Apellidos y Nombre: ____

1. Opera simplificando los resultado y racionalizando si fuera necesario: $(1{,}5\ puntos)$
   a) $\sqrt{6}-\sqrt{27}+2\sqrt{24}+\frac{1}{5}\sqrt{75}$
   b) $\sqrt{6^{-3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{12}{2\cdot 3^2}}$
   c) $\frac{4^{-2}\cdot 20^3\cdot 81}{(-2)^{-2}\cdot 9^3\cdot 5^{-1}}$
2. Racionaliza simplificando al máximo las fracciones resultantes: $(3\ puntos)$
   a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$
   b) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$
   c) $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$
3. Calcula el valor de a en los siguientes logaritmos aplicando la definición de logaritmo: $(1{,}5\ puntos)$.
   a) $\log_2(2\sqrt{2})=a$
   b) $\log_a 125=-3$
   c) $\log_2(4a)=3$
4. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos hasta agruparlos en uno solo: $(2\ puntos)$
   a) $\frac{1}{2}\log x-\log y+\frac{1}{2}\log z$
   b) $x^2+x-\ln x+\frac{1}{2}\ln y$
5. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos desarrollando las siguientes expresiones: $(2\ puntos)$
   a) $\log\sqrt[3]{\left(\frac{100\cdot x}{y\cdot z}\right)^2}$
   b) $\ln\frac{e^7\cdot y}{x^2\cdot\sqrt{z}}$

1. Opera simplificando los resultado y racionalizando si fuera necesario: (1,5 $puntos$)

   a) $\sqrt{6}-\sqrt{27}+2\sqrt{24}+\frac{1}{5}\sqrt{75}$

   b) $\sqrt{6^{-3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{12}{2\cdot3^2}}$

   c) $\frac{4^{-2}\cdot20^3\cdot81}{(-2)^{-2}\cdot9^3\cdot5^{-1}}$

a) $\sqrt{6}-\sqrt{27}+2\sqrt{24}+\frac{1}{5}\sqrt{75}=\sqrt{3\cdot2}-\sqrt{3^3}+2\sqrt{2^3\cdot3}+\frac{1}{5}\sqrt{5^2\cdot3}=$

$=\sqrt{3\cdot2}-3\sqrt{3}+2\cdot2\sqrt{2\cdot3}+\frac{1}{\cancel{5}}\cancel{5}\sqrt{3}=(1+4)\sqrt{6}+(-3+1)\sqrt{3}=$

$=5\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

b) $\sqrt{6^{-3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{12}{2\cdot3^2}}=\left[\begin{matrix}mcm(2,3)=\\=6\end{matrix}\right]=\sqrt[6]{(6^{-3})^3}\cdot\sqrt[6]{\left(\frac{12}{2\cdot3^2}\right)^2}=\sqrt[6]{6^{-9}}\cdot\sqrt[6]{\frac{12^2}{(2\cdot3^2)^2}}=$

$=\sqrt[6]{6^{-9}\cdot\frac{12^2}{2^2\cdot3^4}}=\sqrt[6]{\frac{12^2}{6^9\cdot2^2\cdot3^4}}=\sqrt[6]{\frac{(2^2\cdot3)^2}{(3\cdot2)^9\cdot2^2\cdot3^4}}=\sqrt[6]{\frac{2^4\cdot3^2}{3^9\cdot2^9\cdot2^2\cdot3^4}}=\sqrt[6]{\frac{2^4\cdot3^2}{2^{11}\cdot3^{13}}}=$

$=\sqrt[6]{2^{-7}\cdot3^{-11}}=\frac{1}{\sqrt[6]{2^7\cdot3^{11}}}=\frac{1}{2\cdot3\sqrt[6]{2\cdot3^5}}\overset{*}{=}\frac{1}{6\sqrt[6]{486}}\cdot\frac{\sqrt[6]{486^5}}{\sqrt[6]{486^5}}=\frac{\sqrt[6]{486^5}}{6\cdot486}=$

$=\frac{\sqrt[6]{(2\cdot3^5)^5}}{3\cdot2\cdot2\cdot3^5}=\frac{\sqrt[6]{2^5\cdot3^{25}}}{2^2\cdot3^6}=\frac{3^4\cdot\sqrt[6]{2^5\cdot3}}{2^2\cdot3^6}=\frac{\sqrt[6]{2^5\cdot3}}{2^2\cdot3^2}$

OTRA FORMA: *

$\frac{1}{6\sqrt[6]{2\cdot3^5}}\cdot\frac{\sqrt[6]{2^5\cdot3}}{\sqrt[6]{2^5\cdot3}}=\frac{\sqrt[6]{2^5\cdot3}}{6\cdot2\cdot3}=\frac{\sqrt[6]{2^5\cdot3}}{2^2\cdot3^2}$

c) $\frac{4^{-2}\cdot20^3\cdot81}{(-2)^{-2}\cdot9^3\cdot5^{-1}}=\frac{(2^2)^{-2}\cdot(2^2\cdot5)^3\cdot3^4}{2^{-2}\cdot(3^2)^3\cdot5^{-1}}=\frac{2^{-4}\cdot2^6\cdot5^3\cdot3^4}{2^{-2}\cdot3^6\cdot5^{-1}}=$

$=\frac{2^6\cdot5^3\cdot3^4\cdot2^2\cdot5}{3^6\cdot2^4}=\frac{2^8\cdot3^4\cdot5^4}{3^6\cdot2^4}=2^4\cdot3^{-2}\cdot5^4=\frac{2^4\cdot5^4}{3^2}$

2. Racionaliza simplificando al máximo las fracciones resultantes: (3 $puntos$)

   a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}$

   b) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$

   c) $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}$

a) $\frac{2}{\sqrt[5]{2^2}}\cdot\frac{\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^3}}=\frac{2\cdot\sqrt[5]{2^3}}{\sqrt[5]{2^5}}=\frac{2\cdot\sqrt[5]{2^3}}{2}=\sqrt[5]{2^3}$

b) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{(\sqrt{5})^2+(\sqrt{2})^2+2\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{3}=$

$=\frac{5+2+2\sqrt{5\cdot2}}{3}=\frac{7+2\sqrt{10}}{3}$

c) $\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}+2}\cdot\frac{\sqrt{3}-2}{\sqrt{3}-2}=\frac{(\sqrt{3}-2)^2}{(\sqrt{3})^2-2^2}=\frac{(\sqrt{3})^2+2^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot2}{-1}=-(3+4-4\sqrt{3})=$

$=-7+4\sqrt{3}.$

3. Calcula el valor de a en los siguientes logaritmos aplicando la definición de logaritmo: $(1{,}5\ puntos)$.
   a) $\log_2(2\sqrt{2}) = a$
   b) $\log_a 125 = -3$
   c) $\log_2(4a) = 3$

$\log_a N = x \Longleftrightarrow a^x = N$

a) $\log_2(2\sqrt{2}) = a \Leftrightarrow 2^a = 2\sqrt{2} = \sqrt{2^2 \cdot 2} = \sqrt{2^3} = 2^{3/2} \to$

Como $2^a = 2^{3/2} \to a = \frac{3}{2}$ //

b) $\log_a 125 = -3 \Leftrightarrow a^{-3} = 125 \to \frac{1}{a^3} = 5^3 \to a^3 = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3.$

Por lo tanto: $a = 1/5$ //

c) $\log_2(4a) = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 4a \to a = \frac{2^3}{4} = 2.$ $\quad \underline{\underline{a = 2}}$

4. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos hasta agruparlos en uno solo: $(2\ puntos)$
   a) $\frac{1}{2}\log x - \log y + \frac{1}{2}\log z$
   b) $x^2 + x - \ln x + \frac{1}{2}\ln y$

a) $\frac{1}{2}\log x - \log y + \frac{1}{2}\log z = \log x^{1/2} - \log y + \log z^{1/2} = \log\sqrt{x} - \log y +$
$+ \log\sqrt{z} = \log\frac{\sqrt{x}}{y} + \log\sqrt{z} = \log\frac{\sqrt{x \cdot z}}{y}$ //

b) $x^2 + x - \ln x + \frac{1}{2}\ln y = (x^2+x)\ln e - \ln x + \ln y^{1/2} = \ln e^{x^2+x} -$
$- \ln x + \ln\sqrt{y} = \ln\frac{e^{x^2+x}}{x} + \ln\sqrt{y} = \ln\frac{e^{x^2+x} \cdot \sqrt{y}}{x}.$

5. Opera aplicando las propiedades de los logaritmos desarrollando las siguientes expresiones: $(2\ puntos)$
   a) $\log\sqrt[3]{\left(\frac{100 \cdot x}{y \cdot z}\right)^2}$
   b) $\ln\frac{e^7 \cdot y}{x^2 \cdot \sqrt{z}}$

a) $\log\sqrt[3]{\left(\frac{100x}{yz}\right)^2} = \log\left(\frac{100x}{yz}\right)^{2/3} = \frac{2}{3}\log\frac{100x}{yz} = \frac{2}{3}\left[\log(100x) -\right.$
$\left.- \log(yz)\right] = \frac{2}{3}\left[\log 10^2 + \log x - (\log y + \log z)\right] = \frac{2}{3}\left[2 \cdot \overset{1}{\cancel{\log 10}} + \log x -\right.$
$\left.- \log y - \log z\right] = \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\log x - \frac{2}{3}\log y - \frac{2}{3}\log z.$

b) $\ln\frac{e^7 \cdot y}{x^2 \cdot \sqrt{z}} = \ln(e^7 \cdot y) - \ln(x^2\sqrt{z}) = \ln e^7 + \ln y - (\ln x^2 + \ln\sqrt{z}) =$
$= 7\overset{1}{\cancel{\ln e}} + \ln y - 2\ln x - \frac{1}{2}\ln z = 7 + \ln y - 2\ln x - \frac{1}{2}\ln z.$