1 Conjuntos numéricos

1. Actividad resuelta

2. Completa en tu cuaderno los números que faltan:

$$\frac{12}{16}=\frac{3}{\bullet}=\frac{\bullet}{20}=\frac{120}{\bullet}=\frac{\bullet}{8}$$

$\frac{12}{16}=\frac{3}{4}=\frac{15}{20}=\frac{120}{160}=\frac{6}{8}$

3. Encuentra, en cada caso, la fracción irreducible:

a) $\frac{36}{54}$ b) $-\frac{280}{320}$ c) $\frac{-150}{275}$ d) $\frac{121}{363}$

a) $\frac{36}{54}=\frac{2}{3}$ b) $-\frac{280}{320}=-\frac{7}{8}$ c) $\frac{-150}{275}=\frac{-6}{11}$ d) $\frac{121}{363}=\frac{1}{3}$

4. A partir de la fracción $\frac{40}{56}$ calcula:

a) Una fracción equivalente cuyo numerador sea 5.

b) Una fracción equivalente con denominador 63.

c) Una fracción equivalente con numerador 65.

a) $\frac{40:8}{56:8}=\frac{5}{7}$ b) $\frac{40:8}{56:8}=\frac{5}{7}=\frac{5\cdot 9}{7\cdot 9}=\frac{45}{63}$ c) $\frac{40:8}{56:8}=\frac{5}{7}=\frac{5\cdot 13}{7\cdot 13}=\frac{65}{91}$

5. Ordena estas fracciones de menor a mayor reduciéndolas a común denominador.

$$\frac{15}{24},\ \frac{13}{18},\ \frac{7}{10}\ \text{y}\ \frac{11}{14}$$

m.c.m.(24, 18, 10, 14) = 2520

$\frac{15}{24}=\frac{1575}{2520}$; $\frac{13}{18}=\frac{1820}{2520}$; $\frac{7}{10}=\frac{1764}{2520}$; $\frac{11}{14}=\frac{1980}{2520}$

$\frac{1575}{2520}<\frac{1764}{2520}<\frac{1820}{2520}<\frac{1980}{2520}\Rightarrow\frac{15}{24}<\frac{7}{10}<\frac{13}{18}<\frac{11}{14}$

6. Actividad resuelta

7. He repartido mi colección de canicas entre mis tres amigos. A Tales le he dado $\frac{1}{5}$ del total, a Arquímedes $\frac{1}{3}$ del resto, y por último, a Pitágoras, le he regalado las 16 canicas que me quedaban. ¿Cuántas tenía en mi colección?

A Tales le doy $\frac{1}{5}$ de x $\Rightarrow$ quedan $\frac{4}{5}$ de x.

A Arquímedes le doy $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de x $\Rightarrow$ quedan $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ x.

A Pitágoras le doy 16 canicas, que es lo que quedaba.

Luego, $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ $x=16\ \Rightarrow\ \frac{2}{3}\cdot\frac{4}{5}\cdot x=16\ \Rightarrow\ \frac{8}{15}\cdot x=16\ \Rightarrow\ x=\frac{16\cdot 15}{8}=30$ canicas.

8. Realiza las siguientes operaciones y simplifica hasta obtener una fracción irreducible.

a) $\frac{3}{10}-\frac{5}{8}+\frac{1}{6}$ d) $5+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}$

b) $\frac{2}{5}-\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)$ e) $\frac{7}{8}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}$

c) $\left(2-\frac{4}{7}\right):\frac{3}{14}$ f) $-\frac{2}{5}:\frac{3}{14}-\frac{6}{5}$

a) $\frac{3}{10}-\frac{5}{8}+\frac{1}{6}=\frac{36}{120}-\frac{75}{120}+\frac{20}{120}=\frac{-19}{120}$

d) $5+\frac{3}{4}-\frac{5}{6}=\frac{60}{12}+\frac{9}{12}-\frac{10}{12}=\frac{59}{12}$

b) $\frac{2}{5}-\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)=\frac{2}{5}-\left(\frac{5}{8}-\frac{6}{8}\right)=\frac{2}{5}-\left(-\frac{1}{8}\right)=\frac{2}{5}+\frac{1}{8}=\frac{21}{40}$

e) $\frac{7}{8}+\frac{2}{5}\cdot\frac{1}{4}=\frac{7}{8}+\frac{\cancel{2}\cdot 1}{5\cdot\cancel{4}}=\frac{7}{8}+\frac{1}{10}=\frac{39}{40}$

c) $\left(2-\frac{4}{7}\right):\frac{3}{14}=\left(\frac{14}{7}-\frac{4}{7}\right):\frac{3}{14}=\frac{10}{7}:\frac{3}{14}=\frac{10\cdot\cancel{14}}{\cancel{7}\cdot 3}=\frac{20}{3}$

f) $-\frac{2}{5}:\frac{3}{14}-\frac{6}{5}=-\frac{2\cdot 14}{5\cdot 3}-\frac{6}{5}=-\frac{28}{15}-\frac{6}{5}=-\frac{46}{15}$

9. Resuelve utilizando la jerarquía de las operaciones y la propiedad distributiva. ¿Se obtiene el mismo resultado?

a) $\frac{3}{24}\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{18}{22}\right)$ b) $\left(\frac{3}{9}-\frac{4}{8}\right)\cdot\frac{5}{15}$

a) Con jerarquía de operaciones: $\frac{\cancel{3}}{\cancel{24}}\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{\cancel{18}}{\cancel{22}}\right)=\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{9}{11}\right)=\frac{1}{8}\cdot\frac{11}{11}=\frac{1}{8}\cdot 1=\frac{1}{8}$

Con propiedad distributiva: $\frac{\cancel{3}}{\cancel{24}}\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{\cancel{18}}{\cancel{22}}\right)=\frac{1}{8}\cdot\left(\frac{2}{11}+\frac{9}{11}\right)=\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{11}+\frac{1}{8}\cdot\frac{9}{11}=\frac{2}{88}+\frac{9}{88}=\frac{11}{88}=\frac{1}{8}$

b) Con jerarquía de operaciones: $\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{9}}-\frac{\cancel{4}}{\cancel{8}}\right)\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{15}}=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}=\left(\frac{2}{6}-\frac{3}{6}\right)\cdot\frac{1}{3}=\frac{-1}{6}\cdot\frac{1}{3}=-\frac{1}{18}$

Con propiedad distributiva: $\left(\frac{\cancel{3}}{\cancel{9}}-\frac{\cancel{4}}{\cancel{8}}\right)\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{15}}=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{3}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{9}-\frac{1}{6}=-\frac{1}{18}$

10. Completa en tu cuaderno las siguientes igualdades con la operación correspondiente.

a) $\frac{9}{2}\bullet\frac{7}{8}=\frac{63}{16}$ c) $\frac{2}{5}\bullet\frac{3}{8}=\frac{16}{15}$ e) $\frac{2}{3}\bullet\frac{5}{6}=-\frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{2}\bullet\frac{9}{7}=\frac{35}{18}$ d) $\frac{-5}{8}\bullet\frac{7}{12}=\frac{-1}{24}$ f) $\frac{7}{5}\bullet\frac{-2}{15}=\frac{19}{15}$

a) $\frac{9}{2}\cdot\frac{7}{8}=\frac{9\cdot 7}{2\cdot 8}=\frac{63}{16}$ c) $\frac{2}{5}:\frac{3}{8}=\frac{2\cdot 8}{5\cdot 3}=\frac{16}{15}$ e) $\frac{2}{3}-\frac{5}{6}=\frac{4}{6}-\frac{5}{6}=-\frac{1}{6}$

b) $\frac{5}{2}:\frac{9}{7}=\frac{5\cdot 7}{2\cdot 9}=\frac{35}{18}$ d) $\frac{-5}{8}+\frac{7}{12}=\frac{-15}{24}+\frac{14}{24}=\frac{-1}{24}$ f) $\frac{7}{5}+\frac{-2}{15}=\frac{21}{15}+\frac{-2}{15}=\frac{19}{15}$

11. Las soluciones de estas cuatro operaciones son 1, 2, 3 y 4. Identifica a qué operación corresponde cada una. .

a) $\left(\frac{4}{15}-\frac{3}{5}\right):\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{8}\right)+14\cdot\frac{1}{3}$

b) $\left(3+\frac{4}{9}\right):\frac{5}{3}+\frac{2}{5}\cdot\frac{7}{3}$

c) $4-\frac{3}{40}+\frac{7}{60}+\frac{2}{50}-\frac{49}{600}$

d) $2+\frac{3}{8}-\left(\frac{5}{6}+\frac{7}{12}\right)+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{8}$

a) $\left(\frac{4}{15}-\frac{9}{15}\right):\left(\frac{6}{8}-\frac{5}{8}\right)+\frac{14}{3}=\left(-\frac{5}{15}\right):\frac{1}{8}+\frac{14}{3}=-\frac{\cancel{5}\cdot 8}{\cancel{15}\cdot 1}+\frac{14}{3}=-\frac{8}{3}+\frac{14}{3}=\frac{6}{3}=2$

b) $\left(\frac{27}{9}+\frac{4}{9}\right):\frac{5}{3}+\frac{14}{15}=\frac{31}{9}:\frac{5}{3}+\frac{14}{15}=\frac{31\cdot\cancel{3}}{\cancel{9}\cdot 5}+\frac{14}{15}=\frac{31}{15}+\frac{14}{15}=\frac{45}{15}=3$

c) $4-\frac{3}{40}+\frac{7}{60}+\frac{2}{50}-\frac{49}{600}=\frac{2400}{600}-\frac{45}{600}+\frac{70}{600}+\frac{24}{600}-\frac{49}{600}=\frac{2400}{600}=4$

d) $2+\frac{3}{8}-\left(\frac{10}{12}+\frac{7}{12}\right)+\frac{1}{24}=2+\frac{3}{8}-\frac{17}{12}+\frac{1}{24}=\frac{48}{24}+\frac{9}{24}-\frac{34}{24}+\frac{1}{24}=\frac{24}{24}=1$

12. Los ingresos agrícolas de un pequeño municipio se diversifican de esta manera:

- **La mitad se debe a la cebada.**
- **Un octavo los produce el trigo.**
- **La quinta parte son del maíz.**
- **El resto, 3500 €, son gracias a los frutales.**

¿Qué ingresos agrícolas recibe el municipio en total?

Ingresos totales = x; cebada = $\frac{1}{2}$ de x; trigo = $\frac{1}{8}$ de x; maíz = $\frac{1}{5}$ de x;

frutales = $x-\left(\frac{1}{2}\cdot x+\frac{1}{8}\cdot x+\frac{1}{5}\cdot x\right)=3500\text{ €}\Rightarrow x-\left(\frac{20\cdot x}{40}+\frac{5\cdot x}{40}+\frac{8\cdot x}{40}\right)=x-\frac{33\cdot x}{40}=\frac{40\cdot x}{40}-\frac{33\cdot x}{40}=\frac{7\cdot x}{40}$

$\Rightarrow\frac{7\cdot x}{40}=3500\text{ €}\Rightarrow x=\frac{3500\cdot 40}{7}=20000\text{ €}$

13. Actividad interactiva

14. Escribe las siguientes fracciones en forma decimal y clasifica los números decimales obtenidos.

a) $\frac{8}{5}$ **b)** $\frac{1386}{99}$ **c)** $\frac{165}{111}$ **d)** $\frac{98765}{33000}$

a) $\frac{8}{5}=1{,}6$ Decimal exacto

b) $\frac{1386}{99}=14$ Número entero

c) $\frac{165}{111}=1{,}486486486...$ Decimal periódico puro

d) $\frac{98765}{33000}=2{,}992878787...$ Decimal periódico mixto

15. Escribe un posible denominador en cada caso de modo que el número sea del tipo que se indica.

$\frac{83}{a}$	$\frac{83}{b}$	$\frac{83}{c}$
Decimal exacto	**Periódico puro**	**Periódico mixto**

Respuesta modelo:

- Para que $\frac{83}{a}$ sea un decimal exacto el denominador solo debe contener en su descomposición factorial los factores 2 y/o 5, por ejemplo, $\frac{83}{10}, \frac{83}{25}, \frac{83}{40}, \frac{83}{50}, \ldots$
- Para que $\frac{83}{b}$ sea un decimal periódico puro el denominador no debe contener en su descomposición factorial los factores 2 ni 5, por ejemplo, $\frac{83}{3}, \frac{83}{7}, \frac{83}{9}, \frac{83}{21}, \ldots$
- Para que $\frac{83}{c}$ sea un decimal periódico mixto el denominador debe contener en su descomposición factorial los factores 2 y/o 5, y otros, por ejemplo, $\frac{83}{6}, \frac{83}{12}, \frac{83}{15}, \frac{83}{18}, \ldots$

16. Sin hacer la división, indica qué tipo de decimal se corresponde con cada una de estas fracciones.

a) $\frac{143}{15}$ **b)** $\frac{148}{33}$ **c)** $\frac{33}{320}$

a) $\frac{143}{15}$ es un decimal periódico mixto porque $15 = 5 \cdot 3$

b) $\frac{148}{33}$ es un decimal periódico puro porque $33 = 3 \cdot 11$

c) $\frac{33}{320}$ es un decimal exacto porque $320 = 2^6 \cdot 5$

17. Escribe la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

a) $5,6$ **c)** $4,5678$ **e)** $1,\widehat{9}$

b) $9,8\widehat{576}$ **d)** $1,\widehat{26}$ **f)** $-2,75\widehat{3}$

a) $5,6 = \frac{56}{10} = \frac{28}{5}$

b) $9,8\widehat{765} = \frac{98765-98}{9990} = \frac{98667}{9990} = \frac{10963}{1110}$

c) $4,5678 = \frac{45678}{10000} = \frac{22839}{5000}$

d) $1,\widehat{26} = \frac{126-1}{99} = \frac{125}{99}$

e) $1,\widehat{9} = \frac{19-1}{9} = \frac{18}{9} = 2$

f) $-2,75\widehat{3} = -\frac{2753-275}{900} = \frac{2478}{900} = \frac{413}{150}$

18. Actividad resuelta.

19. Realiza estas operaciones pasando los decimales a fracciones. Expresa el resultado en forma decima:.

a) $3,4\widehat{5} - \frac{7}{10}$ **b)** $1,2 + 2,\widehat{3} + 3,4\widehat{5}$ **c)** $2,\widehat{5} \cdot 5,\widehat{2}$

a) $3,4\widehat{5} - \frac{7}{10} = \frac{345-34}{90} - \frac{7}{10} = \frac{311}{90} - \frac{7}{10} = \frac{311}{90} - \frac{63}{90} = \frac{248}{90} = \frac{124}{45} = 2,7\widehat{5}$

b) $1,2 + 2,\widehat{3} + 3,4\widehat{5} = \frac{12}{10} + \frac{23-2}{9} + \frac{345-34}{90} = \frac{12}{10} + \frac{21}{9} + \frac{311}{90} = \frac{108}{90} + \frac{210}{90} + \frac{311}{90} = \frac{629}{90} = 6,9\widehat{8}$

c) $2,\widehat{5} \cdot 5,\widehat{2} = \frac{25-2}{9} \cdot \frac{52-5}{9} = \frac{23}{9} \cdot \frac{47}{9} = \frac{1081}{81} = 13,34567901$

20. Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales. Razona tu respuesta.

a) $321{,}575757...$ **b)** $28{,}121221222...$ **c)** $0{,}883333333...$

a) $321{,}575757$ es racional porque es un decimal periódico puro y, por tanto, se puede escribir en forma de fracción a través de su fracción generatriz.

b) $28{,}121221222...$ es irracional porque es un decimal con infinitos decimales en el que nunca aparece un periodo, por tanto no puede escribirse en forma de fracción.

c) $0{,}883333333...$ es racional porque es un decimal periódico mixto porque puede escribirse en forma de fracción a través de su fracción generatriz.

21. Escribe en cada caso un número que cumpla las siguientes condiciones, siempre que sea posible.

a) Que sea entero pero no natural.

b) Que sea entero pero no racional.

c) Que sea racional pero no real.

d) Que sea irracional pero no real.

e) Que sea racional e irracional.

f) Que sea irracional y decimal periódico puro.

a) Respuesta abierta: cualquier entero negativo es entero pero no natural: -1, -2, -3, -4, …

b) Imposible, todos los números enteros son racionales.

c) Imposible, todos los números racionales son reales.

d) Imposible, todos los números irracionales son reales.

e) Imposible, los números reales son racionales o irracionales, pero no pueden ser ambas cosas simultáneamente.

f) Imposible, los decimales periódicos puros son números racionales.

22. Calcula estos valores absolutos:

a) $|-1{,}6|$ **b)** $|5-7|$ **c)** $|7-5|$ **d)** $|3{,}5-3-0{,}5|$

a) $|-1{,}6| = 1{,}6$ **b)** $|5-7| = |-2| = 2$ **c)** $|7-5| = |2| = 2$ **d)** $|3{,}5-3-0{,}5| = |0| = 0$

23. Busca un número racional tal que:

a) Al sumarlo con el racional $2{,}\widehat{7}$ de como resultado un número natural.

b) Al multiplicarlo por el racional $2{,}\widehat{7}$ de como resultado un número natural.

a) Para operar con facilidad escribimos $2{,}\widehat{7}$ en forma de fracción: $2{,}\widehat{7} = \frac{27-2}{9} = \frac{25}{9}$.

Ahora tomamos un número natural cualquiera que fijamos como resultado, por ejemplo el 4, y establecemos la ecuación: $2{,}\widehat{7} + x = 4 \Rightarrow \frac{25}{9} + x = 4 \Rightarrow x = 4 - \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{11}{9} = 1{,}\widehat{2}$

b) Igual que en el apartado anterior, expresamos $2{,}\widehat{7}$ en forma de fracción: $2{,}\widehat{7} = \frac{27-2}{9} = \frac{25}{9}$.

Ahora tomamos un número natural cualquiera que fijamos como resultado, por ejemplo el 2, y establecemos la ecuación : $2{,}\widehat{7} \cdot x = 2 \Rightarrow \frac{25}{9} \cdot x = 2 \Rightarrow x = 2 : \frac{25}{9} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 9}{25} = 0{,}72$

24. Encuentra dos números irracionales que al sumarlos den como resultado un número racional. .

Respuesta modelo.

0,121122111222… + 0,212211222111… = 0,3333333333… y $0{,}333333... = 0{,}\widehat{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

25. Actividad resuelta

26. Encuentra en casa caso todos los números que satisfacen estas igualdades:

a) $|x+1|=6$ **b)** $|x-3|=3$ **c)** $|x|+2=5$ **d)** $|x|=-3$

a) $|x+1|=6 \Rightarrow \begin{cases} x+1=6 \Rightarrow x=6-1 \Rightarrow x=5 \\ x+1=-6 \Rightarrow x=-6-1 \Rightarrow x=-7 \end{cases}$

b) $|x-3|=3 \Rightarrow \begin{cases} x-3=3 \Rightarrow x=3+3 \Rightarrow x=6 \\ x-3=-3 \Rightarrow x=-3+3 \Rightarrow x=0 \end{cases}$

c) $|x|+2=5 \Rightarrow |x|=5-2 \Rightarrow |x|=3 \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ x=-3 \end{cases}$

d) $|x|=-3$ no tiene solución, porque el valor absoluto de un número nunca puede ser negativo.

27. En un supermercado deben poner los precios de ciertos productos nuevos. ¿Qué precio deben marcar?

a) **3,419 €** **c)** **39,4991 €** **e)** **9,999 €**

b) **24,89502 €** **d)** **12,3419 €** **f)** **55,0072 €**

a) $3,419 \simeq 3,42$ € **c)** $39,4991 \simeq 39,50$ € **e)** $10,00$ €

b) $24,89502 \simeq 24,90$ € **d)** $12,3419 \simeq 12,34$ € **f)** $55,0072 \simeq 55,01$€

28. Al medir un segmento de longitud 1,26 cm con una regla se obtiene que mide 1,2 cm. ¿Qué error absoluto se comete? ¿Y relativo?

$E_{\text{absoluto}} = |1,2-1,26| = |-0,06| = 0,06$

$E_{\text{relativo}} = \dfrac{|1,2-1,26|}{1,26} = \dfrac{|-0,06|}{1,26} = \dfrac{0,06}{1,26} = 0,047619$

29. Se quiere evaluar la precisión de dos calibres.

- **Con el calibre A se mide un cilindro de diámetro 3,256 cm y el calibre da una medición de 3,28 cm.**
- **Con el calibre B se mide un tornillo de diámetro 0,458 cm y su medición es de 0,47 cm**

¿Qué calibre es más preciso? Calcula los errores relativos y compáralos.

Calibre A: $E_{\text{absoluto}} = |3,28-3,256| = |0,024| = 0,024$; $E_{\text{relativo}} = \dfrac{|3,28-3,256|}{3,256} = \dfrac{0,024}{3,256} = 0,007371$

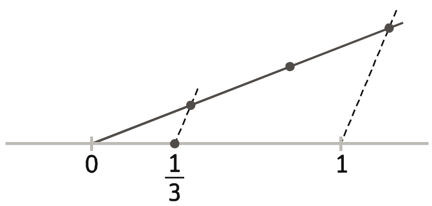
Calibre B: $E_{\text{absoluto}} = |0,47-0,458| = |0,012| = 0,012$; $E_{\text{relativo}} = \dfrac{|0,47-0,458|}{0,458} = \dfrac{0,012}{0,458} = 0,0262$

Es más preciso el calibre A, ya que su error relativo es más pequeño.

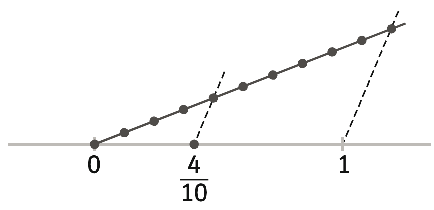
30. Representa las siguientes fracciones en la recta numérica..

a) $\dfrac{1}{3}$ **b)** $\dfrac{4}{9}$ **c)** $\dfrac{4}{10}$ **d)** $\dfrac{5}{6}$

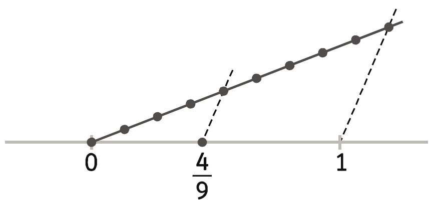
a)



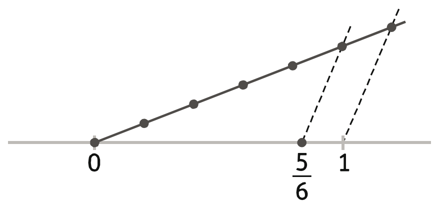
c)



b)



d)

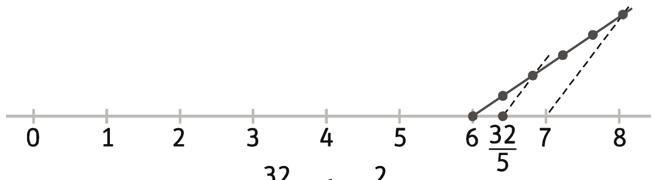


31. Actividad resuelta

32. Representa estas fracciones en la recta numérica.

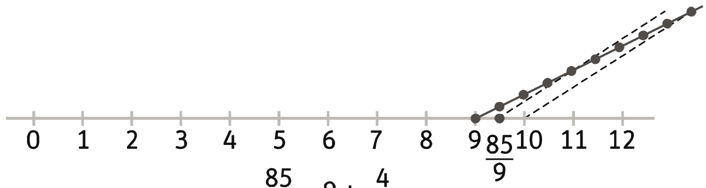
a) $\frac{32}{5}$ b) $\frac{85}{9}$ c) $\frac{47}{10}$ d) $\frac{65}{6}$

a)



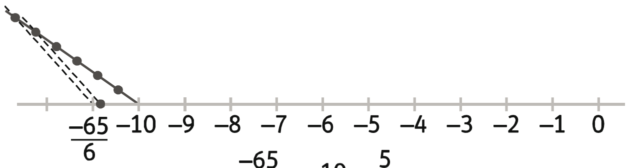
$\frac{32}{5} = 6 + \frac{2}{5}$

b)



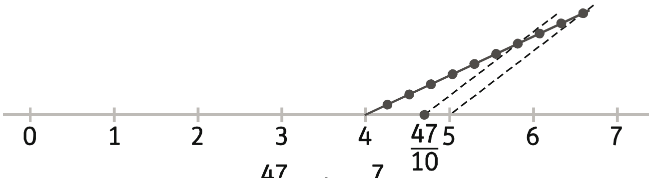
$\frac{85}{9} = 9 + \frac{4}{9}$

c)



$\frac{-65}{6} = -10 - \frac{5}{6}$

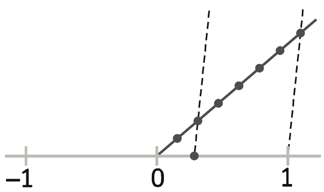
d)



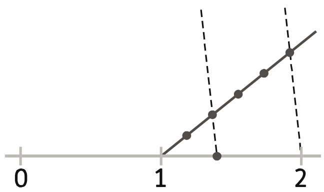
$\frac{47}{10} = 4 + \frac{7}{10}$

33. ¿Qué número representa cada figura?

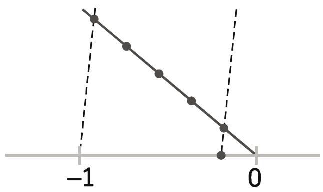
a)



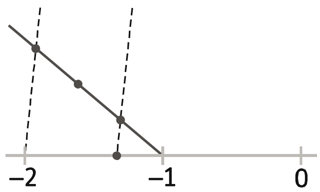
b)



c)



d)



a) $\frac{2}{7}$

b) $\frac{7}{5}$

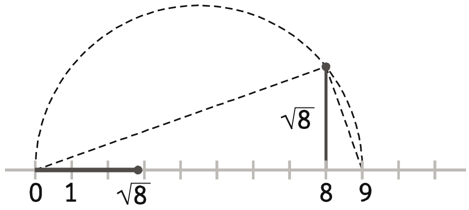
c) $-\frac{1}{5}$

d) $-\frac{4}{3}$

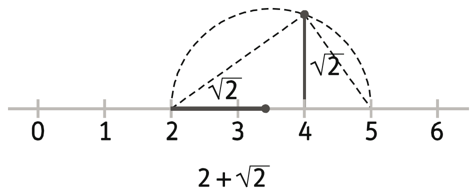
34. Representa sobre la recta real los siguientes números:

a) $\sqrt{8}$ **b)** $\sqrt{5}$ **c)** $2+\sqrt{2}$ **d)** $2-\sqrt{2}$

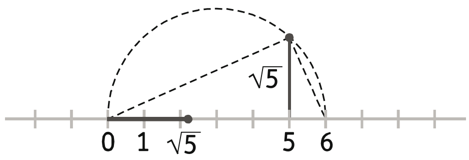
a)



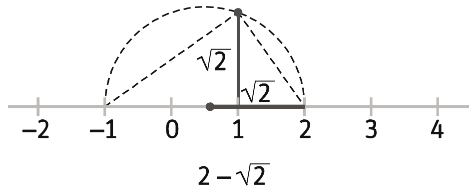
c)



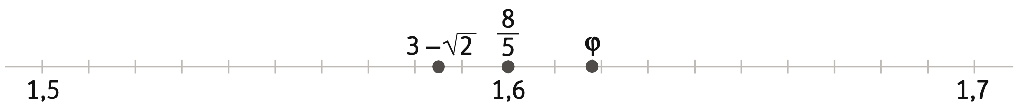
b)



d)



35. Representa $\varphi = 1{,}61803398874...$, $3-\sqrt{2}$ y $\frac{8}{5}$. ¿Cuál es mayor?



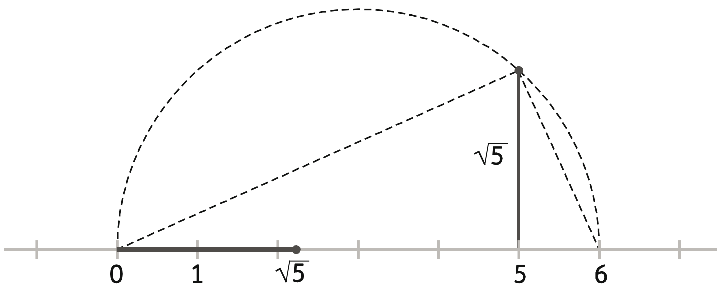
$3-\sqrt{2} < \frac{8}{5} < \varphi$.

36. Dibuja un cuadrado cuya área mida exactamente 20 cm^2.

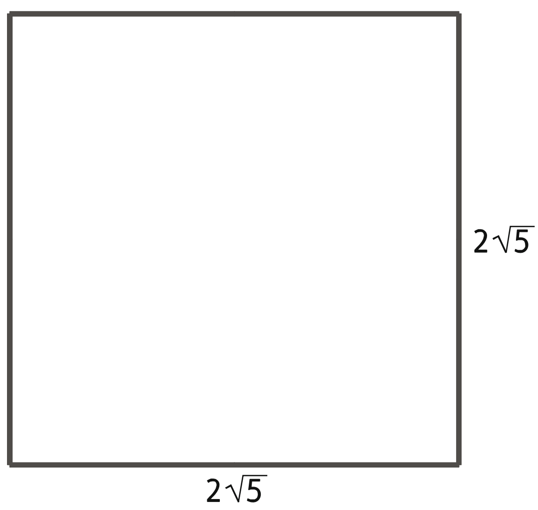
El área de un cuadrado es:

$A = l^2 \Rightarrow 20 = l^2 \Rightarrow l = \sqrt{20} = 2\cdot\sqrt{5}$ cm.

Dibujamos en la recta real $\sqrt{5}$, tomando como unidad 1 cm.



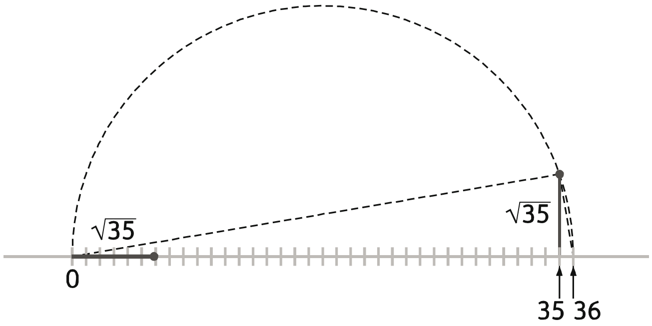
Tomamos esa medida con un compás, y dibujamos un cuadrado que tenga por lado dos veces esa medida.



37. Representa $\sqrt{35}$ de dos formas diferentes. Observa que $35 = 35 \cdot 1$ o $35 = 7 \cdot 5$.

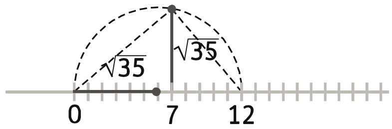
Usando la descomposición factorial $35 = 35 \cdot 1$, podemos representar $\sqrt{35}$ así:

1. Representamos en la recta real el número 35 y a continuación el número 1
2. Trazamos una circunferencia con centro $\frac{35+1}{2}$ y radio $\frac{35+1}{2}$.
3. Dibujamos dos triángulos rectángulos con bases 35 y 1, y altura la vertical hasta la circunferencia, como en la figura
4. Por semejanza de triángulos: $\frac{35}{x} = \frac{x}{1} \Rightarrow x^2 = 35 \cdot 1 \Rightarrow x = \sqrt{35}$



De la misma manera, usando la descomposición factorial $35 = 7 \cdot 5$:

1. Representamos en la recta real el número 7 y a continuación el número 5
2. Trazamos una circunferencia con centro $\frac{7+5}{2}$ y radio $\frac{7+5}{2}$
3. Dibujamos dos triángulos rectángulos con bases 7 y 5, y altura la vertical hasta la circunferencia, como en la figura
4. Por semejanza de triángulos: $\frac{7}{x} = \frac{x}{5} \Rightarrow x^2 = 7 \cdot 5 \Rightarrow x = \sqrt{35}$

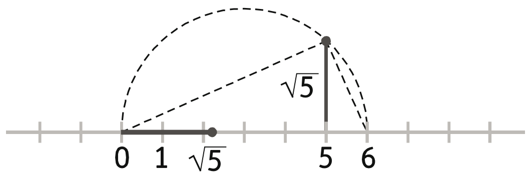


Podemos comprobar que en las dos figuras el resultado es el mismo.

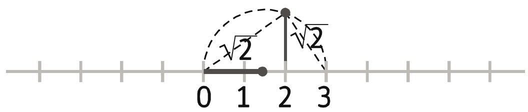
38. Representa el número $\sqrt{\sqrt{10}}$.

Una forma de hacerlo es repetir los pasos del ejercicio anterior teniendo en cuenta que $\sqrt{10} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{5}$.

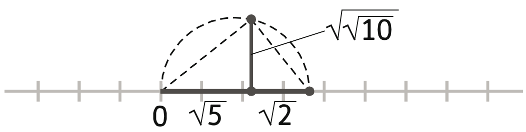
1. Representamos primero $\sqrt{5}$ usando dos triángulos de bases 5 y 1.



2. Representamos ahora $\sqrt{2}$ usando dos triángulos de bases 2 y 1.



3. Tomando con un compás las medidas obtenidas para $\sqrt{5}$ y $\sqrt{2}$, repetimos el mismo procedimiento, usando dos triángulos de bases $\sqrt{5}$ y $\sqrt{2}$.



4.- Por semejanza de triángulos:

$$\frac{\sqrt{5}}{x} = \frac{x}{\sqrt{2}} \Rightarrow x^2 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} \Rightarrow x^2 = \sqrt{10} \Rightarrow x = \sqrt{\sqrt{10}}$$

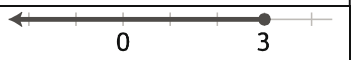
39. Actividad resuelta

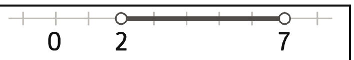
40. Escribe y representa en la recta real los intervalos o semirrectas de los que se habla a continuación:

Intervalo: $[5, 7)$

Intervalo: $[123, 128]$

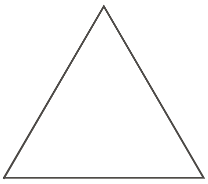
41. Copia en tu cuaderno y completa esta tabla de intervalos y semirrectas:

$(2, 7)$	•••	•••
•••	$1 \le x < 6$	•••
•••	•••	

$(2, 7)$	$2 < x < 7$	
$[1, 6)$	$1 \le x < 6$	
$(-\infty, 3]$	$x \le 3$	

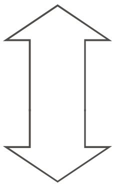
42. Copia en tu cuaderno y colorea en cada figura la fracción que se indica:

a)



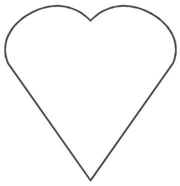
$\frac{1}{4}$

b)



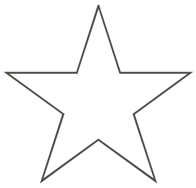
$\frac{3}{4}$

c)



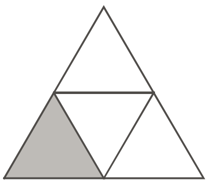
$\frac{1}{2}$

d)

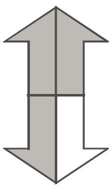


$\frac{3}{5}$

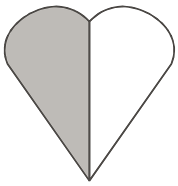
a)



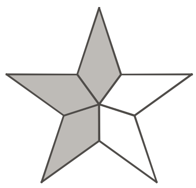
b)



c)



d)



43. Encuentra la fracción irreducible de las siguientes:

a) $\frac{25}{10}$ b) $\frac{960}{800}$ c) $\frac{444}{333}$ d) $\frac{336}{2156}$

a) $\frac{25:5}{10:5}=\frac{5}{2}$

b) $\frac{960:10}{800:10}=\frac{96}{80}=\frac{96:8}{80:8}=\frac{12}{10}=\frac{12:2}{10:2}=\frac{6}{5}$

c) $\frac{444:111}{333:111}=\frac{4}{3}$

d) $\frac{336:4}{2156:4}=\frac{84}{539}=\frac{84:7}{539:7}=\frac{12}{77}$

44. Compara estos pares de fracciones y coloca entre cada uno de ellos uno de estos signos: =, <, >.

a) $\frac{11}{16}\bullet\frac{7}{12}$ b) $\frac{1}{88}\bullet\frac{7}{89}$ c) $\frac{8}{12}\bullet\frac{6}{9}$ d) $\frac{87}{88}\bullet\frac{88}{89}$

a) $\frac{11}{16}=\frac{33}{48}$; $\frac{7}{12}=\frac{28}{48}$; $\frac{33}{48}>\frac{28}{48}\Rightarrow\frac{11}{16}>\frac{7}{12}$

b) $\frac{1}{88}=\frac{89}{7832}$; $\frac{7}{89}=\frac{616}{7832}$; $\frac{89}{7832}<\frac{616}{7832}\Rightarrow\frac{1}{88}<\frac{7}{89}$

c) $\frac{8}{12}=\frac{24}{36}$; $\frac{6}{9}=\frac{24}{36}$; $\frac{8}{12}=\frac{6}{9}$

d) $\frac{87}{88}=\frac{7743}{7832}$; $\frac{88}{89}=\frac{7744}{7832}$; $\frac{7743}{7832}<\frac{7744}{7832}\Rightarrow\frac{87}{88}<\frac{88}{89}$

45. Si dos fracciones tienen el mismo numerador, ¿cuál es mayor?

La que tenga menor denominador.

46. Deduce qué números faltan en las siguientes igualdades y completa en tu cuaderno:

a) $\frac{5}{6}$ **de 738** $=\bullet$ c) $\frac{7}{6}$ **de** $\bullet=\frac{5}{3}$ e) $\frac{2}{9}$ **de** $\frac{3}{4}=\bullet$

b) $\frac{\bullet}{\bullet}$ **de 965** $=$ **579** d) $\frac{7}{8}$ **de** $\bullet=$ **2275** f) $\bullet$ **de** $\frac{2}{11}=\frac{3}{7}$

a) $\bullet=\frac{5\cdot\cancel{738}}{\cancel{6}}=5\cdot123=615$

b) $\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{579}{965}=\frac{3}{5}$

c) $\bullet=\frac{5}{3}:\frac{7}{6}=\frac{5}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{6}}{7}=\frac{5\cdot2}{7}=\frac{10}{7}$

d) $\bullet=2275:\frac{7}{8}=\cancel{2275}\cdot\frac{8}{\cancel{7}}=325\cdot8=2600$

e) $\bullet=\frac{\cancel{2}}{\cancel{9}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}=\frac{1}{3\cdot2}=\frac{1}{6}$

f) $\bullet=\frac{3}{7}:\frac{2}{11}=\frac{3}{7}\cdot\frac{11}{2}=\frac{33}{14}$

47. ¿Cuántas manzanas hay en un cesto si al distribuirlas entre seis personas, la primera recibe un tercio del total, la segunda un cuarto, la tercera un quinto, la cuarta un octavo, la quinta recibe diez manzanas, y queda aún una manzana para la sexta persona?

Lo que reciben las cuatro primeras personas es $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{8}=\frac{109}{120}$

La fracción que reciben la 5ª y 6ª personas es, por tanto, $1-\frac{109}{120}=\frac{11}{120}$

Y esta fracción del total es igual a las 11 manzanas que reciben entre los dos: $\frac{11}{120}\cdot\text{total}=11\Rightarrow\text{total}=120$

48. De un depósito que contenía 4500 litros de agua se extraen 300 litros y, posteriormente, $\frac{3}{4}$.del resto. ¿Qué cantidad de agua queda en el depósito?

Primero se extraen 300 L $\Rightarrow$ quedan 4500 – 300 = 4200 L

Luego se extraen $\frac{3}{4}$ de 4200 L $\Rightarrow$ queda $\frac{1}{4}$ de 4200 L = 1050 L

49. En una clase de 3º ESO han aprobado 4 de cada 5 alumnos. ¿Cuántos suspensos ha habido si en total hay 35 estudiantes?

Esto quiere decir que la fracción que ha aprobado es $\frac{4}{5}$ $\Rightarrow$ la fracción que ha suspendido es $\frac{1}{5}$.

En el total de la clase esto supone: $\frac{1}{5}$ de 35 estudiantes $= \frac{1}{5}\cdot 35$ = 7 estudiantes.

50. Como bien sabes, un día está dividido en 24 horas.

a) ¿Qué fracción de día ha transcurrido hasta las 6 horas?

b) ¿Y hasta las 16 horas?

c) Ahora piensa en una semana normal (cinco días lectivos y dos festivos). ¿Qué fracción de semana pasas en tu centro educativo?

d) ¿Qué fracción de tu vida, aproximadamente, pasarás durmiendo?

a) $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$

c) Respuesta abierta. Hay que calcular qué fracción supone la jornada escolar en el total de la semana. Por ejemplo, si un alumno pasa 8 horas en su centro educativo, la facción que se pide es: $\frac{8\cdot 5}{24\cdot 7} = \frac{\cancel{8}\cdot 5}{\cancel{24}\cdot 7} = \frac{5}{21}$

d) Respuesta abierta. Depende de cuánto duerma cada uno, la fracción tendrá un valor u otro. Por ejemplo, si una persona duerme 8 horas al día pasará $\frac{8}{24} = \frac{\cancel{8}}{\cancel{24}} = \frac{1}{3}$ de su vida durmiendo.

51. En una reunión hay 182 hombres, es decir, $\frac{2}{9}$.del total. ¿Cuántas mujeres hay en dicha reunión?

Si $\frac{2}{9}$ del total son 182 $\Rightarrow$ $\frac{1}{9}$ del total serán 91 $\Rightarrow$ el total será $9\cdot 91 = 819$ personas.

52. Actividad resuelta

53. La fracción $\frac{k}{187}$.está comprendida entre $\frac{7}{17}$ y $\frac{8}{17}$ y además *k* es múltiplo de 13. ¿Cuánto vale *k*?

$\frac{7}{17} = \frac{77}{187}$ y $\frac{8}{17} = \frac{88}{187}$

La fracción que buscamos está comprendida entre $\frac{77}{187}$ y $\frac{88}{187}$, es decir que las candidatas son $\frac{78}{187}, \frac{79}{187}, \frac{80}{187}, \frac{81}{187},\ldots$ De todas ellas, buscaremos aquella que su numerador sea múltiplo de 13. La fracción que buscamos es $\frac{78}{187}$.

54. Si sumo 12 al numerador y al denominador de una fracción, la nueva fracción es el doble que la primera. ¿En qué fracción estoy pensando? Te daré una pista buenísima: el numerador es 3.

Llamamos $\frac{a}{b}$ a la fracción que buscamos. La condición del problema dice que $\frac{a+12}{b+12}=2\cdot\frac{a}{b}$.

Además la pista nos dice que $a=3$. La condición queda entonces $\frac{3+12}{b+12}=2\cdot\frac{3}{b}\Rightarrow\frac{15}{b+12}=\frac{6}{b}$.

Haciendo el producto en cruz de estas fracciones tenemos la ecuación $15\cdot b=6\cdot(b+12)\Rightarrow 15b=6b+72\Rightarrow$

$9b=72\Rightarrow b=\frac{72}{9}=8$. La fracción que estamos buscando es $\frac{3}{8}$.

55. Si cada • simboliza una cifra, completa las igualdades:

a) $\frac{\bullet\bullet 8}{33\bullet}=\frac{4}{5}$ **b)** $\frac{\bullet 72}{72}=\frac{\bullet\bullet}{12}$ **c)** $\frac{126}{8\bullet}=\frac{21}{\bullet\bullet}$ **d)** $\frac{13\bullet}{2\bullet}=\frac{\bullet 5}{23}$

a) $\frac{4}{5}\cdot\frac{66}{66}=\frac{268}{335}$ b) $\frac{62}{12}\cdot\frac{6}{6}=\frac{372}{72}$ c) $\frac{21}{14}\cdot\frac{6}{6}=\frac{126}{84}$ d) No tiene solución.

56. Realiza estas operaciones:

a) $\frac{3}{20}-\frac{7}{8}-\frac{8}{3}$

b) $\left(\frac{5}{6}-2\right):\left(\frac{8}{3}-1\right)$

c) $5\cdot\left(\frac{2}{15}+\frac{7}{20}\right)-\frac{3}{10}$

d) $-\frac{5}{18}\cdot\left(\frac{4}{6}+\frac{2}{9}\right)$

e) $\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)^2$

f) $\frac{9}{8}+\frac{7}{6}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}$

g) $\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{5}\right):\frac{5}{4}$

h) $-\frac{40}{5}:\frac{16}{2}+\frac{60}{5}$

a) $\frac{3}{20}-\frac{7}{8}-\frac{8}{3}=\frac{18}{120}-\frac{105}{120}-\frac{320}{120}=-\frac{407}{120}$

b) $\left(\frac{5}{6}-2\right):\left(\frac{8}{3}-1\right)=\left(\frac{5}{6}-\frac{12}{6}\right):\left(\frac{8}{3}-\frac{3}{3}\right)=-\frac{7}{6}:\frac{5}{3}=-\frac{7\cdot\cancel{3}}{\cancel{6}\cdot 5}=\frac{7}{10}$

c) $5\cdot\left(\frac{2}{15}+\frac{7}{20}\right)-\frac{3}{10}=5\cdot\left(\frac{8}{60}+\frac{21}{60}\right)-\frac{3}{10}=\cancel{5}\cdot\frac{29}{\cancel{60}}-\frac{3}{10}=\frac{29}{12}-\frac{3}{10}=\frac{145}{60}-\frac{18}{60}=\frac{127}{60}$

d) $-\frac{5}{18}\cdot\left(\frac{4}{6}+\frac{2}{9}\right)=-\frac{5}{18}\cdot\left(\frac{12}{18}+\frac{4}{18}\right)=-\frac{5}{18}\cdot\frac{\cancel{16}}{\cancel{18}}=-\frac{5}{\cancel{18}}\cdot\frac{\cancel{8}}{9}=-\frac{5}{9}\cdot\frac{4}{9}=-\frac{20}{81}$

e) $\left(\frac{5}{8}-\frac{3}{4}\right)^2=\left(\frac{5}{8}-\frac{6}{8}\right)^2=\left(-\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$

f) $\frac{9}{8}+\frac{7}{6}+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}=\frac{27}{24}+\frac{28}{24}+\frac{30}{24}+\frac{36}{24}=\frac{121}{24}$

g) $\left(\frac{3}{8}-\frac{7}{5}\right):\frac{5}{4}=\left(\frac{15}{40}-\frac{56}{40}\right):\frac{5}{4}=-\frac{41}{40}:\frac{5}{4}=-\frac{41}{\cancel{40}}\cdot\frac{\cancel{4}}{5}=-\frac{41}{10\cdot 5}=-\frac{41}{50}$

h) $-\frac{\cancel{40}}{\cancel{5}}:\frac{\cancel{16}}{\cancel{2}}+\frac{\cancel{60}}{\cancel{5}}=-8:8+12=-1+12=11$

57. Indica cuál de las siguientes expresiones no es igual a $\frac{3}{4}$

a) $\frac{3+3}{4+4}$ c) $\frac{3^2}{4^2}$ e) $\frac{3\cdot 2}{4\cdot 2}$

b) $\frac{15}{20}$ d) $\frac{3:2}{4:2}$ f) $\frac{3+2}{4+2}$

a) $\frac{3+3}{4+4}=\frac{3\cdot\cancel{2}}{4\cdot\cancel{2}}=\frac{3}{4}$ c) $\frac{3^2}{4^2}=\frac{3\cdot 3}{4\cdot 4}=\frac{9}{16}\neq\frac{3}{4}$ e) $\frac{3\cdot\cancel{2}}{4\cdot\cancel{2}}=\frac{3}{2}$

b) $\frac{15}{20}=\frac{3\cdot\cancel{5}}{4\cdot\cancel{5}}=\frac{3}{4}$ d) $\frac{3:2}{4:2}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{2}}=\frac{3\cdot\cancel{2}}{4\cdot\cancel{2}}=\frac{3}{4}$ f) $\frac{3+2}{4+2}=\frac{5}{6}\neq\frac{3}{4}$

58. Realiza las siguientes operaciones sin usar calculadora, pero sabiendo que los resultados desordenados son: -3, -2, -1, 0, 1 y 2.

a) $1-\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)\cdot 6$ c) $15\cdot 0{,}6-7$ e) $1-(1-3)^2$

b) $6-(5-4)-(3\cdot 2-1)$ d) $\frac{3}{2}-\frac{9}{4}-\frac{5}{4}$ f) $(1{,}2-1{,}02)\cdot 5+0{,}1$

a) $1-\left(\frac{5}{6}-\frac{1}{2}\right)\cdot 6=1-\left(\frac{5\cdot\cancel{6}}{\cancel{6}}-\frac{1\cdot\cancel{6}}{\cancel{2}}\right)=1-(5-3)=1-2=-1$

b) $6-(5-4)-(3\cdot 2-1)=6-1-(6-1)=6-1-5=0$

c) $15\cdot 0{,}6-7=15\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{10}}-7=\cancel{15}\cdot\frac{3}{\cancel{5}}-7=3\cdot 3-7=9-7=2$

d) $\frac{3}{2}-\frac{9}{4}-\frac{5}{4}=\frac{3}{2}-\frac{\cancel{14}}{\cancel{4}}=\frac{3}{2}-\frac{7}{2}=-\frac{4}{2}=-2$

e) $1-(1-3)^2=1-(-2)^2=1-4=-3$

f) $(1{,}2-1{,}02)\cdot 5+0{,}1=\left(\frac{12}{10}-\frac{102}{100}\right)\cdot 5+\frac{1}{10}=\left(\frac{120}{100}-\frac{102}{100}\right)\cdot 5+\frac{1}{10}=\frac{18}{\cancel{100}}\cdot\cancel{5}+\frac{1}{10}=\frac{\cancel{18}}{\cancel{20}}+\frac{1}{10}=\frac{9}{10}+\frac{1}{10}=1$

59. Copia en tu cuaderno y escribe una solución en las igualdades siguientes.

a) $\frac{3}{4}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{15}{21}$ b) $\frac{\bullet}{4}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}=-\frac{7}{24}$ c) $\frac{2}{7}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{33}{21}$ d) $\frac{2}{11}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}\cdot\frac{\bullet}{\bullet}=\frac{18}{5}$

a) Respuesta abierta, por ejemplo: $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{3}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{7}\cdot\frac{5}{3}=\frac{15}{21}$

b) Respuesta abierta, por ejemplo: $\frac{1}{4}\cdot\frac{(-7)}{3}\cdot\frac{1}{2}=-\frac{7}{24}$

c) Respuesta abierta, por ejemplo: $\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{11}{3}=\frac{\cancel{2}}{7}\cdot\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{11}{3}=\frac{33}{21}$

d) Respuesta abierta, por ejemplo: $\frac{2}{11}\cdot\frac{44}{5}\cdot\frac{9}{4}=\frac{2}{\cancel{11}}\cdot\frac{\cancel{44}}{5}\cdot\frac{9}{4}=\frac{2}{1}\cdot\frac{\cancel{4}}{5}\cdot\frac{9}{\cancel{4}}=\frac{18}{5}$

60. Copia en tu cuaderno y escribe una solución en las igualdades siguientes.

a) $\frac{1}{2}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{20}=\frac{1}{5}$ b) $\frac{7}{6}+\frac{2}{\bullet}+\frac{\bullet}{\bullet}=-\frac{3}{10}$ c) $\frac{1}{3}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{1}{\bullet}=\frac{11}{18}$ d) $\frac{19}{20}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{5}=\frac{14}{15}$

Respuesta modelo:

a) $\frac{1}{2}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{20}=\frac{1}{5}\Rightarrow\frac{10}{20}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{20}=\frac{4}{20}\Rightarrow\frac{10}{20}+\frac{1}{20}+\frac{-7}{20}=\frac{4}{20}\Rightarrow\frac{1}{2}+\frac{\boxed{1}}{\boxed{20}}+\frac{\boxed{-7}}{20}=\frac{1}{5}$

b) $\frac{7}{6}+\frac{2}{\bullet}+\frac{\bullet}{\bullet}=-\frac{3}{10}\Rightarrow\frac{35}{30}+\frac{2}{\bullet}+\frac{\bullet}{\bullet}=-\frac{9}{30}\Rightarrow\frac{35}{30}+\frac{2}{30}+\frac{-46}{30}=-\frac{9}{30}\Rightarrow\frac{7}{6}+\frac{2}{\boxed{30}}+\frac{\boxed{-46}}{\boxed{30}}=-\frac{3}{10}$

c) $\frac{1}{3}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{1}{\bullet}=\frac{11}{18}\Rightarrow\frac{6}{18}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{1}{\bullet}=\frac{11}{18}\Rightarrow\frac{6}{18}+\frac{4}{18}+\frac{1}{18}=\frac{11}{18}\Rightarrow\frac{1}{3}+\frac{\boxed{4}}{\boxed{18}}+\frac{1}{\boxed{18}}=\frac{11}{18}$

d) $\frac{19}{20}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{5}=\frac{14}{15}\Rightarrow\frac{57}{60}+\frac{\bullet}{\bullet}+\frac{\bullet}{60}=\frac{56}{60}\Rightarrow\frac{57}{60}+\frac{-13}{60}+\frac{12}{60}=\frac{56}{60}\Rightarrow\frac{19}{20}+\frac{\boxed{-13}}{\boxed{60}}+\frac{\boxed{1}}{5}=\frac{14}{15}$

61. Actividad resuelta

62. Calcula $\left(1-\frac{1}{3}\right)^2:\left(1+\frac{1}{2}\right)^3$.

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)^2:\left(1+\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\right)^2:\left(\frac{2}{2}+\frac{1}{2}\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{3}{2}\right)^3=\frac{2^2}{3^2}:\frac{3^3}{2^3}=\frac{2^2}{3^2}\cdot\frac{2^3}{3^3}=\frac{2^5}{3^5}$$

63. Realiza estas cuatro operaciones con fracciones, dando el resultado en forma de fracción irreducible.

a) $2+\left(1+\frac{1}{3}\right)^2$ b) $\frac{3}{2}:\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)$ c) $\left(1+\frac{1}{3}\right)^3$ d) $\left(2-\frac{1}{2}\right)^2:\left(1+\frac{2}{3}\right)$

a) $2+\left(1+\frac{1}{3}\right)^2=2+\left(\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\right)^2=2+\left(\frac{4}{3}\right)^2=2+\frac{16}{9}=\frac{18}{9}+\frac{16}{9}=\frac{34}{9}$

b) $\frac{3}{2}:\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{2}:\left(\frac{6}{4}-\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{2}:\frac{5}{4}=\frac{3}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{4}}{5}=\frac{6}{5}$

c) $\left(1+\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{3}{3}+\frac{1}{3}\right)^3=\left(\frac{4}{3}\right)^3=\frac{4^3}{3^3}=\frac{64}{27}$

d) $\left(2-\frac{1}{2}\right)^2:\left(1+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{4}{2}-\frac{1}{2}\right)^2:\left(\frac{3}{3}+\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2:\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{3^2}{2^2}\cdot\frac{3}{5}=\frac{27}{20}$

64. La fracción $\frac{61}{40}$ puede escribirse en cascada de esta forma: $\frac{61}{40}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{a}{b}}}$, donde la fracción $\frac{a}{b}$ es irreducible. ¿Cuál es el valor de $a+b$?

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{a}{b}}}=1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{\frac{b+a}{b}}}=1+\cfrac{1}{1+\frac{b}{b+a}}=1+\cfrac{1}{\frac{b+a+b}{b+a}}=1+\cfrac{1}{\frac{2b+a}{b+a}}=1+\frac{b+a}{2b+a}=\frac{2b+a+b+a}{2b+a}=\frac{2a+3b}{2b+a}$$

Este resultado tiene que ser igual a $\frac{61}{40}\Rightarrow\frac{2a+3b}{2b+a}=\frac{61}{40}\Rightarrow\begin{cases}2a+3b=61\\ a+2b=40\end{cases}$

Al resolver este sistema de ecuaciones se obtiene que $a=2$ y $b=19$.

65. Si *p, q, r* son enteros positivos y $p+\cfrac{1}{q+\cfrac{1}{r}}=\frac{25}{19}$, ¿cuánto vale el producto $p\cdot q\cdot r$?

Operamos con las letras: $p+\cfrac{1}{q+\cfrac{1}{r}}=p+\cfrac{1}{\cfrac{qr+1}{r}}=p+\frac{r}{qr+1}=\frac{p\cdot(qr+1)+r}{qr+1}=\frac{pqr+pq+r}{qr+1}$

Este resultado tiene que ser igual a $\frac{25}{19}\Rightarrow\frac{pqr+p+r}{qr+1}=\frac{25}{19}\Rightarrow\begin{cases}pqr+p+r=25\\ qr+1=19\Rightarrow qr=18\end{cases}$

Como $qr = 18$, la primera ecuación del sistema queda: $18p+p+r=25\Rightarrow 19p+r=25\Rightarrow p=\frac{25-r}{19}$

Construimos todas las posibilidades para que se cumpla: $\begin{cases}q\cdot r=18\\ p=\frac{25-r}{19}\end{cases}$

q	***r***	***p***
1	18	$\frac{25-18}{19}=\frac{7}{19}$
2	9	$\frac{25-9}{19}=\frac{16}{19}$
3	6	$\frac{25-6}{19}=\frac{19}{19}=1$
6	3	$\frac{25-3}{19}=\frac{22}{19}$
9	2	$\frac{25-2}{19}=\frac{23}{19}$
18	1	$\frac{25-1}{19}=\frac{24}{19}$

66. Sin realizar la división, explica si las siguientes fracciones dan lugar a decimales exactos o decimales periódicos:

a) $\frac{14}{8}$ **b)** $\frac{62}{12}$ **c)** $\frac{34}{42}$ **d)** $\frac{99}{55}$

a) Solo contiene factores 2 en el denominador $\Rightarrow$ decimal exacto.

b) Contiene factores 2 y 3 en el denominador $\Rightarrow$ decimal periódico mixto

c) Contiene factores 2, 3 y 7 en el denominador $\Rightarrow$ decimal periódico mixto

d) Contiene factores 5 y 11 en el denominador $\Rightarrow$ decimal periódico mixto

67. Completa la siguiente tabla observando cómo hemos rellenado la primera fila:

Tipo de número decimal	Decimal	Fracción	¿Racional o irracional?
Exacto	**4,50**	$\frac{9}{2}$	**Racional**
•••	•••	$\frac{5}{6}$	•••
•••	**3,010203…**	•••	•••
Periódico mixto	•••	•••	•••
•••	**5,28585…**	•••	•••
•••	•••	$\frac{145}{7}$	•••
•••	•••	•••	**Irracional**

Tipo de número decimal	Decimal	Fracción	¿Racional o irracional?
Exacto	4,50	$\frac{9}{2}$	Racional
Periódico mixto	0,833333…	$\frac{5}{6}$	Racional
Infinito no periódico	3,010203…	No tiene	Irracional
Periódico mixto	Por ejemplo: 1,23444444…	$\frac{1111}{900}$	Racional
Periódico mixto	5,28585…	$\frac{5233}{990}$	Racional
Periódico puro	20,714285714285…	$\frac{145}{7}$	Racional
Por ejemplo $\sqrt{11}$	3,31662479…	No tiene	Irracional

68. Si fuera posible, escribe en forma de fracción estos números:

a) **0,122333444…**

b) $\sqrt{8,5}$

c) **3,999**

d) $25,62\widehat{5}$

e) $0,\widehat{04}$

f) $9,\widehat{9}$

a) No es posible, es irracional

b) No es posible, es irracional

c) $\frac{3999}{1000}$

d) $\frac{23063}{900}$

e) $\frac{4}{99}$

f) $\frac{90}{9} = 10$

69. Calcula la fracción equivalente a 0,25252525….

$$0,25252525... = \frac{25}{99}$$

70. Calcula $2,\widehat{8} : 1,\widehat{3}$.

$$2,\widehat{8} : 1,\widehat{3} = \frac{28-2}{9} : \frac{13-1}{9} = \frac{26}{9} : \frac{12}{9} = \frac{26}{\cancel{9}} \cdot \frac{\cancel{9}}{12} = \frac{\cancel{26}}{\cancel{12}} = \frac{13}{6}$$

71. Actividad resuelta

72. En el desarrollo decimal de $\frac{181}{37}$, cuando tengas que escribir el decimal número 500, ¿qué decimal escribirás?

$\frac{181}{37} = 4{,}891891891...$, que es un decimal periódico puro con tres cifras en su periodo.

Como 500 = 166 · 3 + 2, para llegar a la cifra 500 de los decimales, tendremos que escribir 168 veces el periodo completo y dos cifras más, es decir el 8 y el 9. Por tanto la cifra 500 de los decimales será un 9.

73. Calcula estos valores absolutos:

a) $|1-9|$ **b)** $|30-12|$ **c)** $|9-1|$ **d)** $|12-30|$

a) $|1-9| = |-10| = 10$

c) $|9-1| = |8| = 8$

b) $|30-12| = |18| = 18$

d) $|12-30| = |-18| = 18$

74. Calcula estas operaciones en las que intervienen valores absolutos:

a) $5-|5|$ **c)** $-|-(-1)|+1$ **e)** $-5-|-5|$ **g)** $|3-2\cdot 3|-|-6|$

b) $|3+|-5||$ **d)** $|-1{,}25|\cdot|1-5|$ **f)** $||-3|-(-5)|$ **h)** $||7-7|\cdot|-3{,}4567||$

a) $5-|5| = 5-5 = 0$

e) $-5-|-5| = -5-5 = -10$

b) $|3+|-5|| = |3+5| = |8| = 8$

f) $||-3|-(-5)| = |3+5| = |8| = 8$

c) $-|-(-1)|+1 = -|1|+1 = -1+1 = 0$

g) $|3-2\cdot 3|-|-6| = |3-6|-6 = |-3|-6 = 3-6 = -3$

d) $|-1{,}25|\cdot|1-5| = |1{,}25|\cdot|-4| = 1{,}25\cdot 4 = 5$

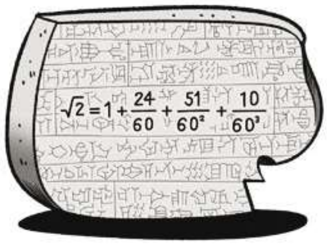
h) $||7-7|\cdot|-3{,}4567|| = |0\cdot 3{,}4567| = |0| = 0$

75. Al medir una cabeza de tornillo con una regla, se obtiene una medida de 0,7 cm, pero al medirla con un calibre se obtienen una medida de 0,68 cm. ¿Qué error absoluto se comete con la regla? ¿Y relativo?.

$E_{absoluto} = |0{,}7-0{,}68| = |0{,}02| = 0{,}02$

$E_{relativo} = \frac{|0{,}7-0{,}68|}{0{,}68} = \frac{0{,}02}{0{,}68} = 0{,}0294117... \simeq 3\%$

76. En una tablilla babilónica del segundo milenio a.C. aparece esta aproximación de $\sqrt{2}$:



a) **Con ayuda de la calculadora indica cuántos decimales correctos tiene esa aproximación.**

b) **¿Qué error relativo se comete con esta aproximación?**

a) $\sqrt{2} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{17}{1200} + \frac{1}{21600} = 1{,}414212963...$

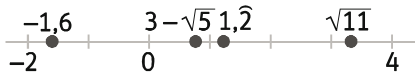
El valor que obtenemos con la calculadora es $\sqrt{2} = 1{,}414213562...$

Por tanto, la aproximación babilónica tiene 5 decimales correctos.

b) $E_{relativo} = \frac{|1{,}414212963... - \sqrt{2}|}{\sqrt{2}} = 0{,}00000042382... \simeq \frac{4}{10^7} = \frac{4}{10000000}$

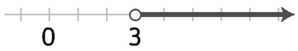
77. Toma como unidad el segmento que quieras y dibuja en tu cuaderno la recta real. A continuación señala sobre ella dónde se encuentran estos números:

–1,6 **$1{,}\hat{2}$** **$\sqrt{11}$** **$3-\sqrt{5}$**



78. Los siguientes conjuntos numéricos representan intervalos o semirrectas. ¿Cuáles son?

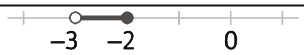
a) $\{x \in \mathbb{R} : 3 < x \leq 10\}$ **c)** $\{x \in \mathbb{R} : x < 0\}$ **e)** $\{x \in \mathbb{R} : x \geq -8\}$

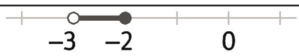
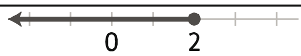
b)  **d)**  **f)** 

a) Intervalo: $(3, 10]$ **c)** Semirrecta: $(-\infty, 0)$ **e)** Semirrecta: $[-8, \infty)$

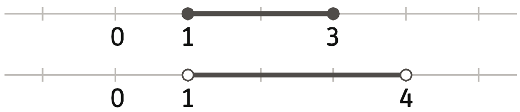
b) Intervalo: $[-1, 7)$ **d)** Semirrecta: $(3, \infty)$ **f)** Intervalo: $(-9, -4]$

79. Completa la tabla en tu cuaderno.

•••	•••	$[1, 6]$
•••		•••
$x \leq 2$	•••	•••
•••	•••	$(-1, \infty)$

$1 \leq x \leq 6$		$[1, 6]$
$-3 < x \leq -2$		$(-3, -2]$
$x \leq 2$		$(-\infty, 2]$
$x > -1$		$(-1, \infty)$

80. Representa sobre la recta real estos dos intervalos mediante dos segmentos de diferente color: $(1, 4)$ y $[1, 3]$. ¿Qué intervalo es la intersección de los dos anteriores? Es decir, ¿qué intervalo es el segmento que tiene los dos colores?



El intervalo intersección es $(1, 3]$.

81. ¿Cuál es el mayor valor posible de la fracción $\frac{3A+B}{4C-D}$, si los números *A, B, C, D* son distintos y pertenecientes al conjunto $\{1, 3, 5, 7, 9\}$?

El valor de una fracción es mayor cuanto más grande es su numerador y más pequeño es su denominador. Con los números de los que disponemos el numerador más grande que podemos conseguir es 3 · 9 + 7 = 34, y el denominador más pequeño (positivo) es 4 · 1 – 3 = 1. Así que el valor más alto para la fracción es $\frac{34}{1} = 34$.

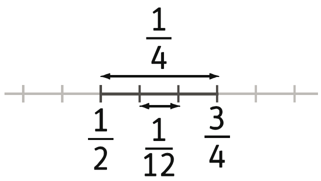
82. En la pantalla de la calculadora cuando calculo $\frac{35}{9}$ aparece este resultado: 3,888888889. Sin embargo, yo se que $\frac{35}{9} = 3,88888... = 3,\overset{\frown}{8}$. ¿Cuál es la explicación?

La calculadora muestra en la pantalla un número limitado de decimales, en este caso 9 decimales. Por eso el último aparece redondeado a 9, ya que la siguiente cifra, que ya no se muestra en pantalla, es un 8.

83. Los cuatro números $\frac{1}{2}$, x, y, $\frac{3}{4}$ están colocados en orden creciente. Si la diferencia entre cada dos consecutivos es constante, ¿cuál es el valor de *y*?

Una forma de resolver este problema es situar $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ en la recta real y medir la longitud del segmento que los separa. Esa longitud será igual a $\left|\frac{3}{4}-\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{1}{4}\right|=\frac{1}{4}$.

Como se ve en el dibujo, en un extremo del segmento se sitúa $\frac{1}{2}$ y en el otro $\frac{3}{4}$.



En el medio tienen que colocarse x e y, de forma que la distancia entre cada dos consecutivos sea la misma.

Es decir, necesitamos dividir la longitud del segmento en tres partes iguales. Cada parte medirá: $\frac{1}{4}:3=\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$.

Luego: $x=\frac{1}{2}+\frac{1}{12}=\frac{7}{12}$ e $y=\frac{7}{12}+\frac{1}{12}=\frac{8}{12}$.

Podemos comprobar que los cuatro números son equidistantes si los expresamos como fracciones de denominador 12:

$\frac{1}{2}=\frac{6}{12}$; $x=\frac{7}{12}$; $y=\frac{8}{12}$; $\frac{3}{4}=\frac{9}{12}$

84. De las siguientes cuatro fracciones, ¿cuál es un múltiplo entero de $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{14}$ y $\frac{10}{21}$?

a) $\frac{7}{30}$ **b)** $\frac{7}{15}$ **c)** $\frac{15}{7}$ **d)** $\frac{30}{7}$

a) $\frac{7}{30}:\frac{6}{7}=\frac{7\cdot 7}{30\cdot 6}$ que no es un número entero, luego $\frac{7}{30}$ no es múltiplo entero de $\frac{6}{7}$.

b) $\frac{7}{15}:\frac{6}{7}=\frac{7\cdot 7}{15\cdot 6}$ que no es un número entero, luego $\frac{7}{15}$ no es múltiplo entero de $\frac{6}{7}$.

c) $\frac{15}{7}:\frac{6}{7}=\frac{\cancel{15}\cdot\cancel{7}}{\cancel{7}\cdot\cancel{6}}=\frac{5}{2}$ que no es un número entero, luego $\frac{15}{7}$ no es múltiplo entero de $\frac{6}{7}$.

d) $\frac{30}{7}:\frac{6}{7}=\frac{\cancel{30}\cdot\cancel{7}}{\cancel{7}\cdot\cancel{6}}=5$; $\frac{30}{7}:\frac{5}{14}=\frac{\cancel{30}\cdot\cancel{14}}{\cancel{7}\cdot\cancel{5}}=12$; $\frac{30}{7}:\frac{10}{21}=\frac{\cancel{30}\cdot\cancel{21}}{\cancel{7}\cdot\cancel{10}}=9$

$\frac{30}{7}$ es múltiplo entero de $\frac{6}{7}$, de $\frac{5}{14}$ y de $\frac{10}{21}$.

85. Arturo, Bernardo y Carlos han comprado 4800 sellos. Los que compró Arturo equivalen a un tercio de los que compró Bernardo y a un cuarto de los que compró Carlos. ¿Cuántos sellos compró cada uno?

Si Arturo ha comprado x sellos y eso es un tercio de los que compró Bernardo, quiere decir que Bernardo compró $3x$ sellos. Y si es un cuarto de lo que compró Carlos, quiere decir que Carlos compró $4x$ sellos. Y podemos escribir los que compraron entre todos así:

$x+3x+4x=4800\Rightarrow 8x=4800\Rightarrow x=600$

Arturo compró 600 sellos, Bernardo 1800 sellos y Carlos 2400 sellos.

86. Ernesto sube un collado con velocidad uniforme. A las 14:00 ha hecho un sexto de la subida y a las 16:00 ya ha hecho tres cuartos de la subida. ¿Qué fracción de la subida había hecho a las 15:00?.

A las 15:00 habrá subido la diferencia entre lo que ha subido a las 16:00 menos lo que ha subido a las 14:00 entre dos, es decir: $\frac{\frac{3}{4}-\frac{1}{6}}{2}=\frac{\frac{9}{12}-\frac{2}{12}}{2}=\frac{\frac{7}{12}}{2}=\frac{7}{12\cdot 2}=\frac{7}{24}$.

87. Actividad resuelta

88. Calcula el siguiente producto formado por 98 factores: $\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)...\left(1+\frac{1}{98}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)$

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{4}\right)...\left(1+\frac{1}{98}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{99}\right)=\frac{3}{2}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{5}{4}...\frac{99}{98}\cdot\frac{100}{99}=\frac{\cancel{3}}{2}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{4}}...\frac{\cancel{99}}{\cancel{98}}\cdot\frac{100}{\cancel{99}}=\frac{100}{2}=50$$

89. En la presentación de la nueva pizza Revolutum, cada uno de los 49 pizzeros comerá $\frac{1}{5}$ de pizza. ¿Cuántas pizzas habrá que elaborar?

Entre todos los *pizzeros* se comerán $49\cdot\frac{1}{5}=\frac{49}{5}=9+\frac{4}{5}$ *pizzas*, por lo que habrá que preparar 10 pizzas.

90. Los ingredientes para elaborar un salmorejo para seis personas, según la receta de una web de cocina, son:

- **150 ml de aceite de oliva**
- **1 kg de tomates rojos**
- **200 gr de pan duro**
- **1 diente de ajo**
- **10 gr de sal**

¿Qué cantidades se necesitan para elaborar un salmorejo para ocho personas?

Como la receta está pensada para 6 personas, podemos dividir entre 6 cada ingrediente y averiguaremos la cantidad de cada ingrediente por comensal. Si luego queremos preparar la receta para 8 personas, multiplicaremos la cantidad obtenida por 8. Utilizando fracciones, podemos hacer estas dos operaciones en un solo paso multiplicando cada ingrediente por $\frac{8}{6}$:

Ingrediente	Cantidad para 6 personas	Cantidad para 8 personas
Aceite de oliva	150 ml	$150\cdot\frac{8}{6}=200$ ml
Tomates rojos	1 kg = 1000 g	$1000\cdot\frac{8}{6}=1333{,}33...\simeq 1333$ g
Pan duro	200 g	$200\cdot\frac{8}{6}=266{,}66...\simeq 267$ g
Ajo	1 diente	$\frac{8}{6}=\frac{4}{3}=1+\frac{1}{3}$
Sal	10 g	$10\cdot\frac{8}{6}=13{,}333...\simeq 13$ g

91. Alicia ahorra cada semana $\frac{3}{4}$ de su paga. Si consigue ahorrar 312 € al año, ¿cuál es la paga semanal de Alicia?

Si consideramos que el año tiene 52 semanas, lo que ahorra Alicia cada semana es $\frac{312}{52}=6$ €. Y eso supone $\frac{3}{4}$ de su paga.

Un cuarto de su paga será 6 € : 3 = 2 €, y la paga entera 2€ · 4 = 8 €.

92. Para ir de su casa al museo del Prado, Jimena ha de coger dos líneas de metro. En la línea 9 recorre $\frac{17}{20}$ del trayecto. Luego coge la línea 2 y realiza $\frac{2}{3}$ de lo que le queda de camino. Si al final tiene que andar 200 m para llegar al museo. ¿Qué distancia recorre en total?

	Recorre	Queda
Línea 9	$\frac{17}{20}$ del camino	$\frac{3}{20}$ del camino
Línea 2	$\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{20}$ del camino	$\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{20}$ del camino
Andando	$\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{20}$ del camino = 200 m	0

Luego $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{20}$ del camino = 200 m $\Rightarrow \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{20} = \frac{1}{20} \Rightarrow \frac{1}{20}$ del camino son 200 m.

El camino entero son: 200 m · 20 = 4000 m = 4 km.

93. Iker va de excursión al campo. En autobús recorre $\frac{13}{15}$ del camino y el resto lo hace andando. Si anduvo 350 m, ¿qué distancia recorrió en total? Expresa el resultado en km.

En autobús recorre $\frac{13}{15}$ del camino $\Rightarrow$ andando recorre $\frac{2}{15}$ del camino que son 350 m $\Rightarrow$

$\frac{1}{15}$ del camino son $\frac{350}{2} = 175$ m $\Rightarrow$ Todo el camino es 15 · 175 m = 2625 m = 2,625 km.

94. Para el examen final de la escuela de magia, Harry tuvo que preparar un enorme caldero con poción de invisibilidad, que está compuesta por:

- **$\frac{2}{5}$ de lluvia de Panamá**
- **$\frac{1}{3}$ de lava del Kilimanjaro**
- **12 litros de zumo de chirimoya**

¿Cuántos litros de poción preparó?

La fracción de zumo de chirimoya que lleva la poción es $1-\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)=1-\left(\frac{6}{15}+\frac{5}{15}\right)=\frac{15}{15}-\frac{11}{15}=\frac{4}{15}$

Y esa fracción es equivalente a 12 litros: $\frac{4}{15}$ de la poción = 12 litros $\Rightarrow \frac{1}{15}$ de la poción = $\frac{12}{4} = 3$ litros $\Rightarrow$ la poción entera = 15 · 3 litros = 45 litros.

95. Los trabajadores de una obra se distribuyen así: la mitad son albañiles; $\frac{3}{10}$ del total con pintores; $\frac{1}{6}$ del total son carpinteros; y los 14 restantes trabajadores son fontaneros. ¿Cuántos pintores hay en esa obra?

La fracción de trabajadores que son fontaneros en esa obra es

$$1-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{10}+\frac{1}{6}\right)=1-\left(\frac{15}{30}+\frac{9}{30}+\frac{5}{30}\right)=1-\frac{29}{30}=\frac{1}{30}$$

$\frac{1}{30}$ de los trabajadores son fontaneros $\Rightarrow \frac{1}{30}$ de los trabajadores = 14 personas.

Los pintores representan una fracción de $\frac{3}{10}$ de los trabajadores = $\frac{9}{30}$ de los trabajadores = 9 · 14 = 126 personas.

96. Los precios del aparcamiento de un aeropuerto son los siguientes:

Precio por minuto	0,041537 €
Máximo diario hasta 4 días	18,75 €
Máximo diario a partir del 5º día	15,00 €

a) ¿Cuál es el precio por estacionar media hora?

b) ¿Cuánto has de pagar si tu estancia ha sido de tres horas?

c) ¿Y si dejas el coche aparcado durante 3 días, 6 horas y 25 minutos?

a) Media hora = 30 minutos $\Rightarrow$ Precio = 30 · 0,041537 = 1,24611 € $\simeq$1,25 €

b) Tres horas = 3 · 60 = 180 minutos $\Rightarrow$ Precio = 180 · 0,041537 = 7,47666 € $\simeq$7,48 €

c) Precio por 3 días, 6 horas y 25 minutos = 3 · 18,75 + 6 · 60 · 0,041537 + 25 · 0,041537 =

= 56,25 + 14,95332 + 1,038425 = 72,241745 €

97. Mi abuela me ha pedido que vaya al mercado a comprar cuarto y mitad de salchichón. Yo no he comprendido bien qué me pedía y ella me lo ha aclarado.

Uf, qué lío. ¿Cuántos gramos de salchichón debo comprar?

Debo comprar $\frac{1}{4}$ de 1 kilo + $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de 1 kilo = $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\right)$ de 1 kilo = $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)$ de 1 kilo = $\left(\frac{2}{8}+\frac{1}{8}\right)$ de 1 kilo =

= $\frac{3}{8}$ de 1 kilo = $\frac{3}{8}\cdot 1000$ gramos = 375 gramos.

98. De un bidón de 48 litros y medio lleno de agua se han sacado 37 frascos de $\frac{3}{4}$ de litro cada uno. Con el agua que queda en el bidón, ¿cuántas botellas de un litro puedo llenar enteras?

Se han sacado $\frac{3}{4}\cdot 37$ litros $\Rightarrow$ quedan $48-\frac{3}{4}\cdot 37=\frac{192}{4}-\frac{111}{4}=\frac{81}{4}$ litros = $20+\frac{1}{4}$ litros.

Se pueden llenar 20 botellas de litro enteras y sobrará $\frac{1}{4}$ de litro en el bidón.

99. En mi jardín hay el doble de claveles que de rosas. La mitad de las rosas son rojas; ninguna rosa está marchita; hay el doble de claveles marchitos que de rosas rojas. ¿Cuál es la fracción de flores marchitas en mi jardín?.

Podemos llamar *x* al número de rosas, y expresar todos los datos en función de *x*, así:

- Número de rosas: *x*
- Rosas rojas: $\frac{x}{2}$; rosas marchitas: 0
- Claveles: 2*x*; claveles marchitos: $\frac{2\cdot x}{2}=x$

Flores marchitas en mi jardín = $\frac{\text{Claveles marchitos}}{\text{Rosas + Claveles}}=\frac{x}{x+2x}=\frac{\cancel{x}}{3\cancel{x}}=\frac{1}{3}$

100. ¿Quién de los dos tiene razón? ¿Por qué?

La fracción de localidades vendidas sobre el total es $\frac{1320}{1650}=\frac{4}{5} \Rightarrow$ quedaron sin vender $\frac{1}{5}$.

La expresión en porcentaje de $\frac{4}{5}$ es $\frac{4}{5}=\frac{80}{100}=80\% \Rightarrow$

Se vendieron el 80% de las localidades. Los dos tienen razón.

101. En una bolsa con canicas, tres quintos del total son canicas azules y el resto rojas. Si duplicamos el número de canicas rojas y mantenemos el número de canicas azules, ¿qué fracción de las canicas serán ahora rojas?

Llamamos x al número total de canicas y expresar los demás datos en función de x:

- Número original de canicas azules: $\frac{3x}{5}$
- Número original de canicas rojas: $\frac{2x}{5}$
- Número final de canicas azules: $\frac{3x}{5}$
- Número final de canicas rojas: $2\cdot\frac{2x}{5}=\frac{4x}{5}$
- Número final de canicas: $\frac{3x}{5}+\frac{4x}{5}=\frac{7x}{5}$
- Fracción final de canicas rojas: $\frac{\frac{2x}{5}}{\frac{7x}{5}}=\frac{2\cdot\cancel{x}\cdot\cancel{5}}{\cancel{5}\cdot\cancel{x}\cdot 7}=\frac{2}{7}$

102. De una sola sentada Juanito se ha comido $\frac{3}{5}$ de sus gominolas y Olivia, $\frac{5}{8}$ de las suyas. Ahora cada uno tiene 18 gominolas y un fuerte dolor de barriga. ¿Cuántas tenían entre los dos antes del atracón?

A Juanito le quedan $\frac{2}{5}$ de sus gominolas, que son 18 $\Rightarrow$ $\frac{1}{5}$ de sus gominolas son $18:2=9 \Rightarrow$ en total tenía $5\cdot 9=45$.

A Olivia le quedan $\frac{3}{8}$ de sus gominolas, que también son 18 $\Rightarrow$ $\frac{1}{8}$ de sus gominolas son $18:3=6 \Rightarrow$ en total tenía $8\cdot 6=48$.

Entre los dos tenían 45 + 48 = 93 gominolas.

103. Paula, Quique, Ramón y Susana se reúnen todos los domingos a jugar al parchís. En lo que va de año Paula ha ganado $\frac{9}{40}$ de las partidas, Quique ha ganado un cuarto de las veces, Ramón $\frac{3}{8}$ y Susana el resto.

a) ¿Qué fracción de las partidas ha ganado Susana?

b) Ordena a los jugadores por orden de ganador a perdedor.

a) Susana ha ganado $1-\left(\frac{9}{40}+\frac{1}{4}+\frac{3}{8}\right)=1-\left(\frac{9}{40}+\frac{10}{40}+\frac{15}{40}\right)=1-\frac{34}{40}=\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$ de las partidas.

b) Para poder comparar las fracciones, calculamos fracciones equivalentes a las dadas todas con el mismo denominador:

Paula: $\frac{9}{40}$ partidas ganadas; Quique: $\frac{1}{4}=\frac{10}{40}$ partidas ganadas

Ramón: $\frac{3}{8}=\frac{15}{40}$ partidas ganadas Susana: $\frac{6}{40}$ partidas ganadas

En orden de ganador a perdedor: Ramón, Quique, Paula y Susana.

104. En una reunión, una de cada tres mujeres y dos de cada cinco hombres son pelirrojos, y hay el doble de hombres que de mujeres. ¿Cuál es la fracción de personas pelirrojas?

Podemos llamar x al número de mujeres, y escribir los demás datos en función de este:

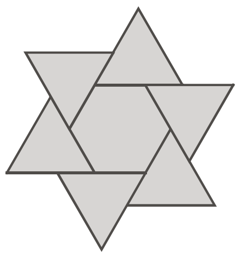
- Número total de mujeres: x
- Número total de mujeres pelirrojas: $\frac{1}{3}$ de $x = \frac{x}{3}$
- Número total de hombres: $2x$
- Número total de hombres pelirrojos: $\frac{2}{5}$ de $2x = \frac{4x}{5}$
- Número total de personas pelirrojas: $\frac{x}{3}+\frac{4x}{5}=\frac{5x}{15}+\frac{12x}{15}=\frac{17x}{15}$
- Número total de personas: $x + 2x = 3x$
- Fracción total de personas pelirrojas: $\frac{\text{Total personas pelirrojas}}{\text{Total personas}}=\frac{\frac{17x}{15}}{3x}=\frac{17\cdot\cancel{x}}{15\cdot 3\cdot\cancel{x}}=\frac{17}{45}$

105. En una clase aprobó el 66 % de los alumnos y en otra, en la que había el doble, aprobó solamente el 57 %. ¿Cuál es el porcentaje de aprobados entre las dos clases?

Podemos llamar x al total de los alumnos de la 1ª clase, y expresar todo lo demás en función de x:

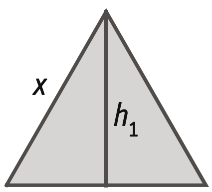
- Número de alumnos aprobados en la 1ª clase: 66% de $x = \frac{66}{100}\cdot x=\frac{66x}{100}$
- Número de alumnos en la 2ª clase: $2x$
- Número de alumnos aprobados en la 2ª clase: 57% de $x = \frac{57}{100}\cdot x=\frac{57x}{100}$
- Total de alumnos en las dos clases: $x + 2x$
- Total de alumnos aprobados en las dos clases: $\frac{66x}{100}+\frac{57x}{100}=\frac{123x}{100}$
- Fracción de alumnos aprobados en las dos clases: $\frac{\text{Total aprobados}}{\text{Total alumnos}}=\frac{\frac{123x}{100}}{3x}=\frac{\cancel{123}\cdot\cancel{x}}{100\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{x}}=\frac{41}{100}$

106. El lado de cada uno de los triángulos equiláteros de la figura es el doble del lado del hexágono regular del centro.



¿Qué fracción del área total de los seis triángulos representa el área del hexágono?

Teniendo en cuenta que un hexágono regular tiene el lado igual al radio, podemos calcular su área como el área de 6 triángulos equiláteros de lado x.



$$A_{\text{hexágono}}=6\cdot A_{\text{triángulo}}=6\cdot\left(\frac{b\cdot h}{2}\right)$$

La base es x, y para hallar la altura del triángulo aplicamos el teorema de Pitágoras al triángulo de la figura.

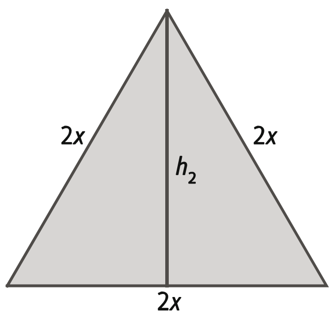
Por tanto, $A_{\text{hexágono}}=6\cdot A_{\text{triángulo}}=6\cdot\left(\frac{x\cdot\frac{\sqrt{3}x}{2}}{2}\right)=6\cdot\frac{\sqrt{3}x^2}{4}=\frac{3\sqrt{3}x^2}{2}$

Para hallar el área de los 6 triángulos equiláteros de lado $2x$, calculamos su altura aplicando el teorema de Pitágoras, al triángulo de la figura.

Por tanto, $A_{6\text{ triángulos}}=6\cdot A_{1\text{ triángulo}}=6\cdot\left(\frac{2x\cdot\sqrt{3}x}{2}\right)=6\cdot\sqrt{3}x^2$

La fracción que queremos calcular es:

$$\frac{A_{\text{hexágono}}}{A_{6\text{ triángulos}}}=\frac{\frac{3\cdot\sqrt{3}x^2}{2}}{6\cdot\sqrt{3}x^2}=\frac{\cancel{3}\cdot\cancel{\sqrt{3}}\cdot\cancel{x^2}}{2\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{\sqrt{3}}\cdot\cancel{x^2}}=\frac{1}{4}$$



107. El método de Carlota para hallar $\frac{2}{5}$ de un número consiste en multiplicar el número por cuatro y después desplazar la coma hacia la izquierda un lugar.

$$\frac{2}{5} \text{ de 8 se calcula de esta manera: } 8 \cdot 4 = 32 \Rightarrow 3{,}2$$

a) Calcula $\frac{2}{5}$ de 30 usando el método normal y el método de Carlota.

b) Explica por qué el método de Carlota es bueno.

c) Encuentra un método análogo al de Carlota para hallar $\frac{1}{5}$ de un número sin necesidad de hacer divisiones.

a) Método normal: $\frac{2}{5}$ de 30 = $\frac{2 \cdot \cancel{30}}{\cancel{5}} = \frac{2 \cdot 6}{1} = 12$

Método de Carlota: 30 · 4 = 120 $\Rightarrow$ 12,0 = 12

b) El método de Carlota es bueno porque $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$, y para aplicar esta fracción a una cantidad tenemos que multiplicar por 4 y dividir entre 10, que es lo mismo que correr la coma un lugar hacia la izquierda.

c) Como $\frac{1}{5} = \frac{2}{10}$, para aplicar esta fracción a una cantidad podemos multiplicar dicha cantidad por 2 y correr la coma hacia la izquierda un lugar (es decir, dividir entre 10).

108. En la fiesta del vals, $\frac{1}{3}$ de los chicos está bailando con $\frac{2}{5}$ de las chicas. ¿Qué fracción de personas no está bailando?

Como bailan el vals, el número de chicos que está bailando es igual al número de chicas bailando:

$\frac{1}{3}$ de chicos = $\frac{2}{5}$ de chicas $\Rightarrow \frac{1}{3} \cdot \text{chicos} = \frac{2}{5} \cdot \text{chicas} \Rightarrow \text{chicos} = 3 \cdot \frac{2}{5} \cdot \text{chicas}$

Si llamamos *x* al número de chicas, podemos expresar todos los datos del problema en función de *x*, así:

- Número de chicas: x
- Número de chicos: $\frac{6}{5} \cdot x$
- Número de chicas que bailan: $\frac{2}{5} \cdot x$
- Número de chicos que bailan: $\frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{6}}{5} \cdot x = \frac{2}{5} \cdot x$ (El mismo número que las chicas que bailan.)
- Número total de personas: $x + \frac{6}{5} \cdot x = \frac{5}{5} \cdot x + \frac{6}{5} \cdot x = \frac{11}{5} \cdot x$
- Número de personas que bailan: $\frac{2}{5} \cdot x + \frac{2}{5} \cdot x = \frac{4}{5} \cdot x$
- Número de personas que no bailan: $1 - \frac{4}{5} \cdot x = \frac{5}{5} \cdot x - \frac{4}{5} \cdot x = \frac{1}{5} \cdot x$
- Fracción de personas que no bailan sobre el total de las personas:

$$\frac{\text{Personas que no bailan}}{\text{Total personas}} = \frac{\frac{1}{5} \cdot x}{\frac{11}{5} \cdot x} = \frac{1 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{x}}{11 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{x}} = \frac{1}{11}$$

109. ¿Cuánta gente hay ahora en la sala de este cine? Te doy algunas pistas:

- **Hay 100 butacas**
- **Hay menos de 70 asientos vacíos**
- $\mathbf{\frac{2}{3}}$ **de los espectadores son mujeres**
- $\mathbf{\frac{5}{8}}$ **de los espectadores están llorando**
- **Los que no lloran son un número impar.**

Si llamamos x al número de espectadores, veamos lo que indica cada pista:

- Hay 100 butacas $\Rightarrow\ x < 100$
- Hay menos de 70 asientos vacíos $\Rightarrow\ x > 30$
- $\frac{2}{3}$ de los espectadores son mujeres $\Rightarrow$ x es múltiplo de 3
- $\frac{5}{8}$ de los espectadores están llorando $\Rightarrow$ x es múltiplo de 8
- Los que no lloran son un número impar $\Rightarrow$ $\frac{3}{8}$ de x es un número impar

Solo hay dos números entre 30 y 100 que sean múltiplos de 3 y de 8 simultáneamente, estos números son 48 y 72. Usando la última pista:

$\frac{3}{8}\cdot 48 = \frac{3\cdot \cancel{48}}{\cancel{8}} = 3\cdot 6 = 18$, que es un número par

$\frac{3}{8}\cdot 72 = \frac{3\cdot \cancel{72}}{\cancel{8}} = 3\cdot 9 = 27$, que es un número impar $\Rightarrow$ En la sala hay 72 espectadores.

110. A María le gusta tomar una mezcla de zumo de naranja y de limón. Un día llenó un vaso hasta la mitad de zumo de naranja y la otra mitad de limón. Después de agitar bien el vaso, tomón un tercio del total y luego lo volvió a llenar con zumo de limón. ¿Qué fracción de líquido había al final de zumo de naranja?

A. $\mathbf{\frac{1}{6}}$ **B.** $\mathbf{\frac{1}{2}}$ **C.** $\mathbf{\frac{1}{3}}$ **D.** $\mathbf{\frac{3}{4}}$

La mezcla final tiene $\frac{1}{3}$ de la mezcla inicial (de la cual $\frac{1}{2}$ es naranja y $\frac{1}{2}$ es limón) y $\frac{2}{3}$ de zumo de limón.

Por tanto, de limón hay $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}+\frac{2}{3}=\frac{1}{6}+\frac{4}{6}=\frac{5}{6}$ y de naranja $\frac{1}{6}$. La respuesta es **A.**

111. Una fracción menor que la unidad tiene numerador y denominador positivos. Si le añadimos 3 al numerador y al denominador, el valor de la menor fracción respecto de la anterior, verifica:

A. Crece en 1. **B. Decrece en 3.** **C. Decrece.** **D. Se aproxima más a 1.**

Una fracción menor que la unidad con términos positivos cumple siempre que:

numerador < denominador

Al sumar 3 a los dos términos, la fracción que resulta sigue siendo menor que 1, pero un poco más grande que la fracción de partida. Esto se debe a que, al sumar la misma cantidad a dos números, el más pequeño aumenta respecto a su valor inicial más que el más grande. Podemos comprobarlo con un par de ejemplos:

$\frac{1}{6} = 0{,}16666...$; $\frac{1+3}{6+3} = \frac{4}{9} = 0{,}44444...$ $\qquad$ $\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{3+3}{5+3} = \frac{6}{8} = 0{,}75$

Podemos ver que la fracción resultante se aproxima más a 1. La respuesta es **D.**

112. Dos números irracionales cuya suma fuera un número racional serían:

A. $\sqrt{2}$ **y** $\sqrt{3}$ **C. 1,232232223… y 7,212212221…**

B. $\sqrt{2}$ **y** $\pi - \sqrt{2}$ **D. No existen.**

A. $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ es un número irracional

B. $\sqrt{2}+\pi-\sqrt{2}=\pi$ es un un número irracional

C. 1,232232223… + 7,212212221…= 8,444444… = $8,\widehat{4}$ que es un número racional

D. No existen: Falso, como se puede comprobar en el apartado anterior.

La respuesta correcta es la **C.**

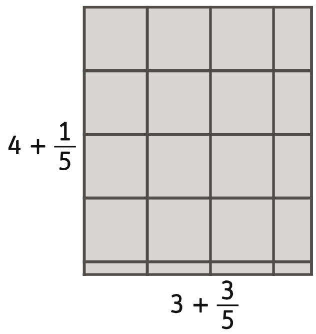
113. ¿Cuál es el mínimo número de losetas cuadradas, idénticas, que se requieren para cubrir una superficie de $\frac{18}{5}$ **metros por** $\frac{21}{5}$ **metros?**

A.18 **B. 21** **C. 42** **D. 84**

Para calcular el número de baldosas enteras, vamos a expresar las fracciones en forma de números mixtos:

$\frac{18}{5}=3+\frac{3}{5}$ y $\frac{21}{5}=4+\frac{1}{5}$

Dibujamos la superficie de acuerdo a estas dimensiones, y coloreamos las baldosas enteras que necesitamos para cubrirla:



La respuesta correcta es la **A.**

114. Encuentra el error:

Sofía y Ariel están jugando a “Super Chef”. Tienen que elaborar un batido de plátano y fresa, así que toman dos recipientes exactamente iguales y se ponen a ello. Sofía mezcla el plátano y la fresa a partes iguales y Ariel se inclina por poner una parte de fresa y tres de plátano. Cuando lo prueban no quedan satisfechos y Sofía propone a Ariel juntar los dos batidos a ver si así mejora el resultado. ¿Qué fracción de fresa hay en el batido resultante?

En el batido de Sofía hay $\frac{1}{2}$ **de fresa y** $\frac{1}{2}$ **de plátano y en el de Ariel hay** $\frac{1}{4}$ **de fresa y** $\frac{3}{4}$ **de plátano.**

Si juntan sus dos batidos, la fracción que representa a la fresa será $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$**.**

Respuesta: En el batido resultante la fresa supone los $\frac{3}{4}$ **del total.**

La respuesta correcta se calcula así:

La mitad del batido final proviene de la mezcla de Sofía, donde la fresa supone $\frac{1}{2}$. En el batido final esta parte de fresa supone $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$.

La otra mitad del batido final proviene de la mezcla de Ariel, donde la fresa supone $\frac{1}{4}$. En el batido final esta parte de fresa supone $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$.

En total, la parte de fresa del batido final es:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}+\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$$

PONTE A PRUEBA

La floristería

Actividad resuelta

El reparto

Un padre dejó al morir once camellos a sus tres hijos para que se los repartieran de esta forma:

- **Al mayor le corresponderían la mitad de los camellos.**
- **Al mediano, la cuarta parte.**
- **Al pequeño, tan solo la sexta parte.**

A la hora de ponerse a repartir los camellos s dieron cuenta de que 11 no era múltiplo de 2 ni de 4 ni de 6, así que era imposible realizar el reparto que quería su difunto padre.

Llamaron a un sabio, que después de analizar la situación y hacer unas pocas cuentas, se marchó. Al rato, regresó con su hermoso camello y les dijo: "Os traigo mi camello para que, junto con los vuestros, tengáis doce camellos. Haced el reparto y como os sobrará un camello, me vuelvo a llevar el mío y todos contentos".

1. ¿Las fracciones del reparto suman la unidad? ¿Cuánto falta para llegar a la unidad?

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{6}=\frac{6}{12}+\frac{3}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}$$

Las fracciones del reparto no suman la unidad. Falta $\frac{1}{12}$ para llegar a la unidad.

2. Contando con el camello del sabio, ¿cuántos camellos corresponden a cada hermano? ¿Y al sabio?

Al mayor 6 camellos, al mediando 3 camellos y al pequeño 2 camellos. El sabio vuelve a recuperar el suyo.

Olimpiadas escolares

Un gran éxito de organización en la XIII edición de las Olimpiadas escolares.

Deportistas, familiares y aficionados disfrutaron del gran día del deporte.

La olimpiada fue un éxito, hubo representación de alumnos de todos los cursos. Estos son los datos de participación que ha facilitado la organización del evento:

- **Un sexto de los participantes eran de primaria; de los restantes, tres quintos estudiaban secundaria; 300 eran estudiantes de bachillerato.**
- **Solo había 50 atletas de 3º ESO y los demás niveles de Secundaria tenían todos el mismo número de inscritos.**
- **El $39,\widehat{6}$ % de los participantes eran masculinos.**
- **Había el doble de chicos de Primaria que de Secundaria y éstos eran a su vez, el doble que los de Bachillerato.**

Se realizaron las mismas pruebas en los tres niveles y no se produjo ningún empate. En total se otorgaron 45 medallas. Cada medalla de oro le costó a la organización 2,345 €; cada medalla de plata 1,975 €; y cada medalla de bronce 0,835 €. Estos precios, según aclaraciones del fabricante, solo se redondearían al final, nunca en los pasos intermedios.

1. ¿Cuántos participantes hubo?

Los $\frac{2}{5}$ de $\frac{5}{6}$ del total eran estudiantes de bachillerato, y esto son 300 alumnos:

$$\frac{2}{5}\cdot\frac{5}{6}\text{ del total}=300\Rightarrow\frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}}\text{ del total}=300\Rightarrow\frac{1}{3}\text{ del total}=300\Rightarrow\text{total de alumnos}=300\cdot 3=900$$

2. ¿Cuántas chicas participaron?

Si el $39,\widehat{6}\,\%$ de los participantes eran masculinos $\Rightarrow$ el $60,\widehat{3}\,\%$ eran femeninos $\Rightarrow 60,3333\ldots \cdot 900 : 100 = 543$ chicas.

3. ¿Cuántos deportistas de 4º ESO hubo en la prueba?

Los alumnos de Secundaria que participaron fue $\frac{3}{5}$ de $\frac{5}{6}$ del total. Como ya sabemos que en total participaron 900 alumnos, esto supone: $\frac{3}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot 900 = \frac{\cancel{3}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}}\cdot 900 = \frac{1}{2}\cdot 900 = 450$ alumnos de Secundaria.

De estos, 51 alumnos son de 3º ESO $\Rightarrow 450 - 51 = 399$ alumnos del resto de niveles de Secundaria. Y como todos los niveles de Secundaria, excepto 3º de ESO, tienen el mismo número de participantes $\Rightarrow$ $\frac{399}{3} = 133$ alumnos de 4º ESO.

4. ¿Cuántos atletas masculinos de Secundaria participaron?

El total de atletas masculinos es 900 – 543 = 357 atletas.

De estos, una parte son alumnos de bachillerato, dos partes alumnos de Secundaria y cuatro partes alumnos de Primaria. Por tanto hay que hacer siete partes, de las cuales dos corresponderán a alumnos de Secundaria:

357 : 7 = 51 ; 51 · 2 = 102 atletas masculinos de Secundaria.

5. ¿Cuántas pruebas diferentes hubo?

Si se otorgaron 45 medallas, no hubo ningún empate, y en cada prueba se da una medalla de oro, otra de plata y otra de bronce $\Rightarrow$ hubo 45 : 3 = 15 pruebas.

6. ¿Cuánto dinero costaron las medallas?

$15 \cdot 2,345 + 15 \cdot 1,975 + 15 \cdot 0,835 = 15 \cdot (2,345 + 1,975 + 0,835) = 77,325 \simeq 77,33$ €

AUTOEVALUACIÓN

1. Tres hermanas se han repartido una tarta de esta extraña manera: Julia se ha quedado con $\frac{1}{6}$ del total; Lucía con $\frac{7}{18}$ del total; y Belén $\frac{4}{9}$ del total.

a) Primero asegúrate de que el reparto es correcto. Es decir, las fracciones deben sumar 1.

b) Ordena a las hermanas de menos a más según la cantidad de tarta que les tocó.

a) $\frac{1}{6}+\frac{7}{18}+\frac{4}{9}=\frac{3}{18}+\frac{7}{18}+\frac{8}{18}=\frac{18}{18}=1$. El reparto es correcto, ya que las fracciones suman 1.

b) El orden de menos a más es: Julia, Lucía y Belén.

2. En mi colección de discos, $\frac{1}{3}$ son de Beethoven; $\frac{2}{5}$ del resto son de Bach; y los 42 que quedan son de Mozart. ¿Cuántos discos tengo en total?

$\frac{1}{3}$ de la colección son de Beethoven $\Rightarrow$ $\frac{2}{3}$ de la colección NO son de Beethoven.

$\frac{2}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de la colección son de Bach $\Rightarrow$ $\frac{3}{5}$ de $\frac{2}{3}$ de la colección son los 42 discos de Mozart:

$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{3}$ del total $=42$ $\Rightarrow$ $\frac{\cancel{3}}{5}\cdot\frac{2}{\cancel{3}}=\frac{2}{5}$ del total $=42$ $\Rightarrow$ $\frac{1}{5}$ del total $=21$ $\Rightarrow$ total $=21\cdot5=105$ discos.

3. Realiza las siguientes operaciones y simplifica.

a) $\frac{3}{2}+\frac{7}{12}-\frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}+\frac{5}{6}$

c) $-2\cdot\frac{3}{6}-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}\right)$

a) $\frac{3}{2}+\frac{7}{12}-\frac{1}{3}=\frac{18}{12}+\frac{7}{12}-\frac{4}{12}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$

b) $\frac{3}{4}:\frac{1}{2}+\frac{5}{6}=\frac{3}{4}\cdot2+\frac{5}{6}=\frac{3}{\cancel{4}}\cdot\cancel{2}+\frac{5}{6}=\frac{3}{2}+\frac{5}{6}=\frac{9}{6}+\frac{5}{6}=\frac{14}{6}=\frac{7}{3}$

c) $-2\cdot\frac{3}{6}-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=-\cancel{2}\cdot\frac{3}{\cancel{6}}-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=-\frac{3}{3}-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{5}=-1-\frac{2}{15}=-\frac{15}{15}-\frac{2}{15}=-\frac{17}{15}$

d) $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}:\left(\frac{1}{4}-\frac{5}{6}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}:\left(\frac{3}{12}-\frac{10}{12}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{4}:\left(-\frac{7}{12}\right)=\frac{2}{3}+\frac{1}{\cancel{4}}\cdot\left(-\frac{\cancel{12}}{7}\right)=\frac{2}{3}-\frac{3}{7}=\frac{14}{21}-\frac{9}{21}=\frac{5}{21}$

4. Sean $A=\frac{7}{3}-\frac{5}{7}\cdot\frac{7}{9}$ y $B=\left(\frac{1}{4}-1\right)^2$. Demuestra que $A\cdot B=1$.

$A=\frac{7}{3}-\frac{5}{7}\cdot\frac{7}{9}=\frac{7}{3}-\frac{5}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{9}=\frac{7}{3}-\frac{5}{9}=\frac{21}{9}-\frac{5}{9}=\frac{16}{9}$

$B=\left(\frac{1}{4}-1\right)^2=\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{4}\right)^2=\left(-\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16}$

$A\cdot B=\frac{16}{9}\cdot\frac{9}{16}=\frac{\cancel{16}}{\cancel{9}}\cdot\frac{\cancel{9}}{\cancel{16}}=1$

5. Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

a) **3,25** **b)** **1,252525…** **c)** **$-3,\hat{4}$** **d)** **$0,5\hat{6}$**

a) $3,25 = \frac{325}{100} = \frac{13}{4}$

b) $-3,\hat{4} = -\frac{34-3}{9} = -\frac{31}{9}$

b) $1,252525... = \frac{125-1}{99} = \frac{124}{99}$

d) $0,5\hat{6} = \frac{56-5}{90} = \frac{51}{90} = \frac{17}{30}$

6. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales.

a) **3,11010010001…** **b)** **$\sqrt{7}$** **c)** **$-0,3\hat{6}$** **d)** **$\sqrt{9}$**

a) Tiene infinitos decimales y no tiene periodo $\Rightarrow$ Irracional

b) Tiene infinitos decimales y no tiene periodo $\Rightarrow$ Irracional

c) Es un número decimal periódico mixto $-0,3\hat{6} = -\frac{36-3}{90} = -\frac{33}{90} = -\frac{11}{30}$ $\Rightarrow$ Racional

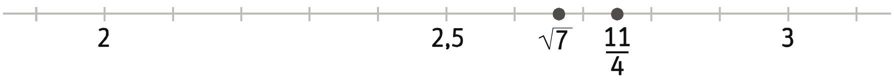
d) $\sqrt{9} = 3 \Rightarrow$ Racional

7. Redondea a las centésimas el número 5,8953 y calcula el error absoluto y relativo que se comete con esta aproximación.

$5,8953 \simeq 5,90$; $E_{absoluto} = |5,90 - -5,8953| = 0,0047$

$E_{relativo} = \frac{|5,90 - -5,8953|}{5,8953} = \frac{0,0047}{5,8953} = 0,000797245... \simeq 0,0008$

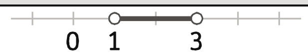
8. Dibuja en la recta real $\frac{11}{4}$ y $\sqrt{7}$. ¿Cuál es mayor?



$\frac{11}{4} > \sqrt{7}$

9. Copia en tu cuaderno y completa la siguiente tabla.

Condición	Intervalo	Representación
•••	(1, 3)	•••
$x \geq 1$	•••	•••
•••	•••	

Condición	Intervalo	Representación
$1 < x < 3$	$(1, 3)$	
$x \geq 1$	$[1, \infty)$	
$x > 1$	$(1, \infty)$