

POLINOMIOS

Evaluación A

1. Expresa estas frases con lenguaje algebraico.

- a) El cuadrado de la suma de dos números.
b) El producto de dos números consecutivos.

a) $(a + b)^2$

b) $a \cdot (a + 1)$

- c) La mitad del cubo de un número.

- d) Un quinto de la diferencia de dos números.

c) $\frac{a^3}{2}$

d) $\frac{a - b}{5}$

2. Realiza las siguientes operaciones con monomios.

a) $3x^2y \cdot (-2xy^3z)$

b) $16x^3y^2 : (-4xy^2)$

c) $\frac{1}{5}xyz^2 : \left(\frac{5}{3}x^2y^2z\right)$

d) $-3ab^2c \cdot 2a^3b$

a) $3x^2y \cdot (-2xy^3z) = -6x^3y^4z$

c) $\frac{1}{5}xyz^2 : \left(\frac{5}{3}x^2y^2z\right) = \frac{3z}{25xy}$

b) $16x^3y^2 : (-4xy^2) = -4x^2$

d) $-3ab^2c \cdot 2a^3b = -6a^4b^3c$

3. ¿Cuál es el valor numérico de estas expresiones para los valores que se indican? Calcula.

a) $2a + 4b - ab$ para $a = -3$, $b = 2$

c) $2 - z^2 + 3x$ para $z = 1$, $x = -2$

b) $\frac{-3xy^2}{z}$ para $x = -4$, $y = -2$, $z = 5$

d) $5xy - z^2$ para $x = -1$, $y = 7$, $z = 3$

a) $2 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - (-3) \cdot 2 = -6 + 8 + 6 = 8$

c) $2 - 1^2 + 3 \cdot (-2) = 2 - 1 - 6 = -5$

b) $\frac{-3 \cdot (-4) \cdot (-2)^2}{5} = \frac{48}{5}$

d) $5 \cdot (-1) \cdot 7 - 3^2 = -35 - 9 = -44$

4. De los siguientes valores, señala los que son raíz de este polinomio: $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$

a) $x = 0$

b) $x = 2$

c) $x = 3$

d) $x = -1$

a) $P(0) = 0^3 - 7 \cdot 0^2 + 16 \cdot 0 - 12 = 0 - 0 + 0 - 12 = -12 \neq 0 \rightarrow$ No es raíz.

b) $P(2) = 2^3 - 7 \cdot 2^2 + 16 \cdot 2 - 12 = 8 - 28 + 32 - 12 = 0 \rightarrow$ Sí es raíz.

c) $P(3) = 3^3 - 7 \cdot 3^2 + 16 \cdot 3 - 12 = 27 - 63 + 48 - 12 = 0 \rightarrow$ Sí es raíz.

d) $P(-1) = (-1)^3 - 7 \cdot (-1)^2 + 16 \cdot (-1) - 12 = -1 - 7 - 16 - 12 = -36 \neq 0 \rightarrow$ No es raíz.

Recuerda

a es raíz de $P(x)$ si $P(a) = 0$.

5. Considera los polinomios:

$A(x) = 2x^2 - 3x + 5$

$B(x) = -x^3 + x - 4$

$C(x) = 3x^2 - 3$

Calcula:

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

b) $2A(x) - B(x) - C(x)$

c) $4C(x) - B(x)$

a) $A(x) + B(x) + C(x) = 2x^2 - 3x + 5 - x^3 + x - 4 + 3x^2 - 3 = -x^3 + 5x^2 - 2x - 2$

b) $2A(x) - B(x) - C(x) = 2(2x^2 - 3x + 5) - (-x^3 + x - 4) - (3x^2 - 3) = 4x^2 - 6x + 10 + x^3 - x + 4 - 3x^2 + 3 = x^3 + x^2 - 7x + 17$

c) $4C(x) - B(x) = 4(3x^2 - 3) - (-x^3 + x - 4) = 12x^2 - 12 + x^3 - x + 4 = x^3 + 12x^2 - x - 8$

6. Realiza la siguiente operación con polinomios.

$$\frac{x^2 + x}{3} + \frac{2x - 1}{6} - \frac{5x}{3} + \frac{-x^2 + 5}{2}$$

$$\frac{x^2 + x}{3} + \frac{2x - 1}{6} - \frac{5x}{3} + \frac{-x^2 + 5}{2} = \frac{2x^2 + 2x}{6} + \frac{2x - 1}{6} - \frac{10x}{6} + \frac{-3x^2 + 15}{6} =$$

$$= \frac{2x^2 + 2x + 2x - 1 - 10x - 3x^2 + 15}{6} = \frac{-x^2 - 6x + 14}{6} = -\frac{1}{6}x^2 - x + \frac{7}{3}$$

7. Desarrolla las siguientes identidades notables.

a) $(3x + 2y)^2$

b) $(2x^2 - 3)^2$

c) $(2x + 3y)(2x - 3y)$

d) $\left(4xy - \frac{1}{3}x^2\right)^2$

a) $\square 3x \square 2y \square \square 3x \square \square 2 \cdot 3x \cdot 2y \square \square 2y \square \square 9x^2 \square 12xy \square 4y^2$

b) $\square 2x^2 - 3 \square \square 2x^2 \square \square - 2 \cdot 2x^2 \cdot 3 + 3^2 = 4x^4 - 12x^2 + 9$

c) $\square 2x \square 3y \square \square 2x - 3y \square \square \square 2x \square \square - \square 3y \square \square \square 4x^2 - 9y^2$

d) $\left(4xy - \frac{1}{3}x^2\right)^2 = (4xy)^2 - 2 \cdot 4xy \cdot \frac{1}{3}x^2 + \left(\frac{1}{3}x^2\right)^2 = 16x^2y^2 - \frac{8}{3}x^3y + \frac{1}{9}x^4$

Recuerda

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

8. Completa estos desarrollos de identidades notables.

a) $(3x - 2)^2 = 9x^2 - \square 12x \square + 4$

c) $\left(x^2 + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}\right) = x^4 - \square \frac{1}{4} \square$

b) $(2x^2 + 4z)^2 = \square 4x^2 \square + 16z^2 + 16x^2z$

d) $(3xz - x^2)^2 = 9x^2z^2 - \square 6x^3z \square + x^4$

9. Escribe las siguientes expresiones como el cuadrado de un binomio.

a) $x^2 - 4x + 4$

c) $x^2 - 14x + 49$

b) $4y^2 + 4y + 1$

d) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

a) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

c) $x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

b) $4y^2 + 4y + 1 = (2y + 1)^2$

d) $x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

10. De un triángulo rectángulo se sabe que la hipotenusa mide $2x + 5$ cm y uno de los catetos $x - 2$ cm. ¿Qué expresión corresponde a la medida del otro cateto?

Resolvemos mediante el teorema de Pitágoras.

El cateto que falta viene dado por la expresión: $\sqrt{\square 2x \square 5 \square \square - \square x - 2 \square \square}$

Operando y simplificando:

$$\sqrt{\square 2x \square 5 \square \square - \square x - 2 \square \square} = \sqrt{4x^2 \square 20x \square 25 - \square x^2 - 4x \square 4 \square \square} = \sqrt{3x^2 \square 24x \square 21}$$

Evaluación B

1. Indica el grado, el coeficiente principal y el término independiente de estos polinomios.

a) $7x^5 - 6x^4 - 2x^3 \square 3x^2 - 5$

b) $-x^6 \square 4x^5 \square 3x^4 - 2x^2 - 7$

c) $\frac{x^6}{2} - \frac{4x^5}{3} \square \frac{3x^2}{4} \square \frac{2x}{7}$

Recuerda

Coeficiente principal: término de mayor grado.

Grado del polinomio: grado del coeficiente principal.

Término independiente: término de grado 0.

a) $7x^5 - 6x^4 - 2x^3 \square 3x^2 - 5 \rightarrow$ Grado 5, coeficiente principal 7, término independiente -5 .

b) $-x^6 \square 4x^5 \square 3x^4 - 2x^2 - 7 \rightarrow$ Grado 6, coeficiente principal -1 , término independiente -7 .

c) $\frac{x^6}{2} - \frac{4x^5}{3} \square \frac{3x^2}{4} \square \frac{2x}{7} \rightarrow$ Grado 6, coeficiente principal $\frac{1}{2}$, no tiene término independiente.

2. Halla para qué valor de a se cumple que $P(1) = -5$ siendo $P(x) = -x^3 + ax^2 + 5x - 4$.

Sustituyendo en el polinomio:

$$P(1) = -1^3 + a \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 4 = -5 \rightarrow -1 + a + 5 - 4 = -5 \rightarrow a = -5$$

3. Dados los polinomios $A(x) = 3x^2 - 2x + 1$, $B(x) = -5x^3 + 2x - 1$ y $C(x) = 4x^2 - 5$, calcula:

a) $A(x) + B(x) + C(x)$

b) $2A(x) - B(x) - C(x)$

c) $A(x) \cdot C(x) - B(x)$

a) $A(x) + B(x) + C(x) = 3x^2 - 2x + 1 + \square - 5x^3 + 2x - 1 \square \square 4x^2 - 5 \square =$
 $= 3x^2 - 2x + 1 - 5x^3 + 2x - 1 + 4x^2 - 5 = -5x^3 + 7x^2 - 5$

b) $2A(x) - B(x) - C(x) = 2 \square 3x^2 - 2x + 1 \square - \square - 5x^3 + 2x - 1 \square - \square 4x^2 - 5 \square =$
 $= 6x^2 - 4x + 2 + 5x^3 - 2x + 1 - 4x^2 + 5 = 5x^3 + 2x^2 - 6x + 8$

c) $A(x) \cdot C(x) - B(x) = \square 3x^2 - 2x + 1 \square \square 4x^2 - 5 \square - \square - 5x^3 + 2x - 1 \square =$
 $= 12x^4 - 15x^2 - 8x^3 + 10x + 4x^2 - 5 + 5x^3 - 2x + 1 = 12x^4 - 3x^3 - 11x^2 + 8x - 4$

4. Realiza las siguientes divisiones de polinomios entre monomios.

a) $(2x^3y^2 - 5x^2y^2 + 6xy^3) : (-2xy)$

b) $(-6abc + 4ab^2c + 2a^2b^3c) : (3ab)$

a) $\square 2x^3y^2 - 5x^2y^2 \square 6xy^3 \square : \square -2xy \square \square -x^2y \square \square \frac{5}{2}xy - 3y^2$

b) $\square -6abc + 4ab^2c + 2a^2b^3c \square : \square 3ab \square = -2c + \frac{4}{3}bc + \frac{2}{3}ab^2c$

5. Reduce a común denominador y simplifica.

$$\frac{3x^2 + 2x}{5} - \frac{x - 4}{2} + \frac{x^2 - 3x}{10} - \frac{-x^2 - 2x}{4}$$

$$\frac{3x^2 + 2x}{5} - \frac{x - 4}{2} + \frac{x^2 - 3x}{10} - \frac{-x^2 - 2x}{4} = \frac{12x^2 + 8x}{20} - \frac{10x - 40}{20} + \frac{2x^2 - 6x}{20} - \frac{-5x^2 - 10x}{20} =$$

$$= \frac{12x^2 + 8x - 10x + 40 + 2x^2 - 6x + 5x^2 + 10x}{20} = \frac{19x^2 + 2x + 40}{20} = \frac{19x^2}{20} + \frac{1}{10}x + 2$$

6. Desarrolla las siguientes identidades notables.

a) $(-3x^2 - 4y)^2$

b) $(-6 + z^2)^2$

c) $(2xy - 4z^2)(2xy + 4z^2)$

d) $\left(1 - \frac{x}{y}\right)^2$

a) $(-3x^2 - 4y)^2 = (-3x^2)^2 + 2 \cdot (-3x^2) \cdot (-4y) + (-4y)^2 = 9x^4 + 24x^2y + 16y^2$

b) $(-6 + z^2)^2 = 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot z^2 + (z^2)^2 = 36 - 12z^2 + z^4$

c) $(2xy - 4z^2)(2xy + 4z^2) = (2xy)^2 - (4z^2)^2 = 4x^2y^2 - 16z^4$

d) $\left(1 - \frac{x}{y}\right)^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 1 - \frac{2x}{y} + \frac{x^2}{y^2}$

Recuerda

$$(-a - b)^2 = (a + b)^2$$

$$(-a + b)^2 = (a - b)^2$$

7. Realiza las siguientes operaciones con polinomios.

a) $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1)$

b) $(2x - 3)^2 + (3x + 2)^2$

a) $(x - 1)^2 + (x + 1)^2 - (x + 1)(x - 1) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 1) = x^2 - 2x + 1 + x^2 + 2x + 1 - x^2 + 1 = x^2 + 3$

b) $(2x - 3)^2 + (3x + 2)^2 = 4x^2 - 12x + 9 + 9x^2 + 12x + 4 = 13x^2 + 13$

8. Escribe la expresión algebraica que corresponda en cada caso.

a) El área de un cuadrado de lado x .

b) El perímetro de un cuadrado de lados x e y .

c) El área de un círculo de radio r .

d) El volumen de una esfera de diámetro d .

a) x^2

b) $2x + 2y$

c) $\pi \cdot r^2$

d) $\frac{4 \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^3}{3}$

9. Saca factor común y emplea los productos notables para descomponer en factores los siguientes polinomios.

a) $2x^4 - 12x^3 + 18x^2$

b) $45x^5 + 30x^4 + 5x^3$

a) $2x^4 - 12x^3 + 18x^2 = 2x^2(x^2 - 6x + 9) = 2x^2(x - 3)^2$

b) $45x^5 + 30x^4 + 5x^3 = 5x^3(9x^2 + 6x + 1) = 5x^3(3x + 1)^2$

10. Calcula el volumen de un cubo cuya arista mide $2x - 3$ metros.

El volumen de un cubo de arista l viene dado por la fórmula $V = l^3$. En nuestro caso, $V = (2x - 3)^3$

Haciendo cálculos: $V = (2x - 3)^3 = (2x - 3)(2x - 3)(2x - 3) = (4x^2 - 12x + 9)(2x - 3) =$

$$8x^3 - 12x^2 - 24x^2 + 36x + 18x - 27 = 8x^3 - 36x^2 + 54x - 27 \text{ m}^3$$

Evaluación C

1. Expresa mediante lenguaje algebraico las siguientes expresiones.

- a) El cubo del producto de dos números. c) La diferencia del cuadrado de dos números.
b) La suma de dos números pares consecutivos. d) La sexta parte de la raíz cúbica de un número.

a) $(x \cdot y)^3$ b) $2x + (2x + 2)$ c) $x^2 - y^2$ d) $\frac{\sqrt[3]{x}}{6}$

2. Calcula el valor numérico del polinomio $x^4 - x^3 + 5x^2 - 6$ para $x = 2$ y $x = -1$.

Para $x = 2 \rightarrow 2^4 - 2^3 + 5 \cdot 2^2 - 6 = 16 - 8 + 20 - 6 = 22$

Para $x = -1 \rightarrow (-1)^4 - (-1)^3 + 5 \cdot (-1)^2 - 6 = 1 - (-1) + 5 \cdot 1 - 6 = 1 + 1 + 5 - 6 = 1$

3. Halla el valor numérico del polinomio $x^5 - 4x^3 - 11x^2 + 3x - 7$ para $x = -1$, $x = 3$ y $x = 0$.

Para $x = -1 \rightarrow (-1)^5 - 4 \cdot (-1)^3 - 11 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) - 7 = -1 + 4 - 11 - 3 - 7 = -18$

Para $x = -3 \rightarrow (-3)^5 - 4 \cdot (-3)^3 - 11 \cdot (-3)^2 + 3 \cdot (-3) - 7 = -243 + 108 - 99 - 9 - 7 = -250$

Para $x = 0 \rightarrow 0^5 - 4 \cdot 0^3 - 11 \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 - 7 = -7$

4. Resuelve estas operaciones con polinomios.

a) $(x^3 - 2x^2)(3x - 7)$

b) $(2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1) - (4x^3 - 2x^2 + 5x - 3)$

c) $(4x^2 - 2x + 1)(-x^3 + 2x^2 + 5x - 3)$

d) $(2x^4 + 5x^3 + x^2 - 6) + (-4x^3 - 2x^2 + x - 1) - (3x^2 + 5x - 6)$

a) $(x^3 - 2x^2)(3x - 7) = 3x^4 - 7x^3 - 6x^3 + 14x^2 = 3x^4 - 13x^3 + 14x^2$

b) $(2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1) - (4x^3 - 2x^2 + 5x - 3) =$
 $= 2x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1 - 4x^3 + 2x^2 - 5x + 3 = 2x^4 + x^3 - x^2 + x + 2$

c) $(4x^2 - 2x + 1)(-x^3 + 2x^2 + 5x - 3) = -4x^5 + 8x^4 + 20x^3 - 12x^2 + 2x^4 -$
 $- 4x^3 - 10x^2 + 6x - x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = -4x^5 + 10x^4 + 15x^3 - 20x^2 + 11x - 3$

d) $(2x^4 + 5x^3 + x^2 - 6) + (-4x^3 - 2x^2 + x - 1) - (3x^2 + 5x - 6) =$
 $= 2x^4 + 5x^3 + x^2 - 6 - 4x^3 - 2x^2 + x - 1 - 3x^2 - 5x + 6 = 2x^4 + x^3 - 4x^2 - 4x - 1$

5. Reduce a común denominador y simplifica.

$$\frac{-x^2 + 4x}{6} - \frac{3x + 4}{3} + \frac{3x^2 + 5x}{5} - \frac{x^2 - 3x}{4}$$

$$\frac{-x^2 + 4x}{6} - \frac{3x + 4}{3} + \frac{3x^2 + 5x}{5} - \frac{x^2 - 3x}{4} = \frac{-10x^2 + 40x}{60} - \frac{60x + 80}{60} + \frac{36x^2 + 60x}{60} - \frac{15x^2 - 45x}{60} =$$

$$= \frac{-10x^2 + 4x - 60x - 80 + 36x^2 + 60x - 15x^2 - 45x}{60} = \frac{11x^2 + 85x - 80}{60} = \frac{11}{60}x^2 + \frac{17}{10}x - \frac{4}{3}$$

6. Completa las siguientes identidades notables.

a) $x^2 + 6xy + 9y^2 = (\boxed{x} + \boxed{3y})^2$

d) $x^4 - 10x^2y + 25y^2 = (\boxed{x^2} - \boxed{5y})^2$

b) $4x^2 - 1 = (\boxed{2x} + \boxed{1})(\boxed{2x} - \boxed{1})$

e) $4x^2 - 20xy + 25y^2 = (\boxed{2x} - \boxed{5y})^2$

c) $49x^4 + \boxed{14x^2} + 1 = (\boxed{7x^2} + \boxed{1})^2$

f) $9 - \boxed{16x^4} = (\boxed{3} + 4x^2)(\boxed{3} - \boxed{4x^2})$

7. Extrae factor común e identifica las identidades notables para factorizar.

a) $12x^3 - 36x^2 + 27x$

b) $4x^4 + 40x^3 + 100x^2$

a) $12x^3 - 36x^2 + 27x = 3x(4x^2 - 12x + 9) = 3x(2x - 3)^2$

b) $4x^4 + 40x^3 + 100x^2 = 4x^2(x^2 + 10x + 25) = 4x^2(x + 5)^2$

8. Realiza las siguientes operaciones con polinomios.

a) $(2x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

b) $(x^2 - 3)^2 + (x^2 + 5)^2$

a) $(2x - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 4x + 1 - (4x^2 - 1) = 4x^2 - 4x + 1 - 4x^2 + 1 = -4x + 2$

b) $(x^2 - 3)^2 + (x^2 + 5)^2 = x^4 - 6x^2 + 9 + x^4 + 10x^2 + 25 = 2x^4 + 4x^2 + 34$

9. Responde razonadamente si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Al sumar o restar dos polinomios de grado 3, el resultado es un polinomio de grado 3.

b) Para poder multiplicar monomios no es necesario que sean semejantes.

c) El polinomio $x^5 - 4x^3 + 2x - 3$ no tiene coeficiente principal.

d) Las identidades notables se utilizan para calcular el cubo de un binomio.

a) FALSO. Por ejemplo: $(2x^3 - 3x^2 + 5x + 7) + (-2x^3 + 15x - 3) = -3x^2 + 20x + 4$

b) VERDADERO. Sólo es necesario que sean semejantes para sumar o restar monomios.

c) FALSO. El coeficiente principal es 1.

d) FALSO. Se utilizan para calcular el cuadrado de un binomio o un producto de suma por diferencia.

10. El ancho de una caja de cartón mide x metros. Si el alto mide el doble que el ancho, y el largo el triple, calcula en función de x :

a) El volumen de la caja.

b) El área de la caja.

Si el ancho mide x , el alto mide $2x$ y el ancho $3x$.

a) $V = a \cdot b \cdot c = x \cdot 2x \cdot 3x = 6x^3 \text{ m}^3$

b) $A = 2ab + 2ac + 2bc = 2 \cdot x \cdot 2x + 2 \cdot x \cdot 3x + 2 \cdot 2x \cdot 3x = 22x^2 \text{ m}^2$

Evaluación D

1. ¿De cuál de estos polinomios es $x = -1$ raíz?

a) $P(x) = -x^3 - 1$ b) $Q(x) = x^4 - 2x^2 + 1$ c) $R(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ d) $S(x) = x^2 + x + 1$

a) $P(-1) = -(-1)^3 - 1 = 1 - 1 = 0 \rightarrow$ Sí es raíz.

b) $Q(-1) = (-1)^4 - 2 \cdot (-1)^2 + 1 = 1 - 2 + 1 = 0 \rightarrow$ Sí es raíz.

c) $R(-1) = (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 1 = -1 + 3 - 3 + 1 = 0 \rightarrow$ Sí es raíz.

d) $S(-1) = (-1)^2 + (-1) + 1 = 1 - 1 + 1 = 1 \neq 0 \rightarrow$ No es raíz.

2. Realiza la siguiente operación con polinomios: $\frac{x^2 - 3x}{2} \square \frac{4x \square 1}{6} - \frac{-x^3 \square 5x}{3} \square \frac{x^2 - 7}{4}$

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 3x}{2} \square \frac{4x \square 1}{6} - \frac{-x^3 \square 5x}{3} \square \frac{x^2 - 7}{4} \square \frac{6x^2 - 18x}{12} \square \frac{4x \square 1}{6} - \frac{-4x^3 \square 20x}{12} \square \frac{3x^2 - 21}{12} \square \\ & \square \frac{6x^2 - 18x \square 4x \square 2 - (-4x^3 \square 20x) \square 3x^2 - 21}{12} \square \\ & \square \frac{6x^2 - 18x \square 4x \square 2 \square 4x^3 - 20x \square 3x^2 - 21}{12} \square \frac{4x^3 \square 9x^2 - 30x - 19}{12} \end{aligned}$$

3. Desarrolla estas igualdades notables.

a) $(2a - 2z)^2$

c) $(3x^2 + 5y)^2$

e) $(-1 - x^4)^2$

b) $(4 + y^2)(4 - y^2)$

d) $\left(\frac{1}{2} \square z^2\right)^2$

f) $(x^2 - x^3)^2$

a) $[2a - 2z]^2 \square [2a]^2 - 2 \cdot 2a \cdot 2z \square [2z]^2 = 4a^2 - 8az + 4z^2$

b) $[4 \square y^2][4 - y^2] \square 4^2 - [y^2]^2 \square 16 - y^4$

c) $[3x^2 \square 5y]^2 \square [3x^2]^2 \square 2 \cdot 3x^2 \cdot 5y \square [5y]^2 = 9x^4 + 30x^2y + 25y^2$

d) $\left(\frac{1}{2} + z^2\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot z^2 + [z^2]^2 = \frac{1}{4} + z^2 + z^4$

e) $[-1 - x^4]^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot x^4 + [x^4]^2 = 1 + 2x^4 + x^8$

f) $[x^2 - x^3]^2 \square [x^2]^2 - 2 \cdot x^2 \cdot x^3 \square [x^3]^2 = x^4 - 2x^5 + x^6$

4. Extrae factor común en cada caso.

a) $-2x^3y \square 3x^2z \square 6x^2t - 2xyz$

c) $8x^3z \square 4x^2y - 2x^2t^2 \square 6x^4$

b) $2a^2bc - 3ab^2c \square 4abc^2$

d) $15xy^2 - 5x^2z \square 10y^2z$

a) $-2x^3y + 3x^2z + 6x^2t - 2xyz = x[-2x^2y + 3xz + 6xt - 2yz]$

b) $2a^2bc - 3ab^2c \square 4abc^2 \square abc[2a - 3b \square 4c]$

c) $8x^3z \square 4x^2y - 2x^2t^2 \square 6x^4 \square 2x^2[4xz \square y - t^2 \square 3x^2]$

d) $15xy^2 - 5x^2z \square 10y^2z \square 5[3xy^2 - x^2z \square 2y^2z]$

5. Halla el dividendo de una división si sabemos que el divisor es $3x - 1$, el cociente $4x^3 + 6x^2 - 5x - 1$ y el resto, 5.

Sabemos que: dividendo es igual a divisor por cociente más resto. Operando:

$$\begin{aligned} \text{Dividendo: } [3x - 1][4x^3 + 6x^2 - 5x - 1] + 5 &= 12x^4 + 18x^3 - 15x^2 - 3x - 4x^3 - 6x^2 + 5x + 1 + 5 = \\ &= 12x^4 + 14x^3 - 21x^2 + 2x + 6 \end{aligned}$$

6. Realiza las siguientes operaciones con polinomios.

a) $(y-2)^2 + (y+2)(y-2) - 2y^2$

b) $(x^2-x)^2 + (x^2+x)^2$

a) $(y-2)^2 + (y+2)(y-2) - 2y^2 = y^2 - 4y + 4 + y^2 - 4 - 2y^2 = -4y$

b) $(x^2-x)^2 + (x^2+x)^2 = x^4 - 2x^3 + x^2 + x^4 + 2x^3 + x^2 = 2x^4 + 2x^2$

7. Determina el valor de m en el polinomio $x^5 - 4mx^4 - 3x^2 + 5x - 6$ para que al hallar el valor numérico para $x = 1$, el resultado sea 12.

Sustituyendo y resolviendo la ecuación tenemos:

$$P(1) = 1^5 - 4 \cdot m \cdot 1^4 - 3 \cdot 1^2 + 5 \cdot 1 - 6 = 12 \rightarrow 1 - 4m - 3 + 5 - 6 = 12 \rightarrow -4m = 15 \rightarrow m = -\frac{15}{4}$$

8. Escribe la expresión algebraica que corresponda en cada caso.

a) La suma de tres números consecutivos.

b) El producto de un número y su mitad.

c) La cuarta parte de la diferencia de dos números.

d) El cuadrado de la mitad de un número.

a) $x + (x+1) + (x+2)$

b) $x \cdot \frac{x}{2}$

c) $\frac{x-y}{4}$

d) $\left(\frac{x}{2}\right)^2$

9. Completa los siguientes desarrollos de identidades notables.

a) $(2x+3)^2 = 4x^2 + \boxed{12x} + 9$

c) $(x+3y)(x-3y) = x^2 - \boxed{9y^2}$

b) $\left(x^2 - \frac{z}{2}\right)^2 = x^4 + \frac{z^2}{4} - \boxed{x^2z}$

d) $(x^2y - x^2)^2 = x^4y^2 - \boxed{2x^4y} + x^4$

10. El radio de un cilindro mide $2x - 3$ centímetros, y su altura, $3x$ centímetros. ¿Cuánto mide su volumen?

El volumen de un cilindro viene dado por la fórmula: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Sustituimos los datos en la fórmula.

$$V = \pi(2x-3)^2 \cdot 3x$$

Desarrollando y simplificando la expresión:

$$V = \pi(2x-3)^2 \cdot 3x = \pi(4x^2 - 12x + 9) \cdot 3x = \pi(12x^3 - 36x^2 + 18x) \text{ cm}^3$$