

Sistemas de ecuaciones exponenciales

Un sistema de ecuaciones exponenciales es aquel sistema en los que las incógnitas aparecen en los exponentes.

Ejemplo Caso I

$$\begin{cases} 3^{x+y} = 81 \\ 3^{y-x} = 9 \end{cases}$$

- Lo primero es igualar los exponentes si los dos miembros de la igualdad tienen potencias con la misma base

$$\begin{cases} 3^{x+y} = 3^4 \\ 3^{y-x} = 3^2 \end{cases}$$

- Igualemos los exponentes y resolvemos el sistema

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ y - x = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$$

Ejemplo Caso II (Cambio de variable)

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases}$$

En este caso debemos realizar un cambio

- Lo primero que debemos hacer es aplicar las propiedades de las potencias del producto o el cociente, para eliminar las sumas o restas en el exponente.

$$\begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ 3^{y-x} = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3^x + 3^y = 36 \\ \frac{3^y}{3^x} = 3 \end{cases}$$

- Realizamos el cambio de variable

$$u = 3^x \quad v = 3^y$$

- Resolvemos el sistema

$$\begin{cases} u + v = 36 \\ \frac{v}{u} = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} u + v = 36 \\ v = 3u \end{cases} \rightarrow u + 3u = 36 \rightarrow u = 9 \text{ y } v = 27$$

- Deshacemos el cambio

$$u = 3^x \rightarrow 9 = 3^x \rightarrow 3^2 = 3^x \rightarrow x = 2$$

$$v = 3^y \rightarrow 27 = 3^y \rightarrow 3^3 = 3^y \rightarrow y = 3$$

Ejercicios Propuestos

a) $\begin{cases} 5^x \cdot 25^{2x} = 5^{y+2} \\ 3^{2x} \cdot 3^{2y} = 81^2 \end{cases}$

Solución: $x=1$ e $y=3$

b) $\begin{cases} 2^x + 2^y = 20 \\ 2^{y+x} = 64 \end{cases}$

Solución: $x=2$ e $y=4$, $x=4$ e $y=2$

c) $\begin{cases} 2^x + 3^{2y} = 11 \\ 2^{x+1} - 3^y = 1 \end{cases}$

Solución: $x=1$ e $y=1$

d) $\begin{cases} 3 \cdot 2^x - 2 \cdot 3^y = -42 \\ 5 \cdot 2^{x+1} - 4 \cdot 3^{y-1} = 4 \end{cases}$

Solución: $x=2$ e $y=3$

e) $\begin{cases} 3^x - 2^{y+1} = 235 \\ 3^{x-1} - 2^{y-1} = 79 \end{cases}$

Solución: $x=5$ e $y=2$

f) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x-1} + 5^{y+1} = 9 \end{cases}$

Solución: $x=3$ e $y=0$

g) $\begin{cases} 5^{3x-2y} = 3125 \\ 11^{6x-7y} = 14641 \end{cases}$

Solución: $x=3$ e $y=2$