

6. Ecuaciones de 1.^{er} y 2.^o grado

1. ECUACIONES DE 1.^{ER} GRADO

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente:

- a) $x + 2 = 5$ b) $x - 3 = 4$
 c) $4x = 12$ d) $(x - 3)(x + 5) = 0$
 a) $x = 3$ b) $x = 7$
 c) $x = 3$ d) $x = 3, x = -5$

CARNÉ CALCULISTA

Calcula con dos decimales: 875,2 : 6,91

$C = 126,65; R = 0,0485$

APLICA LA TEORÍA

Resuelve las siguientes ecuaciones:

1. $4x + 12 = 6x - 8$

$x = 10$

2. $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$

$x = 1$

3. $8x - 2x + 4 = 2x$

$x = -1$

4. $4x + 3x - 4 = 3x + 8$

$x = 3$

5. $3(x + 2) + 2x = 5x - 2(x - 4)$

$x = 1$

6. $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$

$x = -19/5$

7. $2(x - 3) + 5(x + 2) = 4(x - 1) + 3$

$x = -5/3$

8. $5 - (2x + 4) = 3 - (3x + 2)$

$x = 0$

Resuelve mentalmente:

9. $x(x - 2)(x + 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 2, x_3 = -3$

10. $(2x + 1)(x - 4)(3x + 5) = 0$

$x_1 = -1/2, x_2 = 4, x_3 = -5/3$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

11. $\frac{x - 3}{4} = \frac{x - 5}{6} + \frac{x - 1}{9}$

$x = 7$

12. $\frac{7 - x}{2} = \frac{9}{2} + \frac{7x - 5}{10}$

$x = -5/12$

13. $\frac{x}{3} + 3x - \frac{x - 2}{4} = \frac{1}{4} + x$

$x = -3/25$

14. $\frac{x - 1}{2} - \frac{x - 2}{3} + \frac{10 - 3x}{5} = 0$

$x = 5$

2. ECUACIONES DE 2.^o GRADO

PIENSA Y CALCULA

Resuelve mentalmente si es posible:

- a) $x^2 = 0$ b) $x(x - 3) = 0$
 c) $x^2 = 16$ d) $x^2 = -25$
 a) $x = 0$ b) $x = 0, x = 3$
 c) $x = -4, x = 4$ d) No tiene solución.

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $(2x + 7)^2 = 4x^2 + 28x + 49$

Factoriza: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$

APLICA LA TEORÍA

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

15. $x^2 = 25$

$x_1 = 5, x_2 = -5$

16. $x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

17. $x^2 = 49$

$x_1 = 7, x_2 = -7$

18. $5x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

19. $x^2 - 1 = 0$

$x_1 = 1, x_2 = -1$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

20. $x^2 - 6x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 6$

21. $x^2 - 16 = 0$

$x_1 = -4, x_2 = 4$

22. $7x^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 0$

23. $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 3, x_2 = 2$

24. $x^2 + 5x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = -5$

25. $x^2 - 25 = 0$

$x_1 = -5, x_2 = 5$

26. $x^2 - 9x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 9$

27. $x^2 = 81$

$x_1 = -9, x_2 = 9$

28. $x^2 - 9 = 0$

$x_1 = -3, x_2 = 3$

29. $x^2 - 4x + 4 = 0$

$x_1 = x_2 = 2$

30. $x^2 + 8x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = -8$

31. $4x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9/2, x_2 = 9/2$

32. $2x^2 - 3x - 20 = 0$

$x_1 = -5/2, x_2 = 4$

33. $4x^2 - 3x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 3/4$

34. $x^2 = 4$

$x_1 = -2, x_2 = 2$

35. $8x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1/2, x_2 = 3/4$

36. $x(x - 3) = 10$

$x_1 = -2, x_2 = 5$

37. $(x + 2)(x + 3) = 6$

$x_1 = -5, x_2 = 0$

38. $(2x - 3)^2 = 8x$

$x_1 = 1/2, x_2 = 9/2$

39. $2x(x - 3) = 3x(x - 1)$

$x_1 = -3, x_2 = 0$

40. $\frac{3x}{2} - \frac{x^2 + x}{2} = \frac{3}{8}$

$x_1 = 1/2, x_2 = 3/2$

41. $\frac{9x - 4}{10} - x + \frac{x^2 + 2}{30} = 1$

$x_1 = -5, x_2 = 8$

**3. NÚMERO DE SOLUCIONES.
FACTORIZACIÓN**

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente las siguientes raíces cuadradas y da todas las soluciones reales:

a) $\sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}$ b) $\sqrt{6^2 - 4 \cdot 9}$ c) $\sqrt{2^2 - 4 \cdot 2}$

a) ± 1 b) 0 c) No tiene solución real.

CARNÉ CALCULISTA

Calcula: $\frac{7}{6} : \frac{2}{5} - \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} = \frac{25}{24}$

APLICA LA TEORÍA

Sin resolverlas y sin hallar el discriminante, calcula mentalmente cuántas soluciones tienen las ecuaciones:

42. $5x^2 - 12x = 0$

Tiene dos soluciones.

43. $x^2 + 25 = 0$

No tiene solución real.

44. $2x^2 = 0$

Tiene una solución doble.

45. $x^2 - 81 = 0$

Tiene dos soluciones.

Sin resolver las siguientes ecuaciones, determina cuántas soluciones tienen:

46. $x^2 - 6x + 7 = 0$

$\Delta = 36 - 28 = 8 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

47. $x^2 - 8x + 16 = 0$

$\Delta = 64 - 64 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

48. $2x^2 - 3x + 5 = 0$

$\Delta = 9 - 40 = -31 < 0 \Rightarrow$ No tiene solución real.

49. $3x^2 - 9x - 3 = 0$

$\Delta = 81 + 36 = 117 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

Halla mentalmente la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

50. $x^2 + 4x + 4$

$(x + 2)^2$

51. $x^2 - 6x + 9$

$(x - 3)^2$

52. $x^2 - 25$

$(x + 5)(x - 5)$

53. $4x^2 + 4x + 1$

$(2x + 1)^2$

Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

54. $x^2 + 4x - 5$

$(x - 1)(x + 5)$

55. $x^2 - x - 2$

$(x - 2)(x + 1)$

56. $2x^2 + 9x - 5$

$2(x + 5)(x - 1/2)$

57. $8x^2 + 14x - 15$

$8(x + 5/2)(x - 3/4)$

Halla, en cada caso, una ecuación de 2.º grado cuyas soluciones son:

58. $x_1 = 5, x_2 = -7$

$(x - 5)(x + 7) = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 35 = 0$

59. $x_1 = 2/5, x_2 = -3$

$(x - 2/5)(x + 3) = 0$
 $x^2 + 13x/5 - 6/5 = 0$
 $5x^2 + 13x - 6 = 0$

60. $x_1 = -4, x_2 = -2/3$

$$(x + 4)(x + 2/3) = 0$$

$$x^2 + 14x/3 + 8/3 = 0$$

$$3x^2 + 14x + 8 = 0$$

61. $x_1 = 3/5, x_2 = -1/2$

$$(x - 3/5)(x + 1/2) = 0$$

$$x^2 - x/10 - 3/10 = 0$$

$$10x^2 - x - 3 = 0$$

Calcula la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones, sin resolver estas:

62. $5x^2 - 15x + 9 = 0$

$$S = \frac{15}{5} = 3, P = \frac{9}{5}$$

63. $x^2 - 6x + 12 = 0$

$$S = 6, P = 12$$

64. $2x^2 - 5 = 0$

$$S = 0, P = -\frac{5}{2}$$

65. $3x^2 - 14x = 0$

$$S = \frac{14}{3} = 3, P = 0$$

4. PROBLEMAS DE ECUACIONES

PIENSA Y CALCULA

Calcula mentalmente:

a) El lado de un cuadrado cuya área es 16 m²

b) Tres números enteros consecutivos cuya suma sea 12

a) 4 m

b) 3, 4, 5

CARNÉ CALCULISTA

Desarrolla: $(2x + \frac{1}{3})(2x - \frac{1}{3}) = 4x^2 - \frac{1}{9}$

Factoriza: $9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$

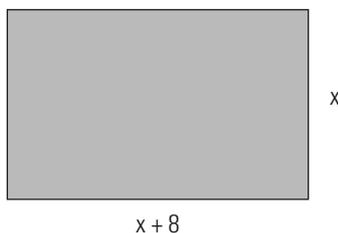
APLICA LA TEORÍA

66. La suma de dos números es 36, y uno es el doble del otro. Calcula dichos números.

$$x + 2x = 36 \Rightarrow x = 12$$

Los números son: 12 y 24

67. La base de un rectángulo mide 8 cm más que la altura. Si su perímetro mide 64 cm, calcula las dimensiones del rectángulo.



$$2(x + 8) + 2x = 64 \Rightarrow x = 12$$

Las dimensiones son: altura = 12 cm; base = 20 cm

68. Se mezcla café de 4,8 €/kg con café de 7,2 €/kg. Si se desea obtener 60 kg de mezcla a 6,5 €/kg, ¿cuántos kilos de cada clase se deben mezclar?

	Café A	Café B	Mezcla
Precio (€/kg)	4,8	7,2	6,5
Peso (kg)	x	60 - x	60
Dinero (€)	4,8x + 7,2(60 - x) = 6,50 · 60		

$$4,8x + 7,2(60 - x) = 6,5 \cdot 60 \Rightarrow x = 17,5$$

Café A: 17,5 kg Café B: 42,5 kg

69. Una madre tiene 26 años más que su hijo, y dentro de 10 años la edad de la madre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tienen en la actualidad?

	Actualmente	Dentro de 10 años
Hijo	x	x + 10
Madre	x + 26	x + 36

$$x + 36 = 2(x + 10) \Rightarrow x = 16$$

Edad del hijo = 16 años. Edad de la madre = 42 años.

70. Una moto sale de una ciudad A hacia otra B con una velocidad de 70 km/h. Tres horas más tarde, un coche sale de la misma ciudad y en el mismo sentido con una velocidad de 100 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará el coche en alcanzar a la moto?



El espacio que recorre la moto es igual que el que recorre el coche y la fórmula es $e = v \cdot t$

$$70t = 100(t - 3) \Rightarrow t = 10$$

El coche tarda 7 horas en alcanzar a la moto.

71. Halla dos números cuya diferencia sea 5 y la suma de sus cuadrados sea 73

Un número x y el otro x - 5

$$x^2 + (x - 5)^2 = 73 \Rightarrow x = 8, x = -3$$

Hay dos soluciones:

$$N.^{\circ} \text{ mayor} = 8 \Rightarrow N.^{\circ} \text{ menor} = 3$$

$$N.^{\circ} \text{ mayor} = -3 \Rightarrow N.^{\circ} \text{ menor} = -8$$

72. La suma de los cuadrados de dos números consecutivos es 181. Halla dichos números.

Los números son x y x + 1

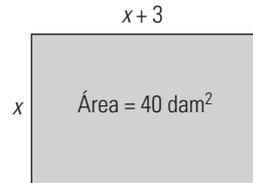
$$x^2 + (x + 1)^2 = 181 \Rightarrow x = 9, x = -10$$

Hay dos soluciones:

$$N.^{\circ} \text{ menor} = 9 \Rightarrow N.^{\circ} \text{ mayor} = 10$$

$$N.^{\circ} \text{ menor} = -10 \Rightarrow N.^{\circ} \text{ mayor} = -9$$

73. Calcula las dimensiones de una finca rectangular sabiendo que tiene 3 dam de larga más que de ancha y su superficie es de 40 dam²



$$x(x + 3) = 40 \Rightarrow x = 5, x = -8$$

La solución negativa no tiene sentido.

Ancho = 5 dam

Largo = 8 dam

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

1. ECUACIONES DE 1.º GRADO

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

74. $x + 2 = 9$

$$x = 7$$

75. $x - 2 = 3$

$$x = 5$$

76. $3x = 15$

$$x = 5$$

77. $\frac{x}{3} = 7$

$$x = 21$$

78. $4x = 3$

$$x = 3/4$$

79. $x - 5 = 0$

$$x = 5$$

80. $5x + 7 = 0$

$$x = -7/5$$

81. $x(x - 4)(x + 5) = 0$

$$x_1 = 0, x_2 = 4, x_3 = -5$$

82. $(3x + 2)(5x - 6)(x + 5) = 0$

$$x_1 = -2/3, x_2 = 6/5, x_3 = -5$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

83. $7x + 2 = 4x - 10$

$$x = -4$$

84. $5 + 3x - 2x = 7 + 4x - x$

$$x = -1$$

85. $6x - 3x + 5 = 2x + 1$

$$x = -4$$

86. $6 - 4x + 2x - 6 = 2x + 5$

$$x = -5/4$$

87. $4(x + 5) + 3x = 4x - 3(x - 4)$

$$x = -4/3$$

88. $9 - 2(3x + 4) = 5 - 3(x - 4)$

$$x = -16/3$$

89. $12 - (7x + 5) = 4 - (5x + 2)$

$$x = 5/2$$

90. $5(x - 2) + 3(x + 2) = 6(x - 1)$

$$x = -1$$

91. $\frac{6x - 1}{2} = \frac{x - 1}{3} + \frac{4x + 3}{2}$

$$x = 5/2$$

92. $\frac{4 - x}{5} = 2 - \frac{3x - 2}{10}$

$$x = 14$$

93. $\frac{3x}{2} - 2(x - 3) - \frac{x - 2}{4} = 5 + x$

$$x = 6/7$$

94. $\frac{x - 5}{2} - \frac{2x - 3}{3} + \frac{10 - x}{12} = 0$

$$x = -8/3$$

2. ECUACIONES DE 2.º GRADO

Resuelve mentalmente las siguientes ecuaciones:

95. $x^2 = 81$

$$x_1 = 9, x_2 = -9$$

96. $2x^2 = 0$

$$x_1 = x_2 = 0$$

97. $x^2 = 36$

$$x_1 = 6, x_2 = -6$$

98. $7x^2 = 0$

$$x_1 = x_2 = 0$$

99. $x^2 - 64 = 0$

$$x_1 = 8, x_2 = -8$$

Resuelve las siguientes ecuaciones:

100. $x^2 - 12x = 0$

$$x_1 = 0, x_2 = 12$$

101. $(x - 2)^2 - 16 = 0$

$$x_1 = -2, x_2 = 6$$

102. $x^2 - 6x - 7 = 0$

$$x_1 = -1, x_2 = 7$$

103. $(x + 1)^2 = 4x$

$$x_1 = x_2 = 1$$

104. $x^2 + x - 6 = 0$

$$x_1 = 2, x_2 = -3$$

105. $x^2 - 25 = 0$

$$x_1 = -5, x_2 = 5$$

106. $x(x - 4) = 2x(x - 3)$

$x_1 = 0, x_2 = 2$

107. $3(x - 2)^2 - 27 = 0$

$x_1 = -1, x_2 = 5$

108. $4x^2 - 9 = 0$

$x_1 = -3/2, x_2 = 3/2$

109. $6x^2 - 7x - 3 = 0$

$x_1 = -1/3, x_2 = 3/2$

110. $\frac{5x^2}{3} = 3\left(\frac{x^2}{2} - \frac{x}{4}\right)$

$x_1 = -9/2, x_2 = 0$

111. $5x^2 - 4x = 2x^2$

$x_1 = 0, x_2 = 4/3$

112. $x^2 - 51x + 36 = 0$

$x_1 = 3/4, x_2 = 12$

113. $\frac{x^2 - 4x}{6} - \frac{1}{3} = \frac{5x - 3x^2}{12} + \frac{1}{6}$

$x_1 = -2/5, x_2 = 3$

3. NÚMERO DE SOLUCIONES. FACTORIZACIÓN

Sin resolver las siguientes ecuaciones, determina cuántas soluciones tienen:

114. $x^2 + x - 12 = 0$

$\Delta = 1 + 48 = 49 > 0 \Rightarrow$ Tiene dos soluciones.

115. $x^2 - 4x + 13 = 0$

$\Delta = 16 - 52 = -36 < 0 \Rightarrow$ No tiene soluciones reales.

116. $9x^2 - 12x + 4 = 0$

$\Delta = 144 - 144 = 0 \Rightarrow$ Tiene una solución doble.

117. $4x^2 - 12x + 13 = 0$

$\Delta = 144 - 208 = -64 < 0 \Rightarrow$ No tiene soluciones reales.

Halla la descomposición factorial de los siguientes polinomios:

118. $4x^2 - 3x$

$4x(x - 3/4)$

119. $x^2 - 144$

$(x + 12)(x - 12)$

120. $9x^2 + 12x + 4$

$9(x + 2/3)^2$

121. $20x^2 - 7x - 6$

$20(x + 2/5)(x - 3/4)$

Halla, en cada caso, una ecuación de 2.º grado cuyas soluciones son:

122. $x_1 = 4, x_2 = -5$

$(x - 4)(x + 5) = 0 \Rightarrow x^2 + x - 20 = 0$

123. $x_1 = 3/4, x_2 = -2$

$(x - 3/4)(x + 2) = 0$

$x^2 + 5x/4 - 3/2 = 0 \Rightarrow 4x^2 + 5x - 6 = 0$

124. $x_1 = -3, x_2 = -1/3$

$(x + 3)(x + 1/3) = 0$

$x^2 + 10x/3 + 1 = 0 \Rightarrow 3x^2 + 10x + 3 = 0$

125. $x_1 = 2/5, x_2 = -3/2$

$(x - 2/5)(x + 3/2) = 0$

$x^2 + 11x/10 - 3/5 = 0 \Rightarrow 10x^2 + 11x - 6 = 0$

Calcula la suma y el producto de las soluciones de las siguientes ecuaciones, sin resolver estas:

126. $x^2 - 8x + 3 = 0$

$S = 8, P = 3$

127. $x^2 - 7x + 2 = 0$

$S = 7, P = 2$

128. $6x^2 + x - 2 = 0$

$S = -1/6, P = -1/3$

129. $5x^2 - 16x + 3 = 0$

$S = 16/5, P = 3/5$

4. PROBLEMAS DE ECUACIONES

130. Calcula tres números enteros consecutivos tales que la suma de los tres sea igual al doble del segundo.

Primer número: $x - 1$

Segundo número: x

Tercer número: $x + 1$

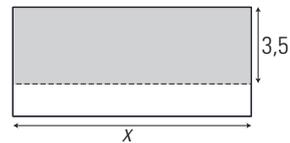
$x - 1 + x + x + 1 = 2x \Rightarrow x = 0$

Primer número = -1

Segundo número = 0

Tercer número = 1

131. Si se disminuye la altura de un rectángulo en 3,5 cm, el área disminuye en 21 cm². Calcula la base del rectángulo.



$3,5x = 21 \Rightarrow x = 6$

La base mide 6 cm

132. Hace siete años, la edad de un padre era cinco veces la del hijo. Si actualmente es solo el triple, ¿qué edad tiene cada uno?

	Hace 7 años	Actualmente
Hijo	x	$x + 7$
Padre	$5x$	$5x + 7$

$5x + 7 = 3(x + 7) \Rightarrow x = 7$

Edad del hijo = 14 años.

Edad del padre = 42 años.

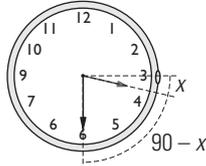
133. Se mezcla azúcar de 1,125 €/kg con azúcar de 1,4 €/kg y se obtienen 200 kg de mezcla a 1,29 €/kg. ¿Cuántos kilos de cada clase se han mezclado?

	Azúcar A	Azúcar B	Mezcla
Precio (€/kg)	1,125	1,4	1,29
Peso (kg)	x	$200 - x$	200
Dinero (€)	$1,125x + 1,4(200 - x) = 1,29 \cdot 200$		

$$1,125x + 1,4(200 - x) = 1,29 \cdot 200 \Rightarrow x = 80$$

Azúcar A: 80 kg Azúcar B: 120 kg

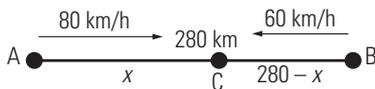
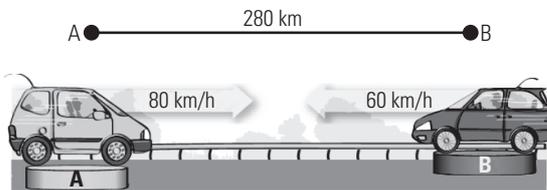
134. ¿Qué ángulo forman las agujas de un reloj a las tres y media?



$$12x = 180 \Rightarrow x = 15^\circ$$

El ángulo que forman es de $90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

135. Un vehículo sale de A con dirección a B y lleva una velocidad constante de 80 km/h. En el mismo instante, otro vehículo sale de B hacia A con una velocidad de 60 km/h. Si la distancia entre A y B es de 280 km, ¿a qué distancia de A se cruzan los dos vehículos?



El tiempo que tardan ambos es el mismo y la fórmula es:

$$e = v \cdot t \Rightarrow t = \frac{e}{v}$$

$$\frac{x}{80} = \frac{280 - x}{60} \Rightarrow x = 160$$

Se encuentran a 160 km de A

136. Calcula dos números naturales consecutivos tales que su producto sea 132

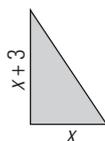
$$x(x + 1) = 132 \Rightarrow x = -12 \text{ y } x = 11$$

Hay dos soluciones:

Número menor = -12, número mayor = -11

Número menor = 11, número mayor = 12

137. Un triángulo rectángulo tiene un área de 44 m². Calcula la longitud de los catetos si uno de ellos mide 3 m más que el otro.



$$\frac{x(x + 3)}{2} = 44 \Rightarrow x = -11 \text{ y } x = 8$$

La solución negativa no tiene sentido.

Los catetos miden: 8 m y 11 m

PARA AMPLIAR

Resuelve las siguientes ecuaciones:

138. $4x + 2 = 3x + 8 - x$

$$x = 3$$

139. $2x + x - 12 + 7x = 9x - 10$

$$x = 2$$

140. $2x - 15 + x = 2x - 8$

$$x = 7$$

141. $5x + 9 + 3x = 2x + 5 + 7x$

$$x = 4$$

142. $3(x - 7) + 1 = 2x - 25$

$$x = -5$$

143. $3(x - 2) = 4(x - 1) - 5$

$$x = 3$$

144. $2(x - 2) - 3x = 2(x + 4) - 5x$

$$x = 6$$

145. $2 - (x + 2) = 2 - (3 - x)$

$$x = 1/2$$

146. $8(2x + 1) = 7 + 3(5x + 1)$

$$x = 2$$

147. $x - 3 - 2(2x - 6) = 2(x + 5)$

$$x = -1/5$$

148. $3x - (1 - 2x) - 2x = 4 - x - (5x - 6)$

$$x = 11/9$$

149. $4(3x - 1) - 3(x - 2) = 2(4x - 2)$

$$x = -6$$

150. $\frac{5x + 4}{3} = 13$

$$x = 7$$

151. $\frac{5x + 9}{3} = \frac{7x + 6}{6}$

$$x = -4$$

152. $\frac{x + 3}{2} - 1 = \frac{2x - 1}{5}$

$$x = -7$$

153. $\frac{x}{3} - \frac{5x - 2}{2} = x - \frac{2 - 5x}{6}$

$$x = 1/3$$

154. $\frac{5x - 1}{2} - \frac{4x + 1}{3} = \frac{x - 1}{2} + 4$

$$x = 13/2$$

155. $\frac{2 - x}{5} = 2 - \frac{x - 1}{2}$

$$x = 7$$

$$156. \frac{3x-2}{5} - 2(5x-4) - \frac{x+2}{4} = \frac{x+3}{2} - \frac{7}{6}$$

$$x = 2/3$$

$$157. \frac{3x}{4} - \frac{2x-3}{3} + \frac{7x+4}{2} = \frac{x}{3} - 5x$$

$$x = -4/11$$

$$158. \frac{x+2}{2} - \frac{1-2x}{7} = \frac{11-x}{14} - 3x+2$$

$$x = 1/2$$

$$159. \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{5} = x + \frac{1-x}{3} - \frac{8}{9}$$

$$x = 1/3$$

$$160. \frac{4x-1}{12} - \frac{x+2}{8} = \frac{5x}{8} - \frac{12x+1}{36}$$

$$x = -11/3$$

$$161. 3(x-1) - \frac{2x-3}{4} + \frac{11}{6} = \frac{7x-1}{3} + \frac{1}{12}$$

$$x = 1$$

$$162. \frac{x+1}{3} - \frac{1-2x}{4} = \frac{20-x}{12} + \frac{3x-5}{4}$$

$$x = 2$$

$$163. \frac{5x-7}{6} - x = \frac{2x-3}{4} + \frac{x}{2}$$

$$x = -5/14$$

$$164. \frac{x+1}{3} - \frac{3x+1}{6} = \frac{1}{6} - \frac{x+1}{9}$$

$$x = 2$$

$$165. x - \frac{1}{3} - \frac{2x-1}{5} = \frac{2x-1}{3}$$

$$x = 3$$

$$166. \frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{2x-1}{5} + \frac{5}{2}$$

$$x = 3$$

$$167. \frac{x-2}{4} + \frac{11}{6} = \frac{x+1}{6} + \frac{x}{2}$$

$$x = 14/5$$

$$168. \frac{5-x}{2} - 18 = 4(1-x) - \frac{x+1}{3}$$

$$x = 5$$

$$169. \frac{x+3}{3} - \frac{x-2}{4} = \frac{7}{8} - \frac{x-3}{2}$$

$$x = 3/2$$

$$170. \frac{2x-1}{8} - \frac{x-4}{6} = \frac{17}{8} - \frac{x+2}{2}$$

$$x = 1$$

$$171. \frac{x-2}{6} = \frac{x+3}{4} - \frac{x+1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$x = 3/5$$

$$172. 5x^2 = 0$$

$$x_1 = x_2 = 0$$

$$173. x^2 - 81 = 0$$

$$x_1 = -9, x_2 = 9$$

$$174. x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x_1 = -5, x_2 = 3$$

$$175. x^2 - 144 = 0$$

$$x_1 = -12, x_2 = 12$$

$$176. 2x^2 - 5x - 3 = 0$$

$$x_1 = -1/2, x_2 = 3$$

$$177. x^2 - 4x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

$$178. x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 6$$

$$179. 4x^2 - 25 = 0$$

$$x_1 = -5/2, x_2 = 5/2$$

$$180. 2x^2 + x - 6 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 3/2$$

$$181. 5x^2 - 7x + 2 = 0$$

$$x_1 = 2/5, x_2 = 1$$

$$182. x^2 - 169 = 0$$

$$x_1 = -13, x_2 = 13$$

$$183. 3x^2 - 11x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2/3, x_2 = 3$$

$$184. 5x^2 - 9x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 9/5$$

$$185. x^2 = 4x$$

$$x_1 = 0, x_2 = 4$$

$$186. 25x^2 - 25x + 4 = 0$$

$$x_1 = 4/5, x_2 = 1/5$$

$$187. 4x^2 - 81 = 0$$

$$x_1 = -9/2, x_2 = 9/2$$

$$188. 6x^2 + 11x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2, x_2 = 1/6$$

$$189. 4x^2 + 9x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -9/4$$

$$190. 4x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$x_1 = 3/4, x_2 = 1$$

$$191. 9x^2 - 1 = 0$$

$$x_1 = -1/3, x_2 = 1/3$$

192. $4x^2 - 8x + 3 = 0$

$x_1 = 3/2, x_2 = 1/2$

193. $5x^2 + x = 0$

$x_1 = -1/5, x_2 = 0$

194. $x^2 - 9x + 20 = 0$

$x_1 = 5, x_2 = 4$

195. $4x^2 + 3x - 10 = 0$

$x_1 = -2, x_2 = 5/4$

196. $25x^2 - 1 = 0$

$x_1 = -1/5, x_2 = 1/5$

197. $9x^2 - 18x - 7 = 0$

$x_1 = -1/3, x_2 = 7/3$

198. $5x^2 + 8x - 4 = 0$

$x_1 = -2, x_2 = 2/5$

199. $x + 4x^2 = 0$

$x_1 = -1/4, x_2 = 0$

200. $4x^2 - 17x + 15 = 0$

$x_1 = 3, x_2 = 5/4$

201. $7x^2 - 5x - 2 = 0$

$x_1 = -2/7, x_2 = 1$

202. $(3x - 1)^2 = 0$

$x_1 = x_2 = 1/3$

203. $x(x - 3) = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 3$

204. $(x - 1)(2x - 3) = 0$

$x_1 = 1, x_2 = 3/2$

205. $(x + 2)(x - 2) = 2(x + 3) + 5$

$x_1 = -3, x_2 = 5$

206. $2x(x + 1) - (6 + x) = (x + 3)(x - 2)$

$x_1 = x_2 = 0$

207. $x^2 + \frac{3x}{5} - \frac{26}{5} = 0$

$x_1 = -13/5, x_2 = 2$

208. $x^2 - \frac{3x}{4} - \frac{5}{8} = 0$

$x_1 = -1/2, x_2 = 5/4$

209. $x^2 - \frac{2x}{3} = \frac{8}{3}$

$x_1 = 2, x_2 = -4/3$

210. $x^2 - \frac{10x}{3} - \frac{8}{3} = 0$

$x_1 = -2/3, x_2 = 4$

211. $x^2 - 2x - \frac{3}{2} = \frac{x}{2}$

$x_1 = -1/2, x_2 = 3$

212. $6x^2 + 5 = 5x^2 + 8x - 10$

$x_1 = 5, x_2 = 3$

213. $10x^2 - 23x = 4x^2 - 7$

$x_1 = 1/3, x_2 = 7/2$

214. $(x - 7)^2 - 81 = 0$

$x_1 = -2, x_2 = 16$

215. $11x^2 - 6x - 3 = 2x^2 - 4$

$x_1 = x_2 = 1/3$

216. $\frac{2x^2}{3} - \frac{x+3}{2} = 3$

$x_1 = -9/4, x_2 = 3$

217. $\frac{x^2}{6} + \frac{x}{3} = \frac{x^2}{4} + \frac{1}{3}$

$x_1 = x_2 = 2$

218. $\frac{x^2+2}{5} - \frac{x^2+x}{2} = \frac{3x+1}{10}$

$x_1 = -3, x_2 = 1/3$

219. $\frac{14x-3}{6} = \frac{x^2-x}{3} + \frac{10x+1}{6}$

$x_1 = 1, x_2 = 4/3$

220. $\frac{x^2-4x+1}{2} = \frac{2x^2-4x-3}{5}$

$x_1 = 11, x_2 = 1$

PROBLEMAS

221. Se ha plantado $1/5$ de la superficie de una huerta con cebollas; $1/15$ con patatas; $2/3$ con judías, y el resto, que son 240 m^2 , con tomates. ¿Qué superficie tiene la huerta?

Superficie de la huerta: x

$$\frac{x}{5} + \frac{x}{15} + \frac{2x}{3} + 240 = x \Rightarrow x = 3600$$

La huerta mide 3600 m^2

222. Natalia y Roberto tienen, respectivamente, 8 y 2 años. ¿Al cabo de cuántos años la edad de Natalia será el doble de la de Roberto?

	Actualmente	Dentro de x años
Natalia	8	$8 + x$
Roberto	2	$2 + x$

$$8 + x = 2(2 + x) \Rightarrow x = 4$$

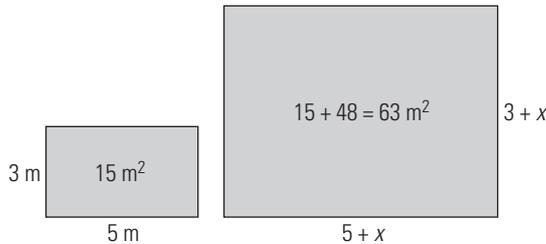
Dentro de 4 años, Natalia tendrá 12 y Roberto 6 años.

223. ¿Qué ángulo forman las agujas del reloj a las tres y cuarto?



Ángulo que forman las agujas: x
 $12x = 90 \Rightarrow x = 7,5$
 Formarán un ángulo de $7,5^\circ$

224. Los lados de un rectángulo miden 5 m y 3 m. Al aumentar los lados en una misma cantidad, el área aumenta en 48 m^2 . ¿Cuánto se ha ampliado cada lado?



$(5 + x)(3 + x) = 63$
 $x^2 + 8x + 15 = 63$
 $x^2 + 8x - 48 = 0$
 $x_1 = -12, x_2 = 4$
 La solución negativa no tiene sentido.
 Se aumenta 4 m

225. Dos ciudades A y B están a 300 km de distancia. A las diez de la mañana un coche sale desde A hacia B con una velocidad de 80 km/h. Dos horas más tarde, otro coche sale desde B hacia A con una velocidad de 120 km/h. ¿A qué hora se encuentran y a qué distancia de A?



$80t + 120(t - 2) = 300 \Rightarrow t = 2,7$
 Se encuentran a 2,7 h = 2 h 42 minutos, es decir, a las 12 horas y 42 minutos, y a una distancia $x = 216 \text{ km}$ de A

226. La edad de Rubén es la quinta parte de la edad de su padre. Dentro de 3 años, la edad de Rubén será la cuarta parte de la edad de su padre. ¿Qué edad tiene cada uno actualmente?

	Actualmente	Dentro de 3 años
Rubén	x	$x + 3$
Padre	$5x$	$5x + 3$

$4(x + 3) = 5x + 3 \Rightarrow x = 9$
 Edad de Rubén = 9 años.
 Edad del padre = 45 años.

227. Calcula un número tal que si se le quita su quinta parte, el resultado sea 60

Número: x
 $x - x/5 = 60$
 $x = 75$

228. El cristal rectangular de una puerta mide 120 cm más de alto que de ancho y su superficie mide 10800 cm^2 . Calcula cuánto miden los lados del cristal.



$x(120 + x) = 10800 \Rightarrow x = 60, x = -180$
 La solución negativa no tiene sentido.
 Ancho: 60 cm
 Alto: 180 cm

229. El producto de dos números enteros consecutivos es igual al cuádruple del menor menos 2 unidades. Encuentra dichos números.

Número menor: x
 Número mayor: $x + 1$
 $x(x + 1) = 4x - 2 \Rightarrow x = 1, x = 2$
 Hay dos soluciones:
 El número menor: 1; el número mayor: 2
 El número menor: 2; el número mayor: 3

230. Ana tiene 12 años, su hermano Pablo tiene 14, y su padre, 42. ¿Cuántos años deben pasar para que la suma de las edades de Ana y Pablo sea igual a la de su padre?

	Actualmente	Dentro de x años
Ana	12	$12 + x$
Pablo	14	$14 + x$
Padre	42	$42 + x$

$12 + x + 14 + x = 42 + x \Rightarrow x = 16$
 Tienen que pasar 16 años.

231. Calcula el área de un círculo sabiendo que si aumentamos el radio en 6 cm, el área se hace nueve veces más grande.

$9\pi R^2 = \pi(R + 6)^2 \Rightarrow R = 3, R = -3/2$
 El radio negativo no tiene sentido.
 El radio vale $R = 3 \text{ cm}$ y su área es $9\pi \text{ cm}^2$

232. Se mezclan 1800 kg de harina de 0,42 €/kg con 3500 kg de harina de 0,54 €/kg. ¿Qué precio tiene el kilo de la mezcla?

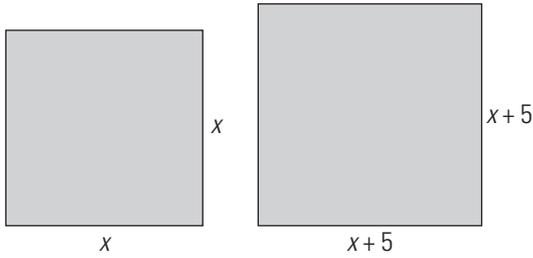
	Harina A	Harina B	Mezcla
Precio (€/kg)	0,42	0,54	x
Masa (kg)	1800	3500	5300
Dinero (€)	$0,42 \cdot 1800 + 0,54 \cdot 3500 = 5300 \cdot x$		

$0,42 \cdot 1800 + 0,54 \cdot 3500 = 5300x$
 $x = 0,499 = 0,5$

233. Sonia se ha comprado un libro y un disco que tenían el mismo precio, pero que han rebajado un 15% y un 10%, respectivamente, cuando ha ido a pagar. Si se ha ahorrado 9 €, ¿cuánto costaba cada producto?

Precio del libro = precio del disco: x
 $0,15x + 0,1x = 9 \Rightarrow x = 36$
 Los dos productos valían 36 €

234. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.



$$(x + 5)^2 = x^2 + 395$$

$$x = 37$$

El lado del cuadrado mide 37 unidades.

235. Calcula dos números enteros tales que su diferencia sea 2 y la suma de sus cuadrados sea 884

$$x^2 + (x - 2)^2 = 884 \Rightarrow x = -20, x = 22$$

Hay dos soluciones:
 Número menor: $-22 \Rightarrow$ número mayor: -20
 Número menor: $20 \Rightarrow$ número mayor: 22

236. ¿A qué hora coinciden, por primera vez, las manecillas del reloj después de las 12 horas?



Sea x el ángulo que recorre la aguja minutera.
 $12(x - 30) = x \Rightarrow x = 32,73^\circ$
 Se encontrarán cuando la aguja minutera haya recorrido un ángulo de $32,73^\circ$, es decir, $32,73^\circ : 30 = 1,09 \text{ h} = 1 \text{ hora } 5 \text{ minutos } 24 \text{ segundos}$.

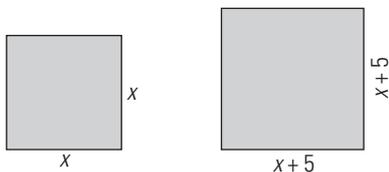
237. Ruth tiene 17 años y su madre tiene 47. ¿Cuánto ha de transcurrir para que la edad de la hija sea la mitad de la de la madre?

	Actualmente	Dentro de x años
Ruth	17	$17 + x$
Madre	47	$47 + x$

$$47 + x = 2(17 + x) \Rightarrow x = 13$$

A los 13 años.

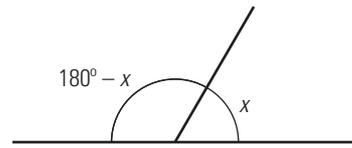
238. De un tablero de 2400 cm^2 se cortan dos piezas cuadradas, una de ellas con 5 cm más de lado que la otra. Si las tiras de madera que sobran miden 1283 cm^2 , ¿cuánto miden los lados de las piezas cuadradas cortadas?



$$x^2 + (x + 5)^2 + 1283 = 2400 \Rightarrow x = -26, x = 21$$

La solución negativa no tiene sentido.
 Las piezas son de 21 cm de lado y de $21 + 5 = 26 \text{ cm}$ de lado, respectivamente.

239. Halla un ángulo que sea igual a un tercio de su ángulo suplementario.



$$3x = 180 - x \Rightarrow x = 45$$

El ángulo es de 45°

240. Se desea obtener 8 000 kg de pienso mezclando maíz a un precio de 0,5 €/kg con cebada a un precio de 0,3 €/kg. Si se desea que el precio de la mezcla sea de 0,45 €/kg, ¿cuántos kilos de maíz y de cebada necesitamos?

	Maíz	Cebada	Mezcla
Precio (€/kg)	0,5	0,3	x
Masa (kg)	x	$8000 - x$	8 000
Dinero (€)	$0,5x + 0,3(8000 - x) = 45 \cdot 8000$		

$$0,5x + 0,3(8000 - x) = 0,45 \cdot 8000$$

$$x = 6000$$

Maíz: 6 000 kg
 Cebada: 2 000 kg

241. Andrés sale a caminar desde su casa a una velocidad de 6 km/h. Una hora más tarde, su hermana Virginia sale a buscarle en bicicleta a una velocidad de 26 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzarlo?



Tiempo que tarda Virginia en alcanzar a Andrés desde la salida de Andrés:
 $6t = 26(t - 1) \Rightarrow t = 13/10 \text{ h} = 1,3 \text{ h}$
 Tarda en alcanzarlo $3/10 \text{ h} = 0,3 \text{ h} = 18 \text{ min}$

242. Se desea mezclar 50 kg de azúcar blanca de 1,24 €/kg con azúcar morena de 1,48 €/kg. ¿Cuántos kilos de azúcar morena se necesitan para que la mezcla salga a 1,32 €/kg?

	Azúcar blanca	Azúcar morena	Mezcla
Precio (€/kg)	1,24	1,48	1,32
Masa (kg)	50	x	$50 + x$
Dinero (€)	$1,24 \cdot 50 + 1,48 \cdot x = 1,32(50 + x)$		

$$1,24 \cdot 50 + 1,48 \cdot x = 1,32(50 + x) \Rightarrow x = 25$$

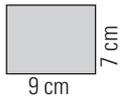
Se necesitan 25 kg de azúcar morena.

PARA PROFUNDIZAR

243. Elvira compra unos zapatos, una camisa y una chaqueta. Si la camisa cuesta la mitad que la chaqueta y esta la mitad que los zapatos, y ha pagado 126 €, ¿cuánto cuesta cada cosa?

Precio de la camisa: x
 $x + 2x + 4x = 126 \Rightarrow x = 18$
 La camisa vale 18 €, la chaqueta, 36 € y los zapatos, 72 €

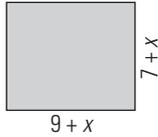
244. Los lados de un rectángulo miden 7 y 9 cm. Si se amplían los lados en una misma cantidad, la nueva área es de 143 cm². ¿Cuánto se ha ampliado cada lado?



$$(7+x)(9+x) = 143$$

$$x = -20, x = 4$$

La solución negativa no tiene sentido. Se ha ampliado 4 cm



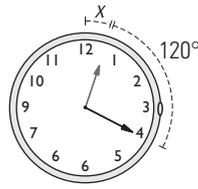
245. ¿A qué hora forman las manecillas del reloj un ángulo de 120° por primera vez después de las 12 horas?

Sea x el ángulo de la aguja horaria.

$$120 + x = 12x \Rightarrow x = 10,91$$

La aguja horaria recorre un ángulo de 10,91°

La aguja minutera recorre un ángulo de 130,91° que corresponde a 21,818 minutos, es decir, serán las: 12 horas 21 minutos y 49 segundos.



246. Calcula un número tal que multiplicado por su mitad sea igual a su cuarta parte más 9

Número: x

$$x \cdot \frac{x}{2} = \frac{x}{4} + 9 \Rightarrow x = -4, x = 9/2$$

247. Halla un número cuya mitad más su cuarta parte sea igual a 39

Número: x

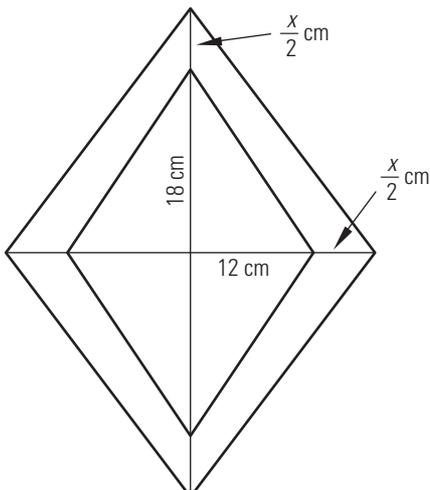
$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 39 \Rightarrow x = 52$$

248. Halla un número cuya mitad, más su tercera parte, más una unidad, sea igual que el número.

Número: x

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + 1 = x \Rightarrow x = 6$$

249. Las diagonales de un rombo miden 18 cm y 12 cm. ¿Qué longitud se debe añadir a las diagonales para que el área del rombo se duplique?



$$\frac{(18+x)(12+x)}{4} = 2 \cdot \frac{18 \cdot 12}{4}$$

$$x_1 = -36, x_2 = 6$$

La solución negativa no tiene sentido.

Hay que aumentar 6 cm

250. Halla el valor de k en la siguiente ecuación de forma que su solución sea 2:

$$kx - 3 = 3x - 1$$

$$2k - 3 = 6 - 1$$

$$k = 4$$

251. Una solución de la ecuación $10x^2 - 11x - 6 = 0$ es 3/2. Calcula la otra solución sin resolver la ecuación.

$$3/2 + x_2 = -b/a$$

$$3/2 + x_2 = 11/10$$

$$x_2 = 11/10 - 3/2 = -2/5$$

252. En la ecuación $8x^2 - 18x + k = 0$, halla el valor de k de forma que una solución sea el doble de la otra.

Sean las soluciones $x_1, x_2 = 2x_1$

$$x_1 + x_2 = -b/a \Rightarrow 3x_1 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/4$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a \Rightarrow 2x_1^2 = k/8$$

$$9/8 = k/8$$

$$k = 9$$

Para $k = 9$ las soluciones son $x_1 = 3/4, x_2 = 3/2$

253. Un grifo llena un depósito en 3 horas y otro lo hace en 6 horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar el depósito los dos grifos a la vez?

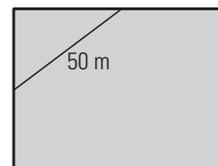


Tiempo que tardan: x

$$(1/3 + 1/6)x = 1 \Rightarrow x = 2$$

Tardan 2 horas.

254. En un rectángulo, el segmento que une los puntos medios de dos lados consecutivos mide 50 m. Si la razón de los lados es 4/3, calcula el área del rectángulo.



Sea x la mitad del lado menor.

$$x^2 + \left(\frac{4}{3}x\right)^2 = 50^2 \Rightarrow x = -30, x = 30$$

La solución negativa no tiene sentido.

Para $x = 30$ m, el área es:

$$A = 80 \cdot 60 = 4800 \text{ m}^2$$

255. Julio invierte 14 000 € en acciones de dos empresas. En una gana el 15% y en otra pierde un 3,5%. Si al venderlas obtiene 14 620 €, ¿cuánto invirtió en cada empresa?

261. Halla la descomposición factorial del polinomio $x^2 + x - 6$

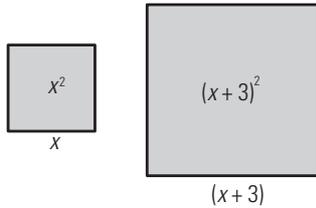
Resuelto en el libro del alumnado.

262. Halla una ecuación de 2.º grado que tenga las raíces 5 y -3

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de Wiris:

263. El lado de un cuadrado mide 3 m más que el lado de otro cuadrado. Si la suma de las dos áreas es 89 m^2 , calcula las dimensiones de los cuadrados.



Resuelto en el libro del alumnado.

PRACTICA

Resuelve las siguientes ecuaciones:

264. $6 + 3x = 4 + 7x - 2x$

$x = 1$

265. $4 - 3(2x + 5) = 5 - (x - 3)$

$x = -19/5$

266. $\frac{7-x}{2} = \frac{9}{2} + \frac{7x-5}{10}$

$x = -5/12$

267. $\frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} + \frac{10-3x}{5} = 0$

$x = 5$

268. $4x^2 - 3x = 0$

$x_1 = 0, x_2 = 3/4$

269. $4x^2 - 81 = 0$

$x_1 = -9/2, x_2 = 9/2$

270. $x^2 - 5x + 6 = 0$

$x_1 = 3, x_2 = 2$

271. $x^2 - 4x + 4 = 0$

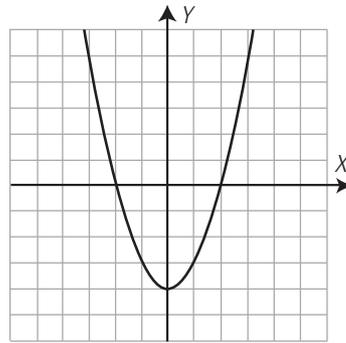
$x_1 = x_2 = 2$

272. $8x^2 - 2x - 3 = 0$

$x_1 = -1/2, x_2 = 3/4$

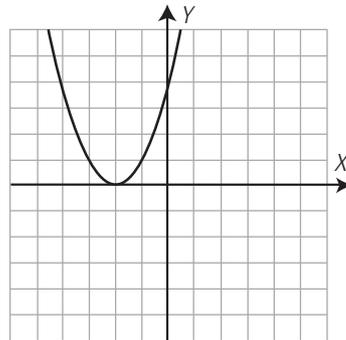
Representa gráficamente las siguientes parábolas y calcula las soluciones de las ecuaciones correspondientes observando las gráficas.

273. $y = x^2 - 4$



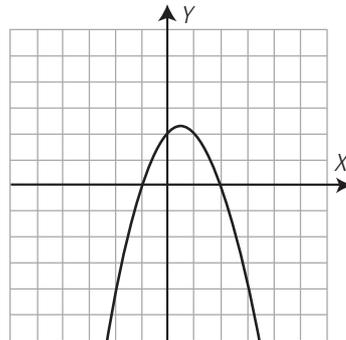
$x_1 = -2, x_2 = 2$

274. $y = x^2 + 4x + 4$



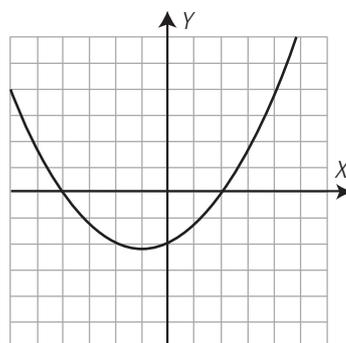
$x_1 = x_2 = -2$

275. $y = -x^2 + x + 2$



$x_1 = -1, x_2 = 2$

276. $y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 2$



$x_1 = -4, x_2 = 2$

Halla la descomposición factorial de los siguientes trinomios de segundo grado:

277. $x^2 - x - 20$

$$(x + 4)(x - 5)$$

278. $x^2 + 8x + 15$

$$(x + 3)(x + 5)$$

Halla una ecuación de segundo grado que tenga las raíces:

279. $x_1 = 7, x_2 = -9$

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

280. $x_1 = 1, x_2 = 2$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de Wiris:

281. Calcula un número tal que, si se le quita su quinta parte, el resultado sea 60

$$x - x/5 = 60$$

$$x = 75$$

282. Halla los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son números enteros consecutivos.

Cateto menor: x

$$x^2 + (x + 1)^2 = (x + 2)^2$$

$$x_1 = -1, x_2 = 3$$

La solución negativa no tiene sentido.

Los lados del triángulo miden: 3, 4 y 5 cm

283. Halla el lado de un cuadrado tal que, al aumentarlo en 5 unidades, el área aumente en 395 unidades cuadradas.

$$(x + 5)^2 = x^2 + 395 \quad x = 37$$

284. Se desea mezclar 50 kg de azúcar blanca de 1,24 €/kg con azúcar moreno de 1,48 €/kg. ¿Cuántos kilos de azúcar moreno se necesitan para que la mezcla salga a 1,32 €/kg?

$$1,24 \cdot 50 + 1,48 \cdot x = 1,32(50 + x) \quad x = 25 \text{ kg}$$

285. Las diagonales de un rombo miden 18 cm y 12 cm. ¿Qué longitud se debe añadir a las diagonales para que el área del rombo se duplique?

$$\frac{(18 + x)(12 + x)}{2} = 2 \frac{18 \cdot 12}{2}$$

$$x_1 = -36, x_2 = 6$$

La solución negativa no tiene sentido.

Hay que aumentar 6 cm