

Un depósito tiene tres grifos. Funcionando el 1º y el 2º lo llenan en 144 minutos, funcionando el 1º y 3º en 240 minutos, y el 2º y 3º en 180 minutos. ¿En cuánto tiempo lo llenará cada grifo funcionando solo?

Solución

Sea $1/x$ la cantidad de depósito que llena en 1 hora el grifo 1

Sea $1/y$ la cantidad de depósito que llena en 1 hora el grifo 2

Sea $1/z$ la cantidad de depósito que llena en 1 hora el grifo 3

Por otra parte, transformamos los minutos en horas:

$$144/60 = 2,4 \text{ horas}$$

$$240/60 = 4 \text{ horas}$$

$$180/60 = 3 \text{ horas}$$

Funcionando el 1º y el 2º lo llenan en 144 minutos:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2,4}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{2,4} - \frac{1}{x} \text{ ecuación 1}$$

Funcionando el 1º y 3º en 240 minutos

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{4} - \frac{1}{x} \text{ ecuación 2}$$

Funcionando el 2º y 3º en 180 minutos:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \text{ ecuación 3}$$

Sustituimos el valor de $1/y$, $1/z$ de las ecuaciones 1 y 2 en la ecuación 3:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \text{ ecuación 3}$$

$$\left(\frac{1}{2,4} - \frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x}\right) = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2,4} - \frac{1}{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2,4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{1}{2,4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{6,4}{9,6} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{x} = \frac{9,6}{28,8}$$

$$x = \frac{2 \cdot 28,8}{9,6} = 6 \text{ horas tarda el grifo 1}$$

El grifo 2 tardará:

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{2,4} - \frac{1}{x} \text{ ecuación 1}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{2,4} - \frac{1}{6} = \frac{6 - 2,4}{14,4} = \frac{3,6}{14,4}$$

$$\frac{1}{y} = \frac{3,6}{14,4}$$

$$y = \frac{14,4}{3,6} = 4 \text{ horas}$$

El grifo 3 tardará:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \text{ ecuación 3}$$

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{3} - \frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4 - 3}{12} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{12}$$

$$z = 12 \text{ horas}$$