

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones exponenciales y logarítmicos.

a) $\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2\log x + \log y = 5 \\ \log(xy) = 4 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5^{x+2} - 4^y = -3 \\ 3 \cdot 5^{x+1} - 4^{y-2} = -1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{cases}$

a) La solución del sistema es $(x = 2, y = 1)$.

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+2} + 5^{y+1} = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x + 5^y = 9 \\ 4 \cdot 2^x + 5 \cdot 5^y = 41 \end{cases} \xrightarrow{\substack{2^x = t \\ 5^y = s}} \begin{cases} t + s = 9 \\ 4t + 5s = 41 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 9 - s \\ 4(9 - s) + 5s = 41 \end{cases} \Rightarrow s = 5 \Rightarrow t = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ 5^y = 5 \Rightarrow y = 1 \end{cases}$$

b) La solución del sistema es $(x = 10, y = 1000)$.

$$\begin{cases} 2\log x + \log y = 5 \\ \log(xy) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log(x^2 y) = 5 \\ \log(xy) = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 y = 10^5 \\ xy = 10^4 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 y}{xy} = \frac{10^5}{10^4} \Rightarrow x = 10 \Rightarrow y = 10^3 = 1000$$

c) El sistema no tiene solución.

$$\begin{cases} 5^{x+2} - 4^y = -3 \\ 3 \cdot 5^{x+1} - 4^{y-2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25 \cdot 5^x - 4^y = -3 \\ 15 \cdot 5^x - \frac{4^y}{16} = -1 \end{cases} \xrightarrow{\substack{5^x = t \\ 4^y = s}} \begin{cases} 25t - s = -3 \\ 15t - \frac{s}{16} = -1 \end{cases} \Rightarrow 240t + 16 = 25t + 3 \Rightarrow t = \frac{-13}{215} \Rightarrow 5^x = \frac{-13}{215} \text{ Sin}$$

solución.

d) La solución del sistema es $(x = 25, y = 4)$.

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - 6y = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \log(xy) = 2 \\ x = 1 + 6y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy = 10^2 \\ x = 1 + 6y \end{cases} \Rightarrow (1 + 6y)y = 100 \Rightarrow 6y^2 + y - 100 = 0 \Rightarrow y = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 2400}}{12} =$$

$$= \begin{cases} 4 \\ -50 \end{cases} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 25$$