EXAMEN 2º ESO – Sistemas de ecuaciones

Ejercicio 1. (1 pto.)

Enlaza las ecuaciones con una de sus posibles soluciones, justifica:

a) $y = \dfrac{x+5}{2}$ A) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$

b) $3x - 2 = y$ B) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

c) $2x + 5y = 30$ C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

d) $x - 3 = 4(x + y)$ D) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

a) $y = \dfrac{x+5}{2}$ A) $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$

b) $3x - 2 = y$ B) $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$

c) $2x + 5y = 30$ C) $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$

d) $x - 3 = 4(x + y)$ D) $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$

a) Para $\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases}$; $y = \dfrac{x+5}{2} \Rightarrow 3 = \dfrac{1+5}{2} \Rightarrow 3 = \dfrac{6}{2} \Rightarrow 3 = 3$

b) Para $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$; $3x - 2 = y \Rightarrow 3 \cdot 2 - 2 = 4 \Rightarrow 6 - 2 = 4 \Rightarrow 4 = 4$

c) Para $\begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases}$; $2x + 5y = 30 \Rightarrow 2 \cdot 10 + 5 \cdot 2 = 30 \Rightarrow 20 + 10 = 30$

$\Rightarrow 30 = 30$

d) Para $\begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases}$; $x - 3 = 4(x + y) \Rightarrow -1 - 3 = 4(-1 + 0)$

$\Rightarrow -4 = 4 \cdot -1 \Rightarrow -4 = -4$

Recuerda que las ecuaciones de primer grado con dos incógnitas reciben el nombre de ecuaciones lineales. Todas pueden escribirse de la forma: $ax + by = c$

Una solución de una ecuación lineal es un par de valores que hace cierta la igualdad, las soluciones pueden ser infinitas.

Ejercicio 2. (1 pto.)

Representa gráficamente la ecuación $2x - 3y + 6 = 0$.

Se despeja la y para poder elaborar la tabla de valores para hacer el gráfico.

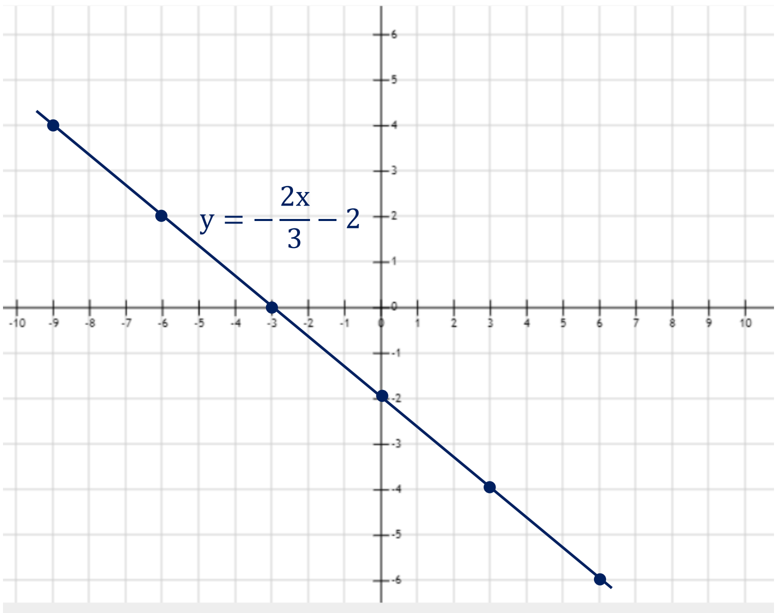
$$2x + 3y + 6 = 0 \Rightarrow 3y = -2x - 6 \Rightarrow y = -\frac{2x}{3} - 2$$

x	0	3	-3	6	-6	-9
y	-2	-4	0	-6	2	4

$$y = -\frac{2\cdot 0}{3} - 2 = 0 - 2 = \boxed{-2} \qquad y = -\frac{2\cdot 3}{3} - 2 = -2 - 2 = \boxed{-4}$$

$$y = -\frac{2\cdot -3}{3} - 2 = 2 - 2 = \boxed{0} \qquad y = -\frac{2\cdot 6}{3} - 2 = -4 - 2 = \boxed{-6}$$

$$y = -\frac{2\cdot -6}{3} - 2 = 4 - 2 = \boxed{2} \qquad y = -\frac{2\cdot -9}{3} - 2 = 6 - 2 = \boxed{4}$$



Representación gráfica de la ecuación.

Recuerda que la representación gráfica de una ecuación lineal es una recta en el plano. Cada punto de la recta representa una de las infinitas soluciones de la ecuación lineal.

Ejercicio 3. (2 ptos.)

Representa gráficamente y halla la solución: $\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$

$$\begin{cases} 2x + y = 6 \\ 3x - 2y = 2 \end{cases}$$

$2x + y = 6 \Rightarrow y = -2x + 6$

x	0	1	2	3	4
y	6	4	2	0	-2

$y = -2 \cdot 0 + 6 = 6$

$y = -2 \cdot 1 + 6 = -2 + 6 = 4$

$y = -2 \cdot 2 + 6 = -4 + 6 = 2$

$y = -2 \cdot 3 + 6 = -6 + 6 = 0$

$y = -2 \cdot 4 + 6 = -8 + 6 = -2$

$x - 2y = 2 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - 1$

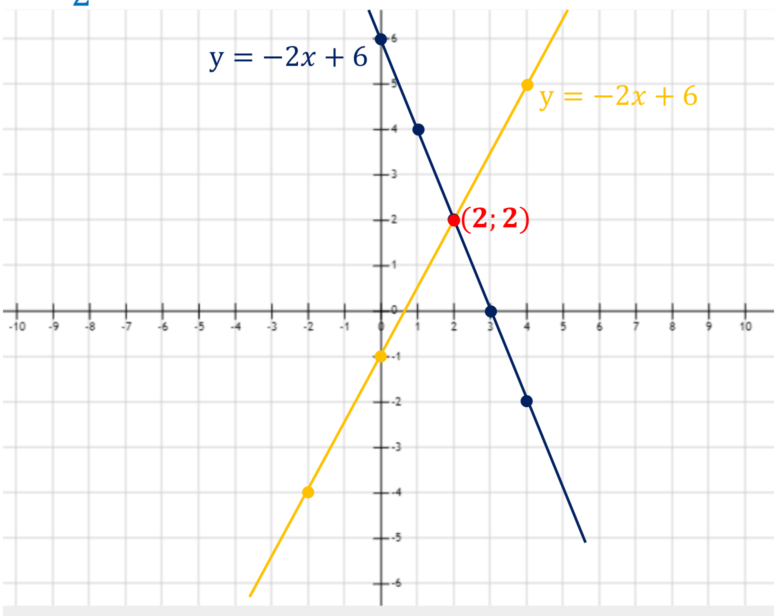
x	0	-2	2	4
y	-1	-4	2	5

$y = \frac{3}{2} \cdot 0 - 1 = -1$

$y = \frac{3}{2} \cdot -2 - 1 = -3 - 1 = -4$

$y = \frac{3}{2} \cdot 2 - 1 = 3 - 1 = 2$

$y = \frac{3}{2} \cdot 4 - 1 = 6 - 1 = 5$



Representación gráfica del sistema de ecuaciones. La solución es el punto donde cortan ambas rectas.

Recuerda: Un sistema de ecuaciones lineales está formado por dos ecuaciones. $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$

La solución del sistema es la solución común a ambas ecuaciones. Un sistema de ecuaciones puede:

- *Tener una solución única: gráficamente es el punto donde se intersectan ambas rectas.*
- *No tener solución: en este caso las ecuaciones son incompatibles y las rectas que lo representan paralelas.*
- *Tener infinitas soluciones: en este caso las ecuaciones son equivalentes y las rectas que lo representan se superponen.*

La solución siempre debe comprobarse sustituyendo los valores obtenidos en el sistema original.

Ejercicio 4. (2 ptos.)

Resuelve por sustitución y comprueba la solución obtenida.

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \\ 3x + 8y = 2 \end{cases}$$

Recuerda: El método de sustitución es una de las formas de resolver un sistema de ecuaciones. Consiste en despejar una incógnita en una de las ecuaciones y la expresión obtenida se sustituye en la otra ecuación.

Para resolver un sistema por sustitución hay que despejar una incógnita de una de las ecuaciones de la primera ecuación resulta más sencillo:

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \quad (1) \\ 3x + 8y = 2 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow \boxed{2x + 5 = y}$$

Sustituimos la expresión obtenida en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \quad (1) \\ 3x + 8y = 2 \quad (2) \end{cases} \Rightarrow 3x + 8 \cdot (2x + 5) = 2$$

Se obtiene una ecuación de una sola incógnita y se resuelve:

$$3x + 8 \cdot (2x + 5) = 2 \Rightarrow 3x + 16x + 40 = 2 \Rightarrow 19x = 2 - 40$$

$$\Rightarrow 19x = -38 \Rightarrow x = \frac{-38}{2} \Rightarrow \mathbf{x = -2}$$

Sustituir $\boxed{x = -2}$ en la primera expresión obtenida y calcular el valor de y:

$$2x + 5 = y \Rightarrow 2 \cdot -2 + 5 = y \Rightarrow -4 + 5 = y \Rightarrow \mathbf{y = 1}$$

$$\textbf{Solución del sistema:} \begin{cases} \mathbf{x = -2} \\ \mathbf{y = 1} \end{cases}$$

Comprobación:

$$\begin{cases} 2x - y = -5 \\ 3x + 8y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \cdot (-2) - 1 = -5 \\ 3 \cdot (-2) + 8 \cdot 1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4 - 1 = -5 \\ -6 + 8 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5 = -5 \\ 2 = 2 \end{cases}$$

La solución es correcta.

Ejercicio 5. (2 ptos.)

En un bar ayer pagamos 11,90 € por cuatro zumos de naranja y tres roscones. Sin embargo, hoy nos han cobrado 10,85 € por cinco zumos y dos roscones. ¿Cuánto cuesta un zumo y cuánto un roscón?

1. Plantear las incógnitas

Precio del zumo de naranja $\Rightarrow x$

Precio de un roscón $\Rightarrow y$

2. Construir el sistema despejando la relación entre incógnitas:

$4 \text{ zumos y } 3 \text{ roscones} = 11{,}90€ \Rightarrow 4x + 3y = 11{,}90$

$5 \text{ zumos y } 2 \text{ roscones} = 10{,}85€ \Rightarrow 5x + 2y = 10{,}85$

Sistema de ecuaciones obtenido: $\begin{cases} 4x + 3y = 11{,}90 \\ 5x + 2y = 10{,}85 \end{cases}$

3. Resolver el sistema, aplicar método de reducción:

Transformar el sistema con ecuaciones equivalentes para reducir

$\begin{cases} 4x + 3y = 11{,}90 & \textit{Multiplicar por 2} \\ 5x + 2y = 10{,}85 & \textit{Multiplicar por -3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x + 6y = 23{,}80 \\ -15x - 6y = -32{,}55 \end{cases}$ *Sumar ambas ecuaciones*

$$-7x = -8{,}75$$

Se obtiene una ecuación de una sola incógnita y se resuelve:

$$-7x = -8{,}75 \Rightarrow x = \frac{-8{,}75}{-7} \Rightarrow \mathbf{x = 1{,}25€}$$

Sustituir $x = 1{,}25$ en cualquiera de la ecuaciones existentes, despejar la y:

$$4x + 3y = 11{,}90 \Rightarrow 4 \cdot 1{,}25 + 3y = 11{,}90 \Rightarrow 5 + 3y = 11{,}90$$

$$\Rightarrow 3y = 11{,}90 - 5 \Rightarrow 3y = 6{,}90 \Rightarrow y = \frac{6{,}90}{3} \Rightarrow \mathbf{y = 2{,}30€}$$

Solución: zumo $\Rightarrow$ **1,25€; roscón** $\Rightarrow$ **2,30€**

Comprobación:

$$\begin{cases} 4x + 3y = 11{,}90 \\ 5x + 2y = 10{,}85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 \cdot 1{,}25 + 3 \cdot 2{,}30 = 11{,}90 \\ 5 \cdot 1{,}25 + 2 \cdot 2{,}30 = 10{,}85 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 + 6{,}90 = 11{,}90 \\ 6{,}25 + 4{,}60 = 10{,}85 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 11{,}90 = 11{,}90 \\ 10{,}85 = 10{,}85 \end{cases}$$ *La solución es correcta.*

Recuerda: Los sistemas de ecuaciones son una herramienta muy útil para resolver un problema. Para ello es necesario:

1. *Identificar los elementos dados por el problema a través de la interpretación de los datos ofrecidos.*
2. *Construir el sistema de ecuaciones codificando todos los elementos.*
3. *Resolver el sistema de ecuaciones, utilizando cualquiera de los métodos conocidos.*

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Una tienda de electrodomésticos pone a la venta 200 cafeteras a 40 € cada una. Cuando lleva vendida una buena parte, los rebaja a 32 €, continuando la venta hasta que se agotan. La recaudación total ha sido de 7 640 €.

¿Cuántas cafeteras se han vendido sin rebajar y cuantas rebajadas?

1. Plantear las incógnitas

Cafeteras sin rebajar $\Rightarrow x$

Cafeteras rebajadas $\Rightarrow y$

2. Construir el sistema despejando la relación entre incógnitas:

Hay un total de 200 cafeteras $\Rightarrow$ $x + y = 200$

Las sin rebajar cuestan 40€ y las rebajadas 32 y ambas recaudan 7 640€

$\Rightarrow$ $40x + 32y = 7\,640$

Sistema de ecuaciones obtenido: $\begin{cases} x + y = 200 \\ 40x + 32y = 7\,640 \end{cases}$

3. Resolver el sistema, aplicar método de sustitución:

Despejar una incógnita de la primera ecuación:

$$\begin{cases} x + y = 200 & (1) \\ 40x + 32y = 7\,640 & (2) \end{cases} \Rightarrow \boxed{x = 200 - y}$$

Sustituimos la expresión obtenida en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} x + y = 200 & (1) \\ 40x + 32y = 7\,640 & (2) \end{cases} \Rightarrow 40 \cdot (200 - y) + 32y = 7\,640$$

Se obtiene una ecuación de una sola incógnita y se resuelve:

$$40 \cdot (200 - y) + 32y = 7\,640 \Rightarrow 8\,000 - 40y + 32y = 7\,640$$

$$\Rightarrow -8y = 7640 - 8000 \Rightarrow -8y = -360 \Rightarrow y = \frac{-360}{-8} \Rightarrow \mathbf{y = 45}$$

Sustituir $y = \boxed{45}$ en la primera expresión obtenida y calcular el valor de x:

$$x = 200 - 45 \Rightarrow \mathbf{x = 155}$$

Solución: cafeteras sin rebajar: 155; cafeteras rebajadas: 45

Comprobación:

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 40x + 32y = 7\,640 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 155 + 45 = 200 \\ 40 \cdot 155 + 32 \cdot 45 = 7\,640 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 200 = 200 \\ 6\,200 + 1\,440 = 7\,640 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 200 = 200 \\ 7\,640 = 7\,640 \end{cases}$$ *La solución es correcta.*