Evaluación A

1. Calcula el valor de las siguientes potencias.

a) 2^{-3} b) 3^{-4} c) 6^{-1} d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$

a) $2^{-3}=\frac{1}{2^3}=\frac{1}{8}$

b) $3^{-4}=\frac{1}{3^4}=\frac{1}{81}$

c) $6^{-1}=\frac{1}{6}$

d) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}=\left(\frac{4}{3}\right)^{3}=\frac{64}{27}$

Recuerda

Si un número a es distinto de cero:

$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^{n}$

2. Expresa el resultado de estas operaciones como una única potencia.

a) $2^{-8}\cdot 2^{-4}:2^3$ b) $(-3)^{-2}:(-3)^{-5}\cdot(-3)^7$ c) $(5^{-4})^2:\frac{1}{5^6}$ d) $\frac{1}{((7^{-2})^{-4})^3}$

a) $2^{-8}\cdot 2^{-4}:2^3=2^{-8+(-4)-3}=2^{-15}$

b) $(-3)^{-2}:(-3)^{-5}\cdot(-3)^7=(-3)^{-2-(-5)+7}=(-3)^{10}=3^{10}$

c) $(5^{-4})^2:\frac{1}{5^6}=\frac{5^{-8}}{5^6}=5^{-8-6}=5^{-14}$

d) $\frac{1}{((7^{-2})^{-4})^3}=\frac{1}{7^{24}}=7^{-24}$

Recuerda

Propiedades de las potencias:

$a^m\cdot a^n=a^{m+n}$ $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$ $(a^m)^n=a^{m\cdot n}$

3. Escribe estos números en notación científica.

a) 4 497 000 000 b) 0,000 000 085 3 c) 16 000 000 d) –0,000 013 7

a) $4\,497\,000\,000=4{,}497\cdot 10^9$

b) $0{,}000\,000\,0853=8{,}53\cdot 10^{-8}$

c) $16\,000\,000=1{,}6\cdot 10^7$

d) $-0{,}000\,013\,7=-1{,}37\cdot 10^{-5}$

Ten en cuenta

La parte entera de un número expresado en notación científica debe estar entre 1 y 9.

4. Calcula y expresa el resultado en notación científica.

a) $3{,}18\cdot 10^5+2{,}63\cdot 10^3$ b) $1{,}3\cdot 10^{-2}-3{,}75\cdot 10^{-4}$ c) $1{,}61\cdot 10^{15}-2{,}8\cdot 10^{17}$

a) $3{,}18\cdot 10^5+2{,}63\cdot 10^3=318\cdot 10^3+2{,}63\cdot 10^3=$
$=320{,}63\cdot 10^3=3{,}2063\cdot 10^5$

b) $1{,}3\cdot 10^{-2}-3{,}75\cdot 10^{-4}=130\cdot 10^{-4}-3{,}75\cdot 10^{-4}=$
$=126{,}25\cdot 10^{-4}=1{,}2625\cdot 10^{-2}$

c) $1{,}61\cdot 10^{15}-2{,}8\cdot 10^{17}=1{,}61\cdot 10^{15}-280\cdot 10^{15}=$
$=-278{,}39\cdot 10^{15}=-2{,}7839\cdot 10^{17}$

Recuerda

Para sumar o restar números en notación científica, expresamos todos los términos en un mismo orden de magnitud, sacamos factor común la potencia de 10 y sumamos o restamos los números decimales.

5. La masa de la Tierra es $5{,}97\cdot 10^{24}$ kg, y la de la Luna, $7{,}35\cdot 10^{22}$ kg, aproximadamente. ¿Cuántas veces es mayor la masa de la Tierra que la de la Luna?

$5{,}97\cdot 10^{24}:7{,}35\cdot 10^{22}=0{,}8122\cdot 10^2=81{,}22$

La masa de la Tierra es 81,22 veces mayor que la de la Luna.

Recuerda

Para multiplicar o dividir números en notación científica, operamos por un lado los números decimales y, por otro, las potencias de base 10.

6. Escribe estos radicales como potencias.

a) $\sqrt[5]{2^3}$ b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}}$ c) $\sqrt{7^{-3}}$ d) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{11^3}}$

a) $\sqrt[5]{2^3} = 2^{3/5}$

b) $\dfrac{1}{\sqrt[3]{5^2}} = \dfrac{1}{5^{2/3}} = 5^{-2/3}$

c) $\sqrt{7^{-3}} = 7^{-3/2}$

d) $\dfrac{1}{\sqrt[7]{11^3}} = \dfrac{1}{11^{3/7}} = 11^{-3/7}$

Recuerda

Potencias de exponente fraccionario:

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{m/n}$$

7. Calcula todas las soluciones de los siguientes radicales.

a) $\sqrt[3]{-27}$ b) $\sqrt[4]{81}$ c) $\sqrt[101]{-1}$ d) $\sqrt[4]{-81}$ e) $\sqrt[6]{64}$ f) $\sqrt[3]{125}$

a) $\sqrt[3]{-27} = -3$

b) $\sqrt[4]{81} = \pm 3$

c) $\sqrt[101]{-1} = -1$

d) $\sqrt[4]{-81}$ no tiene solución

e) $\sqrt[6]{64} = \pm 2$

f) $\sqrt[3]{125} = 5$

Ten en cuenta

$$\sqrt[n]{a}\begin{cases} n \text{ par}\begin{cases} a > 0 \rightarrow 2 \text{ soluciones} \\ a < 0 \rightarrow 2 \text{ No tiene solución} \end{cases} \\ n \text{ impar}\begin{cases} a > 0 \rightarrow 1 \text{ solución positiva} \\ a < 0 \rightarrow 1 \text{ solución negativa} \end{cases} \end{cases}$$

8. Ordena de menor a mayor estos radicales.

$\sqrt{2}$ $\sqrt[3]{4}$ $\sqrt[4]{5}$

Reducimos a un índice común para poder ordenarlos.

m.c.m. (2, 3, 4) = 12

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt{2} \rightarrow \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64} \\ \sqrt[3]{4} \rightarrow \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256} \\ \sqrt[4]{5} \rightarrow \sqrt[12]{5^3} = \sqrt[12]{125} \end{array}\right\} \rightarrow \sqrt[12]{64} < \sqrt[12]{125} < \sqrt[12]{256} \rightarrow \sqrt{2} < \sqrt[4]{5} < \sqrt[3]{4}$$

Ten en cuenta

Para ordenar radicales, primero expresamos todos los radicales con un índice común. Después, ordenamos los radicandos.

9. Realiza las siguientes sumas y restas de radicales.

a) $7\sqrt{27} - 2\sqrt{48} - 4\sqrt{12} + \sqrt{75}$

b) $4\sqrt[3]{56} - 5\sqrt[3]{189} + 3\sqrt[3]{875} - 2\sqrt[3]{448}$

a) $7\sqrt{27} - 2\sqrt{48} - 4\sqrt{12} + \sqrt{75} = 7\sqrt{3^3} - 2\sqrt{2^4 \cdot 3} - 4\sqrt{2^2 \cdot 3} + \sqrt{3 \cdot 5} =$
$= 7 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot 2^2\sqrt{3} - 4 \cdot 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 21\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

b) $4\sqrt[3]{56} - 5\sqrt[3]{189} + 3\sqrt[3]{875} - 2\sqrt[3]{448} = 4\sqrt[3]{2^3 \cdot 7} - 5\sqrt[3]{3^3 \cdot 7} + 3\sqrt[3]{5^3 \cdot 7} - 2\sqrt[3]{2^6 \cdot 7} =$
$= 4 \cdot 2\sqrt[3]{7} - 5 \cdot 3\sqrt[3]{7} + 3 \cdot 5\sqrt[3]{7} - 2 \cdot 2^2\sqrt[3]{7} = 8\sqrt[3]{7} - 15\sqrt[3]{7} + 15\sqrt[3]{7} - 8\sqrt[3]{7} = 0$

Ten en cuenta

Para sumar o restar radicales es necesario que tengan el mismo índice y el mismo radicando.

10. Calcula y simplifica el resultado si es posible.

a) $\sqrt[3]{18} : \left(\sqrt{2}\right)^3$ b) $\sqrt[6]{32} \cdot \sqrt[4]{64}$ c) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}\right)^2$

a) $\sqrt[3]{18} : \left(\sqrt{2}\right)^3 = \sqrt[3]{18} : \sqrt{2^3} = \sqrt[6]{18^2} : \sqrt[6]{2^9} = \sqrt[6]{\dfrac{18^2}{2^9}} =$
$= \sqrt[6]{\dfrac{324}{512}} = \sqrt[6]{\dfrac{81}{128}}$

b) $\sqrt[6]{32} \cdot \sqrt[4]{64} = \sqrt[6]{2^5} \cdot \sqrt[4]{2^6} = \sqrt[12]{2^{10}} \cdot \sqrt[12]{2^{18}} = \sqrt[12]{2^{10} \cdot 2^{18}} =$
$= \sqrt[12]{2^{28}} = \sqrt[3]{2^7}$

c) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{5}}\right)^2 = \left(\sqrt[12]{5}\right)^2 = \sqrt[12]{5^2} = \sqrt[6]{5}$

Recuerda

Potencias de los radicales:

$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$ $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$

Evaluación B

1. Calcula el resultado de las siguientes potencias.

a) 3^2 b) 3^{-2} c) $(-3)^{-2}$ d) -3^2 e) -3^{-2} f) $(-3)^2$

a) $3^2 = 9$

b) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

c) $(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$

d) $-3^2 = -9$

e) $-3^{-2} = -\frac{1}{3^2} = -\frac{1}{9}$

f) $(-3)^2 = 9$

Ten en cuenta

Al calcular una potencia, recuerda la importancia de los paréntesis.

$(-2)^2 = (-2) \cdot (-2) = 4$

$-2^2 = -2 \cdot 2 = -4$

2. Escribe cada término como producto de factores primos y simplifica el resultado.

a) $\frac{72 \cdot 98 \cdot 27}{28 \cdot 108 \cdot 63}$ b) $\frac{216 \cdot 24 \cdot 1\,000}{80 \cdot 2\,025 \cdot 48}$

a) $\frac{72 \cdot 98 \cdot 27}{28 \cdot 108 \cdot 63} = \frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2 \cdot 7^2 \cdot 3^3}{2^2 \cdot 7 \cdot 2^2 \cdot 3^3 \cdot 3^2 \cdot 7} = \frac{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^2}{2^4 \cdot 3^5 \cdot 7^2} = 1$

b) $\frac{216 \cdot 24 \cdot 1\,000}{80 \cdot 2\,025 \cdot 48} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 2^3 \cdot 5^3}{2^4 \cdot 5 \cdot 3^4 \cdot 5^2 \cdot 2^4 \cdot 3} = \frac{2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^3}{2^8 \cdot 3^5 \cdot 5^3} = \frac{2}{3}$

3. Expresa estos números en notación científica y ordénalos de menor a mayor.

0,000 001 27   0,000 389 1   0,000 01   0,098 7

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}000\,001\,27 = 1{,}27 \cdot 10^{-6} \\ 0{,}000\,389\,1 = 3{,}891 \cdot 10^{-4} \\ 0{,}000\,01 = 10^{-5} \\ 0{,}098\,7 = 9{,}87 \cdot 10^{-2} \end{array}\right\} \rightarrow 1{,}27 \cdot 10^{-6} < 10^{-5} < 3{,}891 \cdot 10^{-4} < 9{,}87 \cdot 10^{-2}$$

Ten en cuenta

En notación científica, el número mayor es el que tiene el mayor exponente.

4. El municipio de Valsaín se encuentra situado aproximadamente a 15 km de Segovia. ¿Cuál es la distancia en milímetros? Si en coche tardamos 24 min aproximadamente en recorrer esa distancia y hacemos ese trayecto dos veces al día todos los días del año, ¿cuántos segundos emplearemos en total? Expresa los resultados en notación científica.

Pasamos 15 km a milímetros: 15 km = 15 000 000 mm = $1{,}5 \cdot 10^7$ mm

La distancia entre los dos municipios es $1{,}5 \cdot 10^7$ mm.

Al año se hacen $365 \cdot 2 = 730$ trayectos.

$730 \cdot 24 = 17\,520$ min $= 1\,051\,200$ s $= 1{,}0512 \cdot 10^6$ s

Emplearemos $1{,}0512 \cdot 10^6$ s en total.

5. Calcula las siguientes operaciones con radicales.

a) $\sqrt[4]{81} \cdot \sqrt{25}$ b) $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{4}$ c) $\sqrt{36} : \sqrt[4]{625}$ d) $\sqrt{3 + \sqrt{169}}$

a) $\sqrt[4]{81} \cdot \sqrt{25} = 3 \cdot 5 = 15$

b) $\sqrt[3]{27} \cdot \sqrt{4} = 3 \cdot 2 = 6$

c) $\sqrt{36} : \sqrt[4]{625} = 6 : 5 = \frac{6}{5}$

d) $\sqrt{3 + \sqrt{169}} = \sqrt{3 + 13} = \sqrt{16} = 4$

Ten en cuenta

Antes de operar con radicales, comprueba si puedes simplificarlos.

6. Simplifica estos radicales.

a) $\sqrt[6]{15\,625}$ b) $\sqrt[4]{46\,656}$ c) $\sqrt[5]{62\,208}$ d) $\sqrt[3]{11\,664}$

a) $\sqrt[6]{15\,625} = \sqrt[6]{5^6} = 5$

b) $\sqrt[4]{46\,656} = \sqrt[4]{2^6 \cdot 3^6} = 2 \cdot 3\sqrt[4]{2^2 \cdot 3^2} = 6\sqrt{2 \cdot 3} = 6\sqrt{6}$

c) $\sqrt[5]{62\,208} = \sqrt[5]{2^8 \cdot 3^5} = 2 \cdot 3\sqrt[5]{2^3} = 6\sqrt[5]{8}$

d) $\sqrt[3]{11\,664} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3^6} = 2 \cdot 3^2\sqrt[3]{2} = 18\sqrt[3]{2}$

Recuerda

Para extraer factores de un radical, dividimos el exponente de cada factor entre el índice. El cociente será el exponente del factor que sale, y el resto, el exponente del factor que se queda.

7. Se quiere construir un cubo metálico con un volumen de 1 728 m³ para adornar la plaza del pueblo. ¿Cuál debe ser la longitud de cada lado? ¿Qué cantidad de metal se necesitará para construirlo?

El volumen de un cubo es $V = l^3$.

Como conocemos el volumen y queremos calcular el lado, tendremos que calcular su raíz cúbica.

$l = \sqrt[3]{1\,728} = 12$ m

La longitud de cada lado debe ser 12 m.

Para calcular la cantidad de metal, hallamos el área total del cubo.

$A_T = 6 \cdot A_L = 6 \cdot l^2 = 6 \cdot 12^2 = 864$ m²

Se necesitarán 864 m² de metal.

8. Opera y simplifica.

a) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2$ b) $(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 3\sqrt{5})$

a) $(\sqrt{7} - \sqrt{3})^2 = (\sqrt{7})^2 + (\sqrt{3})^2 - 2\sqrt{7} \cdot \sqrt{3} = 7 + 3 - 2\sqrt{21} = 10 - 2\sqrt{21}$

b) $(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2}) \cdot (\sqrt{2} - 3\sqrt{5}) = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} - 2\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{5} + 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} -$
$- 4\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 2\sqrt{10} - 6\sqrt{25} + 4\sqrt{4} - 12\sqrt{10} = 2\sqrt{10} - 6 \cdot 5 +$
$+ 4 \cdot 2 - 12\sqrt{10} = -22 - 10\sqrt{10}$

Ten en cuenta

Para multiplicar dos binomios, multiplicamos cada uno de los términos del primero por cada un de los términos del segundo y reducimos términos semejantes.

9. Extrae factores del radical y simplifica las siguientes expresiones.

a) $2\sqrt[3]{16} + 4\sqrt[3]{250} - 3\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}$ b) $-5\sqrt[4]{208} + \sqrt[4]{1\,053} - 7\sqrt[4]{13} - 2\sqrt[4]{8\,125}$

a) $2\sqrt[3]{16} + 4\sqrt[3]{250} - 3\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128} = 2\sqrt[3]{2^4} + 4\sqrt[3]{2 \cdot 5^3} - 3\sqrt[3]{2 \cdot 3^3} + \sqrt[3]{2^7} = 2 \cdot 2\sqrt[3]{2} + 4 \cdot 5\sqrt[3]{2} - 3 \cdot 3\sqrt[3]{2} + 2^2\sqrt[3]{2} =$
$= 4\sqrt[3]{2} + 20\sqrt[3]{2} - 9\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{2} = 19\sqrt[3]{2}$

b) $-5\sqrt[4]{208} + \sqrt[4]{1\,053} - 7\sqrt[4]{13} - 2\sqrt[4]{8\,125} = -5\sqrt[4]{2^4 \cdot 13} + \sqrt[4]{3^4 \cdot 13} - 7\sqrt[4]{13} - 2\sqrt[4]{5^4 \cdot 13} =$
$= -5 \cdot 2\sqrt[4]{13} + 3\sqrt[4]{13} - 7\sqrt[4]{13} - 2 \cdot 5\sqrt[4]{13} = -10\sqrt[4]{13} + 3\sqrt[4]{13} - 7\sqrt[4]{13} - 10\sqrt[4]{13} = -24\sqrt[4]{13}$

10. Escribe estas expresiones en forma de radical y calcula el resultado.

a) $3^{1/2} \cdot 2^{1/3}$ b) $5^{1/4} \cdot 6^{2/3}$ c) $2^{3/4} : 3^{2/5}$

a) $3^{1/2} \cdot 2^{1/3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{3^3} \cdot \sqrt[6]{2^2} = \sqrt[6]{3^3 \cdot 2^2} = \sqrt[6]{108}$

b) $5^{1/4} \cdot 6^{2/3} = \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[3]{6^2} = \sqrt[12]{5^3} \cdot \sqrt[12]{6^8} = \sqrt[12]{5^3 \cdot 6^8}$

c) $2^{3/4} : 3^{2/5} = \sqrt[4]{2^3} : \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[20]{2^{15}} : \sqrt[20]{3^8} = \sqrt[20]{\dfrac{2^{15}}{3^8}}$

Evaluación C

1. Expresa el resultado de estas operaciones como una potencia de exponente positivo.

a) $5^{-20} \cdot 5^{18}$

b) $(3^2)^{-3} : \dfrac{1}{3^4}$

c) $2^{-16} : \left(\dfrac{1}{2}\right)^{21}$

d) $\dfrac{(2^{-3})^{-2}}{\dfrac{1}{2^2}}$

a) $5^{-20} \cdot 5^{18} = 5^{-2} = \dfrac{1}{5^2}$

b) $(3^2)^{-3} : \dfrac{1}{3^4} = 3^{-6} : 3^{-4} = 3^{-6-(-4)} = 3^{-2} = \dfrac{1}{3^2}$

c) $2^{-16} : \left(\dfrac{1}{2}\right)^{21} = 2^{-16} : 2^{-21} = 2^{-16-(-21)} = 2^5$

d) $\dfrac{(2^{-3})^{-2}}{\dfrac{1}{2^2}} = \dfrac{2^6}{2^{-2}} = 2^{6-(-2)} = 2^8$

2. Simplifica las siguientes expresiones.

a) $\dfrac{6^{-3} \cdot 50^2 \cdot 3^{-7}}{30^{-2} \cdot 10^5}$

b) $\dfrac{2^{-4} \cdot 21^3 \cdot 56^{-1}}{49^{-4} \cdot 108^6}$

a) $\dfrac{6^{-3} \cdot 50^2 \cdot 3^{-7}}{30^{-2} \cdot 10^5} = \dfrac{50^2 \cdot 30^2}{6^3 \cdot 3^7 \cdot 10^5} = \dfrac{(2 \cdot 5^2)^2 \cdot (2 \cdot 3 \cdot 5)^2}{(2 \cdot 3)^3 \cdot 3^7 \cdot (2 \cdot 5)^5} = \dfrac{2^2 \cdot 5^4 \cdot 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 3^7 \cdot 2^5 \cdot 5^5} = 2^{-4} \cdot 3^{-8} \cdot 5$

b) $\dfrac{2^{-4} \cdot 21^3 \cdot 56^{-1}}{49^{-4} \cdot 108^6} = \dfrac{49^4 \cdot 21^3}{2^4 \cdot 56 \cdot 108^6} = \dfrac{(7^2)^4 \cdot (3 \cdot 7)^3}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot (2^2 \cdot 3^3)^6} = \dfrac{7^8 \cdot 3^3 \cdot 7^3}{2^4 \cdot 2^3 \cdot 7 \cdot 2^{12} \cdot 3^{18}} = \dfrac{7^{11} \cdot 3^3}{2^{19} \cdot 3^{18} \cdot 7} = 2^{-19} \cdot 3^{-15} \cdot 7^{10}$

3. Completa los exponentes que faltan en las siguientes igualdades.

a) $2\,893\,000\,000 = 2{,}893 \cdot 10^{\boxed{9}}$

b) $-0{,}013\,089 = 13{,}089 \cdot 10^{\boxed{-2}}$

c) $31\,040\,000 = 3{,}104 \cdot 10^{\boxed{7}}$

d) $0{,}000\,000\,004\,9 = 4{,}9 \cdot 10^{\boxed{-9}}$

4. Expresa en notación científica y opera.

a) $0{,}000\,621 + 0{,}001\,8$

b) $(0{,}000\,12)^3$

c) $\dfrac{0{,}027 - 0{,}004\,5}{2\,500}$

d) $\dfrac{683\,000 \cdot 8\,200}{0{,}000\,14}$

a) $0{,}000\,621 + 0{,}001\,8 = 6{,}21 \cdot 10^{-4} + 1{,}8 \cdot 10^{-3} = 6{,}21 \cdot 10^{-4} + 18 \cdot 10^{-4} = 24{,}21 \cdot 10^{-4} = 2{,}421 \cdot 10^{-3}$

b) $(0{,}000\,12)^3 = (1{,}2 \cdot 10^{-4})^3 = 1{,}728 \cdot 10^{-12}$

c) $\dfrac{0{,}027 - 0{,}004\,5}{2\,500} = \dfrac{2{,}7 \cdot 10^{-2} - 4{,}5 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 10^3} = \dfrac{27 \cdot 10^{-3} - 4{,}5 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 10^3} = \dfrac{22{,}5 \cdot 10^{-3}}{2{,}5 \cdot 10^3} = \dfrac{2{,}25 \cdot 10^{-2}}{2{,}5 \cdot 10^3} = 0{,}9 \cdot 10^{-5} = 9 \cdot 10^{-6}$

d) $\dfrac{683\,000 \cdot 8\,200}{0{,}000\,14} = \dfrac{6{,}83 \cdot 10^5 \cdot 8{,}2 \cdot 10^3}{1{,}4 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{56{,}006 \cdot 10^8}{1{,}4 \cdot 10^{-4}} = \dfrac{5{,}600\,6 \cdot 10^9}{1{,}4 \cdot 10^{-4}} = 4{,}000\,4 \cdot 10^{13}$

5. Encuentra un radical que se encuentre entre $\sqrt{2}$ y $\sqrt[3]{5}$.

Reducimos a índice común.

$\sqrt{2} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt[6]{8}$ $\qquad$ $\sqrt[3]{5} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$

Por tanto, un radical que se encuentre entre ellos sería cualquiera que esté entre $\sqrt[6]{8}$ y $\sqrt[6]{25}$.

Por ejemplo, $\sqrt[6]{13}$.

6. Escribe en forma de potencia y simplifica el resultado.

a) $\sqrt[6]{2^3}$ **b)** $\sqrt[4]{5^8}$ **c)** $\sqrt[9]{7^3}$ **d)** $\sqrt[8]{4^2}$

a) $\sqrt[6]{2^3} = 2^{3/6} = 2^{1/2}$

b) $\sqrt[4]{5^8} = 5^{8/4} = 5^2 = 25$

c) $\sqrt[9]{7^3} = 7^{3/9} = 7^{1/3}$

d) $\sqrt[8]{4^2} = 4^{2/8} = (2^2)^{2/8} = 2^{4/8} = 2^{1/2}$

7. Calcula factorizando el radicando y utilizando las propiedades de los radicales.

a) $\sqrt[3]{27\,000}$ **b)** $\sqrt[4]{1\,296}$ **c)** $\sqrt[6]{11\,390\,625}$ **d)** $\sqrt{148\,225}$

a) $\sqrt[3]{27\,000} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^3} = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$

b) $\sqrt[4]{1296} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = 2 \cdot 3 = 6$

c) $\sqrt[6]{11\,390\,625} = \sqrt[6]{3^6 \cdot 5^6} = 3 \cdot 5 = 15$

d) $\sqrt{148\,225} = \sqrt{5^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 5 \cdot 7 \cdot 11 = 385$

8. Realiza las siguientes operaciones con radicales.

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{3^2}$ **b)** $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{81}}}$ **c)** $\sqrt{27\sqrt[3]{3^4}}$

a) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{3^2} = \sqrt[15]{2^5} \cdot \sqrt[15]{3^6} = \sqrt[15]{2^5 \cdot 3^6}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{81}}} = \sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[5]{3^4}}} = \sqrt[60]{3^4} = \sqrt[15]{3}$

c) $\sqrt{27\sqrt[3]{3^4}} = \sqrt{\sqrt[3]{27^3 \cdot 3^4}} = \sqrt{\sqrt[3]{(3^3)^3 \cdot 3^4}} = \sqrt[6]{3^9 \cdot 3^4} = \sqrt[6]{3^{13}}$

9. Escribe en forma de un único radical.

a) $3^{1/2} \cdot \sqrt[3]{3}$ **b)** $\sqrt[5]{2^2} : 5^{1/3}$ **c)** $2^{-1/4} \cdot 3^{1/3}$

a) $3^{1/2} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[6]{3^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} = \sqrt[6]{3^5}$

b) $\sqrt[5]{2^2} : 5^{1/3} = \sqrt[5]{2^2} : \sqrt[3]{5} = \sqrt[15]{2^6} : \sqrt[15]{5^5} = \sqrt[15]{\dfrac{2^6}{5^5}}$

c) $2^{-1/4} \cdot 3^{1/3} = \sqrt[4]{2^{-1}} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[4]{\dfrac{1}{2}} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[12]{\dfrac{1}{2^3}} \cdot \sqrt[12]{3^4} = \sqrt[12]{\dfrac{3^4}{2^3}} = \sqrt[12]{\dfrac{81}{8}}$

10. Indica razonadamente si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Un número negativo elevado a cualquier exponente es siempre negativo.

b) Una raíz de índice impar puede tener dos soluciones.

c) $-4^2 = 16$

d) $\sqrt{3} + \sqrt{5} = \sqrt{8}$

a) FALSO. Si un número negativo se eleva a un exponente par, el resultado es positivo.

b) FALSO. Una raíz de índice impar siempre tiene una única solución.

c) FALSO. $-4^2 = -16$. Para ser 16 debería ser $(-4)^2 = 16$.

d) FALSO. No se pueden sumar radicales que no sean semejantes (tengan el mismo radicando).

Evaluación D

1. Ordena de menor a mayor las siguientes potencias.

3^{-4} $\qquad (-2)^{-3}$ $\qquad \left(\frac{1}{2}\right)^6$ $\qquad (-3)^{-2}$

$$\left.\begin{array}{l} 3^{-4} = \dfrac{1}{3^4} = \dfrac{1}{81} \\ (-2)^{-3} = \dfrac{1}{(-2)^3} = -\dfrac{1}{8} \\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^6 = \dfrac{1}{64} \\ (-3)^{-2} = \dfrac{1}{(-3)^2} = \dfrac{1}{9} \end{array}\right\} \rightarrow -\frac{1}{8} < \frac{1}{81} < \frac{1}{64} < \frac{1}{9} \rightarrow (-2)^{-3} < 3^{-4} < \left(\frac{1}{2}\right)^6 < (-3)^{-2}$$

2. Escribe como una única potencia y simplifica.

a) $9^3 \cdot 3^2 : 81$ **b)** $(81^4 : 27^4) \cdot 2^4$ **c)** $10^6 : (-2)^6 \cdot 5^3 : 2^9$ **d)** $((-2)^3)^4 : (8^{-4} : 4^{-4})$

a) $9^3 \cdot 3^2 : 81 = (3^2)^3 \cdot 3^2 : 3^4 = 3^6 \cdot 3^2 : 3^4 = 3^4$

b) $(81^4 : 27^4) \cdot 2^4 = 3^4 \cdot 2^4 = 6^4$

c) $10^6 : (-2)^6 \cdot 5^3 : 2^9 = (-5)^6 \cdot 5^3 : 2^9 = 5^6 \cdot 5^3 : 2^9 = 5^9 : 2^9 = \left(\frac{5}{2}\right)^9$

d) $((-2)^3)^4 : (8^{-4} : 4^{-4}) = (-2)^{12} : 2^{-4} = 2^{12} : 2^{-4} = 2^{16}$

3. Corrige las siguientes expresiones.

a) $3^2 \cdot 3^3 = 3^6$ **b)** $8^4 : 2^4 = 4^0$ **c)** $-2^4 = 16$ **d)** $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} = \sqrt[4]{14}$

a) $3^2 \cdot 3^3 = 3^5$ **b)** $8^4 : 2^4 = 4^4$ **c)** $-2^4 = -16$ **d)** $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{14}$

4. Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $3{,}45 \cdot 10^{-3} + 2{,}134 \cdot 10^{-4}$ **c)** $2{,}06 \cdot 10^4 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-2}$

b) $4{,}893 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{11}$ **d)** $7{,}34 \cdot 10^5 : (-1{,}16 \cdot 10^8)$

a) $3{,}45 \cdot 10^{-3} + 2{,}134 \cdot 10^{-4} = 34{,}5 \cdot 10^{-4} + 2{,}134 \cdot 10^{-4} = 36{,}634 \cdot 10^{-4} = 3{,}6634 \cdot 10^{-3}$

b) $4{,}893 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^{11} = 4{,}893 \cdot 10^8 - 2\,000 \cdot 10^8 = -1\,995{,}107 \cdot 10^8 = -1{,}995107 \cdot 10^{11}$

c) $2{,}06 \cdot 10^4 \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-2} = 6{,}386 \cdot 10^2$

d) $7{,}34 \cdot 10^5 : (-1{,}16 \cdot 10^8) = -6{,}3276 \cdot 10^{-3}$

5. Se estima que la población mundial es de $7{,}25 \cdot 10^9$ habitantes repartidos en 200 países, aproximadamente. Si se repartieran en partes iguales todos los habitantes entre los países, ¿cuántos habitantes habría por país? Expresa el resultado en notación científica y en notación decimal.

$7{,}25 \cdot 10^9 : 200 = 0{,}03625 \cdot 10^9 = 3{,}625 \cdot 10^7$

$3{,}625 \cdot 10^7 = 36\,250\,000$

Habría 36 250 000 habitantes en cada país.

6. Escribe en forma radical y simplifica.

a) $9^{3/8}$ b) $16^{1/4}$ c) $25^{3/4}$ d) $36^{3/2}$

a) $9^{3/8} = \sqrt[8]{9^3} = \sqrt[8]{(3^2)^3} = \sqrt[8]{3^6} = \sqrt[4]{3^3}$

b) $16^{1/4} = \sqrt[4]{16} = \sqrt[4]{2^4} = 2$

c) $25^{3/4} = \sqrt[4]{25^3} = \sqrt[4]{(5^2)^3} = \sqrt[4]{5^6} = 5\sqrt{5^2}$

d) $36^{3/2} = \sqrt{36^3} = \sqrt{(2^2 \cdot 3^2)^3} = \sqrt{2^6 \cdot 3^6} = 2^3 \cdot 3^3 = 216$

7. Ordena de menor a mayor los siguientes radicales.

$\sqrt[3]{5^2}$ $\sqrt[4]{5}$ $\sqrt{\sqrt[3]{5^5}}$

Reducimos a un índice común para poder ordenarlos.

m.c.m. (3, 4, 2) = 12

$$\left.\begin{array}{l} \sqrt[3]{5^2} \to \sqrt[12]{5^8} \\ \sqrt[4]{5} \to \sqrt[12]{5^3} \\ \sqrt{\sqrt[3]{5^5}} = \sqrt[6]{5^5} \to \sqrt[12]{5^{10}} \end{array}\right\} \to \sqrt[12]{5^3} < \sqrt[12]{5^8} < \sqrt[12]{5^{10}} \to \sqrt[4]{5} < \sqrt[3]{5^2} < \sqrt{\sqrt[3]{5^5}}$$

8. Extrae factores fuera del radical y reduce a radicales semejantes.

a) $\sqrt[3]{750} - \sqrt[3]{162} - \sqrt[3]{48}$ b) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{45}{64}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{20}{36}}$ c) $\sqrt{490} + \sqrt{250} - 6\sqrt{90} + 8\sqrt{40}$

a) $\sqrt[3]{750} - \sqrt[3]{162} - \sqrt[3]{48} = \sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 5^3} - \sqrt[3]{2 \cdot 3^4} - \sqrt[3]{2^4 \cdot 3} = 5\sqrt[3]{2 \cdot 3} - 3\sqrt[3]{2 \cdot 3} - 2\sqrt[3]{2 \cdot 3} = 5\sqrt[3]{6} - 3\sqrt[3]{6} - 2\sqrt[3]{6} = 0$

b) $\frac{1}{4}\sqrt{\frac{45}{64}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{20}{36}} = \frac{1}{4}\sqrt{\frac{3^2 \cdot 5}{2^6}} - \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2^2 \cdot 5}{2^2 \cdot 3^2}} = \frac{3}{4 \cdot 2^3}\sqrt{5} - \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2 \cdot 3}\sqrt{5} = \frac{3}{32}\sqrt{5} - \frac{4}{18}\sqrt{5} = -\frac{37}{288}\sqrt{5}$

c) $\sqrt{490} + \sqrt{250} - 6\sqrt{90} + 8\sqrt{40} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 7^2} + \sqrt{2 \cdot 5^3} - 6\sqrt{2 \cdot 3^2 \cdot 5} + 8\sqrt{2^3 \cdot 5} =$
$= 7\sqrt{10} + 5\sqrt{10} - 6 \cdot 3\sqrt{10} + 8 \cdot 2\sqrt{10} = 7\sqrt{10} + 5\sqrt{10} - 18\sqrt{10} + 16\sqrt{10} = 10\sqrt{10}$

9. Realiza estas operaciones con radicales y expresa el resultado como una potencia.

a) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{10}$ b) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{14} : \sqrt{\sqrt[3]{7}}$ c) $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{5^8}}}}$

a) $\sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[4]{8} : \sqrt[4]{10} = \sqrt[4]{5 \cdot 8 : 10} = \sqrt[4]{4} = \sqrt[4]{2^2} = 2^{2/4} = 2^{1/2}$

b) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{14} : \sqrt{\sqrt[3]{7}} = \sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[6]{14} : \sqrt[6]{7} = \sqrt[6]{2 \cdot 14 : 7} = \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^2} = 2^{2/6} = 2^{1/3}$

c) $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt{\sqrt[3]{5^8}}}} = \sqrt[48]{5^8} = 5^{8/48} = 5^{1/6}$

10. El cubo de Rubik es un rompecabezas tridimensional compuesto por pequeños cubos que forman un cubo más grande. Si en cada arista del cubo grande hay 3 cubos pequeños, ¿cuántos cubos lo forman? Si quisiéramos formar el siguiente cubo más grande, ¿cuántos cubos tendría? ¿Y el siguiente? Si un cubo grande está formado por *n* cubitos pequeños, ¿cuántos componen cada arista?

Lo forman $3^3 = 27$ cubos.

El siguiente tendría $4^3 = 64$ cubos, y el siguiente, $5^3 = 125$ cubos.

Si un cubo está formado por *n* cubitos pequeños, cada arista tendría $\sqrt[3]{n}$.