Sí, la fracción es $\frac{69}{20}$; b) Sí, la fracción es $\frac{301}{300}$; c) No; d) No; e) No; f) Sí, la fracción es $\frac{8}{7}$.

6º) Efectúa las siguientes operaciones transformando previamente los números decimales en fracciones:

a) $0,1\overline{3} - 0,1\overline{6} + 3,2$; b) $\frac{0,25 \cdot 0,2\overline{5}}{0,2\overline{5}}$; c) $1,75 + 4,2 - 0,6\overline{3}$; d) $2,5 + 1,6 + 2,5 \cdot 1,6$;

e) $2,5 - 1,6 + \frac{2,5}{1,6}$; f) $0,27\overline{3} - 3,3 + 0,4$; g) $0,2 \cdot 0,7 + 0,1\overline{7}$; h) $5,3 + 3,2\overline{6} + 1,4$;

i) $1,7 \cdot 0,4 : 2,1\overline{6}$; j) $1,25 - 0,1\overline{3} : 3,6$; k) $\frac{1}{7} - 1,3 \left(\frac{5}{14} - \frac{5}{4} : 2 \right)$.

Soluciones:

a) $\frac{314}{99}$; b) $\frac{125}{506}$; c) $\frac{2.113}{396}$; d) $\frac{229}{27}$; e) $\frac{109}{45}$; f) $\frac{-133}{50}$; g) $\frac{143}{450}$; h) 10; i) $\frac{64}{195}$; j) $\frac{267}{220}$;

k) $\frac{1}{2}$.