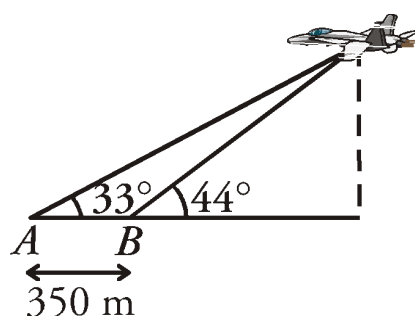


Ejercicio nº 1.- (2 puntos)

En un determinado momento un avión se encuentra situado con respecto a dos puntos como muestra la figura:



Halla la altura a la que se encuentra el avión en dicho instante así como las distancias del mismo a los puntos A y B.

Ejercicio nº 2.- (2 puntos)

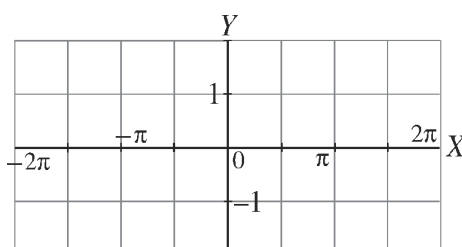
Dos clavos, A y B, están situados a 5 cm entre sí en una pared. Queremos hacer otro

agujero para clavar un tercer clavo, C, de forma que en el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo A es de 130° y el B de 15° . ¿A qué distancia se debe hacer el tercer agujero de A y B?

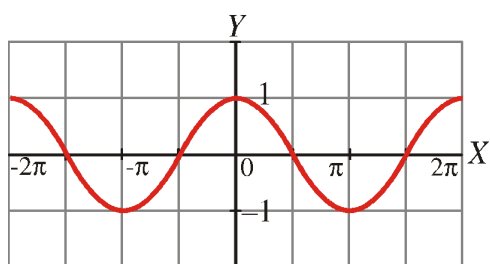
Ejercicio nº 3.- (2 puntos)

a) Representa en estos ejes la siguiente función trigonométrica:

$$y = \cos 3x$$



b) Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es:



Ejercicio nº 4.- (2 puntos)

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\sin 2x}{\sin x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5\cos x + 1}{2}$$

Ejercicio nº 5.- (2 puntos)

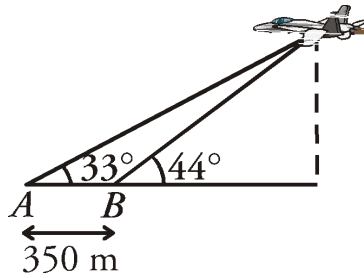
Resuelve la ecuación trigonométrica:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2$$

SOLUCIONES

Ejercicio nº 1.- (2 puntos)

En un determinado momento un avión se encuentra situado con respecto a dos puntos como muestra la figura:



Halla las distancias del avión a los puntos *A* y *B*, así como la altura a la que se encuentra en dicho instante.

Solución:

Si *x* es la distancia entre *B* y la base de la perpendicular entre el avión y el suelo y *h* es la altura del avión.

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 44^{\circ} = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 33^{\circ} = \frac{h}{350 + x} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \operatorname{tg} 44^{\circ} = h \\ (350 + x) \operatorname{tg} 33^{\circ} = h \end{cases}$$

$$x \operatorname{tg} 44^{\circ} = (350 + x) \operatorname{tg} 33^{\circ}$$

$$x \operatorname{tg} 44^{\circ} = 350 \operatorname{tg} 33^{\circ} + x \operatorname{tg} 33^{\circ}$$

$$x \operatorname{tg} 44^{\circ} - x \operatorname{tg} 33^{\circ} = 350 \operatorname{tg} 33^{\circ} \rightarrow x(\operatorname{tg} 44^{\circ} - \operatorname{tg} 33^{\circ}) = 350 \operatorname{tg} 33^{\circ}$$

$$x = \frac{350 \operatorname{tg} 33^{\circ}}{\operatorname{tg} 44^{\circ} - \operatorname{tg} 33^{\circ}} = 718,64 \text{ m}$$

$$h = x \operatorname{tg} 44^{\circ} = \frac{350 \operatorname{tg} 33^{\circ} \operatorname{tg} 44^{\circ}}{\operatorname{tg} 44^{\circ} - \operatorname{tg} 33^{\circ}} = 693,98 \text{ m}$$

El avión se encuentra a 693,98 m de altura.

Por otra parte:

$$\operatorname{sen} 44^{\circ} = \frac{h}{b} \rightarrow b = \frac{h}{\operatorname{sen} 44^{\circ}} = \frac{693,98}{\operatorname{sen} 44^{\circ}} = 999,02 \text{ m}$$

$$\operatorname{sen} 33^{\circ} = \frac{h}{a} \rightarrow a = \frac{h}{\operatorname{sen} 33^{\circ}} = \frac{693,98}{\operatorname{sen} 33^{\circ}} = 1274,20 \text{ m}$$

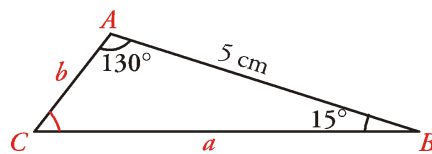
El avión está a 1 274,20 metros de A y a 999,02 metros de B .

Ejercicio nº 2.- (2 puntos)

Dos clavos, A y B , están situados a 5 cm entre sí en una pared. Queremos hacer otro

agujero para clavar un tercer clavo, C , de forma que en el triángulo de vértices A , B y C , el ángulo A es de 130° y el B de 15° . ¿A qué distancia se debe hacer el tercer agujero de A y B ?

Solución:



Como $\hat{A} + \hat{B} = 145^{\circ} < 180^{\circ}$, existe solución única.

Hallamos el ángulo $\hat{C}$:

$$\hat{C} = 180^{\circ} - (\hat{A} + \hat{B}) = 180^{\circ} - 145^{\circ} = 35^{\circ}$$

Con el teorema de los senos hallamos a y b :

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \frac{a}{\operatorname{sen} 130^{\circ}} = \frac{5}{\operatorname{sen} 35^{\circ}} \rightarrow a = \frac{5 \operatorname{sen} 130^{\circ}}{\operatorname{sen} 35^{\circ}} = 6,68 \text{ km}$$

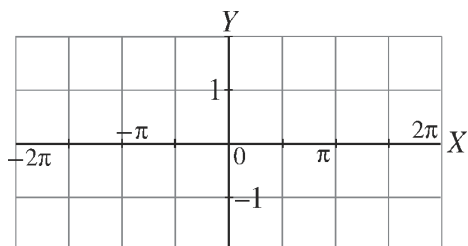
$$\frac{b}{\operatorname{sen} \hat{B}} = \frac{c}{\operatorname{sen} \hat{C}} \rightarrow \frac{b}{\operatorname{sen} 15^{\circ}} = \frac{5}{\operatorname{sen} 35^{\circ}} \rightarrow b = \frac{5 \operatorname{sen} 15^{\circ}}{\operatorname{sen} 35^{\circ}} = 2,26 \text{ km}$$

Por tanto, a 6,68 cm de B y 2,26 cm de A .

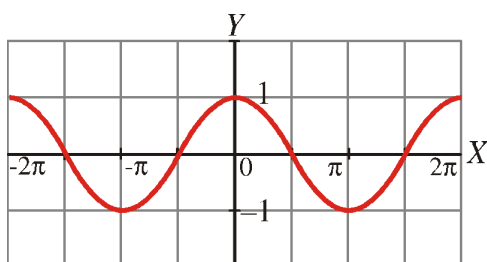
Ejercicio nº 3.- (2 puntos)

a) Representa en estos ejes la siguiente función trigonométrica:

$$y = \cos 3x$$



b) Escribe la ecuación de la función cuya gráfica es:

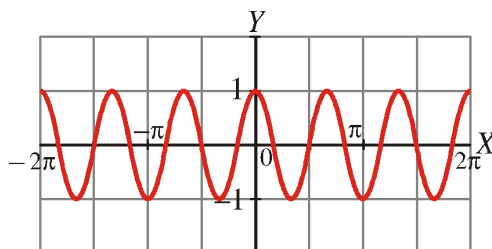


Solución:

a) Hacemos una tabla de valores:

x	0	$\pi/6$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$5\pi/6$	π
$3x$	0	$\pi/2$	π	$3\pi/2$	2π	$5\pi/2$	3π
$\cos 3x$	1	0	-1	0	1	0	-1

La gráfica es:



b) La gráfica corresponde a la función $y = \cos x$.

Ejercicio nº 4.- (2 puntos)

Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{5 \cos x + 1}{2}$$

Solución:

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{\operatorname{sen} x} + \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{2 \operatorname{sen} x \cos x}{\operatorname{sen} x} + \frac{1 + \cos x}{2} = 2 \cos x + \frac{1 + \cos x}{2} = \frac{4 \cos x + 1 + \cos x}{2} = \frac{5 \cos x + 1}{2}$$

Ejercicio nº 5.- (2 puntos)

Resuelve la ecuación trigonométrica:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2$$

Solución:

$$\cos 2x + \cos^2 x = 2 \rightarrow \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 x = 2$$

$$2 \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x = 2 \rightarrow 2 \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2$$

$$2 \cos^2 x - 1 + \cos^2 x = 2 \rightarrow 3 \cos^2 x = 3$$

$$\cos^2 x = 1 \rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ k \\ \cos x = -1 \rightarrow x = 180^\circ + 360^\circ k \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2\pi k \\ x = \pi + 2\pi k \end{cases} \quad \text{siendo } k \in \mathbb{Z}$$