

Operaciones con potencias

1. Expresa como una sola potencia.

a) $3^2 \cdot 3^5$

b) $7^5 : 7^3$

c) $x^5 \cdot x^9$

d) $p^{10} : p^6$

e) $(3^4)^5$

f) $(m^2)^3$

g) $2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^8$

h) $\left[(m^3)^2\right]^5$

2. Reduce a una única potencia.

a) $8^3 \cdot 5^3$

b) $35^4 : 7^4$

c) $(-2)^4 \cdot 7^4$

d) $(-18)^5 : (-9)^5$

e) $a^8 \cdot b^8$

f) $p^{10} : t^{10}$

g) $3^{10} \cdot (-2)^{10} \cdot (-5)^{10}$

h) $(-4)^5 \cdot (-3)^5 \cdot (-10)^5$

3. Expresa como una única potencia aplicando sus propiedades.

a) $\frac{2^3 \cdot 2^5 \cdot (3^4)^2}{6^4}$

b) $\frac{25 \cdot 625 \cdot 64}{125 \cdot 8}$

c) $\frac{a^2b \cdot ab^3 \cdot a^4b^2}{a^3b^5}$

4. Expresa las siguientes potencias con exponentes positivos y determina el signo de su resultado.

a) 3^{-3}

c) $(-10)^{-3}$

e) $(-100)^{-100}$

b) 4^{-2}

d) $(-7)^{-6}$

f) 8^{-8}

5. Resuelve las siguientes operaciones usando las propiedades de las potencias. Expresa el resultado como productos y cocientes de potencias de exponente positivo.

a) $\frac{(3^7 \cdot 2^{-4}) \cdot (5^2 \cdot 2^3)^3}{(2^{-2})^5 \cdot 3^4 \cdot 5^{-3}}$

b) $\frac{36^{-4} \cdot 64^2}{81^{-3} \cdot 16^{-2}}$

c) $\frac{(m^4p)^2 \cdot m^{-5}p^{-3}}{mp^{-2} \cdot (m^2p^3)^{-3}}$

6. Escribe como una sola potencia.

a) $\left[2^9 : (2^3)^2\right] \cdot (-2)^4$

b) $(-5^2)^4 : \left[5^3 \cdot (-5)^3\right]$

c) $\frac{2^3 \cdot (-2)^5 \cdot (3^4)^2}{(-6)^4}$

d) $\left[x^8 \cdot (-x)^5\right] : x^3$

e) $-m^4 \cdot \left[(m^3)^5 : (-m)^8\right]$

f) $\frac{(k^4)^2 : \left[(-k)^5 \cdot (-k)^8\right]}{(-k)^3 : k^8}$

7. Las amebas son seres unicelulares que se reproducen por mitosis: cada una de ellas se divide en dos amebas, llamadas células hijas. En un laboratorio han conseguido aislar una ameba en una probeta. Calcula cuántas amebas habrá en dicha probeta después de 20 días si el ritmo de reproducción es de una división por día.

EJERCICIO 1

$$a) 3^2 \cdot 3^5 = 3^7$$

$$b) 7^5 : 7^3 = 7^2$$

$$c) x^5 \cdot x^9 = x^{14}$$

$$d) p^{10} : p^6 = p^4$$

$$e) (3^4)^5 = 3^{20}$$

$$f) (m^2)^3 = m^6$$

$$g) 2^5 \cdot 2^3 \cdot 2^8 = 2^{16}$$

$$h) [(m^3)^2]^5 = m^{30}$$

EJERCICIO 2

$$a) 8^3 \cdot 5^3 = (8 \cdot 5)^3 = 40^3$$

$$b) 35^4 : 7^4 = \left(\frac{35}{7}\right)^4 = 5^4$$

$$c) (-2)^4 \cdot 7^4 = ((-2) \cdot 7)^4 = -14^4 = 14^4$$

$$d) (-18)^5 : (-9)^5 = \left(\frac{-18}{-9}\right)^5 = 2^5$$

$$e) a^8 \cdot b^8 = (a \cdot b)^8$$

$$f) p^{10} : t^{10} = (p : t)^{10}$$

$$g) 3^{10} \cdot (-2)^{10} \cdot (-5)^{10} = (3 \cdot (-2) \cdot (-5))^{10} = 30^{10}$$

EJERCICIO 3

$$a) \frac{2^3 \cdot 2^5 \cdot (3^4)^2}{6^4} = \frac{2^8 \cdot 3^8}{6^4} = \frac{(2 \cdot 3)^8}{6^4} = \frac{6^8}{6^4} = 6^4$$

$$b) \frac{25 \cdot 625 \cdot 64}{125 \cdot 8} = \frac{5^2 \cdot 5^4 \cdot 2^6}{5^3 \cdot 2^3} = \frac{2^6 \cdot 5^6}{2^3 \cdot 5^3} = \frac{(2 \cdot 5)^6}{(2 \cdot 5)^3} =$$

$$\begin{array}{r|l} 625 & 5 \\ 125 & 5 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ \hline & 625 = 5^4 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \\ \hline & 64 = 2^6 \end{array}$$

$$= (2 \cdot 5)^3 = 10^3$$

$$c) \frac{a^2 \cdot b \cdot a \cdot b^3 \cdot a^4 \cdot b^2}{a^3 \cdot b^5} = \frac{a^7 \cdot b^6}{a^3 \cdot b^5} = a^4 \cdot b$$

EJERCICIO 4

$$a) 3^{-3} = \left(\frac{1}{3}\right)^3, \text{ positivo}$$

$$d) (-7)^{-6} = \left(-\frac{1}{7}\right)^6, \text{ positivo}$$

$$b) 4^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^2, \text{ positivo}$$

$$e) (-100)^{-100} = \left(-\frac{1}{100}\right)^{100}, \text{ positivo}$$

$$c) (-10)^{-3} = \left(-\frac{1}{10}\right)^3, \text{ negativo}$$

$$f) 8^{-8} = \left(\frac{1}{8}\right)^8, \text{ positivo}$$

EJERCICIO 5

$$a) \frac{(3^7 \cdot 2^{-4})^2 \cdot (5^2 \cdot 2^3)^3}{(2^{-2})^5 \cdot 3^4 \cdot 5^{-3}} = \frac{3^{14} \cdot 2^{-8} \cdot 5^6 \cdot 2^9}{2^{-10} \cdot 3^4 \cdot 5^{-3}} =$$

$$= \frac{2^{10} \cdot 2^9 \cdot 3^{14} \cdot 5^3 \cdot 5^6}{2^8 \cdot 3^4} = \frac{2^{19} \cdot 3^{14} \cdot 5^9}{2^8 \cdot 3^4} = 2^{11} \cdot 3^{11} \cdot 5^5$$

$$b) \frac{36^{-4} \cdot 64^2}{81^{-3} \cdot 16^{-2}} = \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 64 & 2 \\ 32 & 2 \\ 16 & 2 \\ 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 81 & 3 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 36 = 2^2 \cdot 3^2 \\ 64 = 2^6 \\ 81 = 3^4 \end{array}$$

OPCIÓN 1

$$\dots = \frac{81^3 \cdot 16^2 \cdot 64^2}{36^4} = \frac{(3^4)^3 \cdot (2^4)^2 \cdot (2^6)^2}{(2^2 \cdot 3^2)^4} = \frac{3^{12} \cdot 2^8 \cdot 2^{12}}{2^8 \cdot 3^8} =$$

$$= \frac{2^{20} \cdot 3^{12}}{2^8 \cdot 3^8} = 2^{12} \cdot 3^4$$

OPCIÓN 2

$$\dots = \frac{(2^2 \cdot 3^2)^{-4} \cdot (2^6)^2}{(3^4)^{-3} \cdot (2^4)^{-2}} = \frac{\cancel{2^{-8}} \cdot 3^{-8} \cdot 2^{12}}{3^{-12} \cdot \cancel{2^{-8}}} =$$

$$= \frac{2^{12} \cdot 3^{12}}{3^8} = 2^{12} \cdot 3^4$$

$$c) \frac{(m^4 \cdot p)^2 \cdot m^{-5} \cdot p^{-3}}{m \cdot p^{-2} \cdot (m^2 \cdot p^3)^{-3}} = \frac{m^8 \cdot p^2 \cdot m^{-5} \cdot p^{-3}}{m \cdot p^{-2} \cdot m^{-6} \cdot p^{-9}} =$$

$$= \frac{m^3 \cdot p^{-1}}{m^{-5} \cdot p^{-11}} = \frac{m^3 \cdot m^5 \cdot p^{11}}{p} = m^8 \cdot p^{10}$$

EJERCICIO 6

$$a) [2^9 : (2^3)^2] \cdot (-2)^4 = (2^9 : 2^6) \cdot (-2)^4 =$$

$$= 2^3 \cdot (-2)^4 = 2^3 \cdot 2^4 = 2^7$$

$$b) (-5^2)^4 : [5^3 \cdot (-5)^3] = -5^8 : (-5)^6 = -5^2$$

$$c) \frac{2^3 \cdot (-2)^5 \cdot (3^4)^2}{(-6)^4} = \frac{-2^8 \cdot 3^8}{6^4} = \frac{-2^8 \cdot 3^8}{(2 \cdot 3)^4} = \frac{-2^8 \cdot 3^8}{2^4 \cdot 3^4} =$$

$$= \begin{cases} = \frac{-6^8}{6^4} = -6^4 \\ = \frac{(-2 \cdot 3)^8}{(2 \cdot 3)^4} = -(2 \cdot 3)^4 = -6^4 \end{cases}$$

$$d) [x^8 \cdot (-x)^5] : x^3 = \frac{x^8 \cdot (-x)^5}{x^3} = \frac{-x^{13}}{x^3} = -x^{10}$$

$$e) -m^4 \cdot [(m^3)^5 : (-m)^8] = -m^4 \cdot \left[\frac{(m^3)^5}{(-m)^8} \right] =$$

$$= -m^4 \cdot \left(\frac{m^{15}}{m^8} \right) = -m^4 \cdot m^7 = -m^{11}$$

$$f) \frac{(k^4)^2 : [(-k)^5 \cdot (-k)^8]}{(-k)^3 : k^8} = \frac{k^8 : (-k)^{13}}{(-k)^{-5}} = \frac{(-k)^{-5}}{(-k)^{-5}} =$$

$$= \frac{k^5}{k^5} = k^0 = 1$$