

TEMA 11 – CÁLCULO DE PROBABILIDADES

11.0 – INTRODUCCIÓN

11.0.1. - EXPERIENCIAS ALEATORIAS, CASOS, ESPACIO MUESTRAL, SUCESOS

Un **suceso aleatorio** es aquel acontecimiento en cuya realización influye el azar. Los sucesos aleatorios ocurren en **experiencias aleatorias**, que son aquellas cuyo resultado depende del azar.

Caso es cada uno de los resultados que se pueden obtener al realizar una experiencia aleatoria.

Espacio muestral, E , es el conjunto de todos los casos posibles.

Suceso es todo subconjunto del espacio muestral.

Los casos son también sucesos. Se llaman **sucesos elementales** ó **sucesos individuales**.

El espacio muestral se llama **suceso seguro**.

EJEMPLO 1 : Lanzamos un dado y anotamos el resultado.

- ¿Es una experiencia aleatoria? Razona la respuesta. Si, porque depende del azar, no sabemos el resultado hasta que no lancemos el dado.
- Calcula el espacio muestral . $E = \{1,2,3,4,5,6\}$
- Escribe tres casos o sucesos elementales $A = \{1\}$, $B = \{2\}$, $C = \{5\}$
- Escribe tres sucesos compuestos $A = \{1,3\}$, $B = \{\text{Par}\}$, $C = \{\text{Mayor que } 4\}$
- Calcula el suceso seguro. $E = \{1,2,3,4,5,6\}$

EJERCICIO 1 : En una urna hay bolas de cinco colores: rojo(R), verde(V), azul(A), negro(N) y blanco(B). La experiencia consiste en extraer una bola y anotar su color.

- ¿Es una experiencia aleatoria? Razona la respuesta.
- Calcula el espacio muestral
- Escribe tres casos o sucesos elementales
- Escribe tres sucesos compuestos
- Calcula el suceso seguro.

11.0.2 – EXPERIENCIAS REGULARES E IRREGULARES

Experiencias regulares: Experiencias aleatorias diseñadas de manera que las probabilidades de los sucesos de que constan son previsibles (lanzar un dado, lanzar una moneda,...)

Experiencias irregulares: Experiencias aleatorias en las que es imposible prever el valor de las probabilidades de los sucesos. Sólo se pueden conocer, aproximadamente, experimentando (lanzar un dado trucado, lanzar una chincheta,...)

EJEMPLO 2 : En los siguientes sucesos, di cuáles corresponden a experiencias regulares y asígneles probabilidad.

- Obtener un 3 al lanzar un dado correcto. Regular $P(3) = 1/6$
- Obtener un 3 al lanzar un dado incorrecto. Irregular

EJERCICIO 2: En los siguientes sucesos, di cuáles corresponden a experiencias regulares y asígneles probabilidad.

- Extraer una bola roja de un bote cuya composición desconocemos
- Extraer una carta de oros de una baraja española.
- Que un cierto asegurado de una compañía de seguros tenga un accidente el próximo año.

11.1 – LOS SUCECOS Y SUS PROBABILIDADES

Cada vez que se realiza una experiencia aleatoria, **ocurre** un suceso elemental. También **ocurre** cualquier suceso que contiene a ese suceso elemental.

11.1.1. – RELACIONES ENTRE SUCECOS

Se llama **unión** de dos sucesos A y B, y se designa $A \cup B$ (se lee “A unión B”) al suceso formado por todos los elementos de A y los de B. El suceso $A \cup B$ ocurre cuando lo hacen A o B o ambos.

Se llama **intersección** de dos sucesos A y B, y se designa $A \cap B$ (se lee “A intersección B”) al suceso formado por los elementos que pertenecen simultáneamente a A y a B. El suceso $A \cap B$ ocurre cuando lo hacen a la vez A y B.

Dos sucesos se llaman **incompatibles** cuando no tienen en común ningún suceso elemental. Es decir, es imposible que ocurran simultáneamente. Si dos sucesos A y B son incompatibles, entonces $A \cap B = \emptyset$

Un suceso, $S' = S^c = \bar{S}$, se dice que es **contrario** del suceso S cuando entre ambos se reparten los elementos del espacio muestral. Es decir, siempre ocurre uno u otro, pero nunca ocurren simultáneamente. Si $\bar{S}$ es el suceso contrario de S, entonces: $S \cup \bar{S} = E$ y $S \cap \bar{S} = \emptyset$

11.1.2 – PROPIEDADES DE LAS PROBABILIDADES DE LOS SUCECOS

La probabilidad de que ocurra el suceso seguro es 1; esto es natural, pues ocurre el 100% de las veces que se realiza la experiencia. También es natural que ese 100 % se reparta entre los sucesos elementales de que consta la prueba. Las siguientes afirmaciones son traducción de estos hechos.

Propiedades de la probabilidad:

- $P(\emptyset) = 0$
- $P(E) = 1$
- $\emptyset \neq A \neq E \quad 0 < P(A) < 1$
- $P(\bar{S}) = 1 - P(S)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

EJEMPLO 3 : Una bolsa contiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. La experiencia consiste en extraer una bola y anotar su número.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

b) Consideramos los sucesos: A = “obtener número primo”, B = “obtener múltiplo de 3”

b.1) Escribe los sucesos: A, $\bar{A}$, B, $\bar{B}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup \bar{A}$, $B \cap \bar{B}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ $\bar{A} = \{1, 4, 6, 8, 9, 10\}$ $B = \{3, 6, 9\}$ $\bar{B} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$ $A \cap B = \{3\}$ $A \cup \bar{A} = E$ $B \cap \bar{B} = \emptyset$

B.2) Calcula $P(A)$, $P(B)$, $P(A \cap B)$, $P(A \cup B)$, $P(A \cup \bar{A})$, $P(B \cap \bar{B})$

$P(A) = 4/10 = 2/5$ $P(\bar{A}) = 6/10 = 3/5$ $P(B) = 3/10$ $P(\bar{B}) = 7/10$

$P(A \cup B) = 6/10 = 3/5$ $P(A \cap B) = 1/10$ $P(A \cup \bar{A}) = 1$ $P(B \cap \bar{B}) = 0$

EJEMPLO 4 : Lanzamos tres veces una moneda

a) Escribe todos los sucesos elementales

$\{C, C, C\}$, $\{C, C, X\}$, $\{C, X, C\}$, $\{C, X, X\}$, $\{X, C, C\}$, $\{X, C, X\}$, $\{X, X, C\}$, $\{X, X, X\}$

b) Indica cuáles de estos sucesos componen el suceso S = “la primera vez salió cara” y calcula su probabilidad $S = \{\{C, C, C\}, \{C, C, X\}, \{C, X, C\}, \{C, X, X\}\}$ $P(S) = 4/8 = 1/2$

c) Escribe un suceso que sea incompatible con S.

Por ejemplo S' , $A = \{X, C, X\}$, $B = \{X, C, C\}, \{X, C, X\}$

EJERCICIO 3 : En un sorteo de lotería observamos la cifra en que termina el “gordo”.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) Escribe los sucesos:

A = “Menor que 5”

B = “Par”

c) Halla los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{A} \cap \bar{B}$ y sus probabilidades

EJERCICIO 4 : Escribimos cada una de las letras de la palabra PREMIO en una ficha y las ponemos en una bolsa. Extraemos una letra al azar.

a) Escribe los sucesos elementales de este experimento. ¿Tienen todos la misma probabilidad?

b) Escribe el suceso “obtener vocal” y calcula su probabilidad.

c) Si la palabra elegida fuera SUERTE, ¿Cómo responderías a los apartados a) y b)?

EJERCICIO 5 : Lanzamos un dado rojo y otro verde. Anotamos el resultado. Por ejemplo (3,4) significa 3 en el rojo y 4 en el verde.

a) ¿Cuántos elementos tiene el espacio muestral?

b) Describe los siguientes sucesos:

A = “La suma de puntos es 6”

B = “En uno de los dados ha salido 4”

C = En los dados salió el mismo resultado

c) Describe los sucesos $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$

d) Calcula la probabilidad de los sucesos de los apartados b) y c)

e) Calcula la probabilidad de : $\bar{A}$, $\bar{B}$, $\bar{C}$

EJERCICIO 6 : El juego del dominó consta de 28 fichas. Sacamos una al azar y anotamos la suma (x) de las puntuaciones.

a) ¿Cuál es el espacio muestral? Da la probabilidad de cada uno de los 13 casos que pueden darse.

b) Describe los sucesos:

$A = x$ es un número primo

$B = x$ es mayor que 4

$A \cup B$

$A \cap B$

$\overline{A}$

c) Calcula las probabilidades de los sucesos descritos en el apartado b)

11.2 – PROBABILIDADES EN EXPERIENCIAS SENCILLAS

11.2.1 – EXPERIENCIAS IRREGULARES

Para calcular la probabilidad de un suceso correspondiente a una experiencia irregular (una chincheta, un dado cargado,...) no queda más remedio que experimentar. Es decir, repetir la experiencia muchas veces, averiguar la frecuencia relativa de ese suceso y asignarle ese valor (aproximado) a la probabilidad. Cuantas más veces hagamos la experiencia, más fiable será el valor asignado.

11.2.2 – EXPERIENCIAS REGULARES. LEY DE LAPLACE

Si la experiencia aleatoria se realiza con un instrumento regular (dado correcto, baraja completa,...), entra en juego la **Ley de Laplace**, que dice:

- Si el espacio muestral tiene n casos y la experiencia es *regular*, entonces todos ellos tienen la misma probabilidad, $1/n$.
- Si un suceso tienen k casos, entonces su probabilidad es k/n .

$$P(S) = \frac{\text{número de casos favorables a } S}{\text{número total de casos posibles}}$$

EJEMPLO 5 : Lanzamos un dado con forma de dodecaedro perfecto, con las caras numeradas del 1 al 12. Calcular: $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12\}$

a) $P(8) = 1/12$

b) $P(\text{Menor que } 3) = P(1,2) = 2/12 = 1/6$

c) $P(\text{Impar}) = P(1,3,5,7,9,11) = 6/12 = 1/2$

d) $P(\text{Número primo}) = P(2,3,5,7,11) = 5/12$

e) $P(\text{Mayor que } 4 \text{ pero menor que } 8) = P(5,6,7) = 3/12 = 1/4$

EJEMPLO 6 : Se han fabricado con un molde varios miles de dados. Sospechamos que son incorrectos. ¿Cómo procedemos para averiguar si son o no correctos? En caso de que no lo sean, ¿Cómo evaluaremos la probabilidad de cada cara?

Como sospechamos que es una experiencia irregular, no podemos aplicar la ley de Laplace y tenemos que experimentar. Lanzamos, por ejemplo 1000 veces un dado y contamos el número de veces que sale cada resultado:

	1	2	3	4	5	6
f	154	123	236	105	201	181
fr	0,154	0,123	0,236	0,105	0,201	0,181

Consideramos que cada probabilidad es su frecuencia relativa

$$P(1) = 0,154 \quad P(2) = 0,123 \quad P(3) = 0,236 \quad P(4) = 0,105 \quad P(5) = 0,201 \quad P(6) = 0,181$$

Las probabilidades en un dato correcto serían: $P(1) = P(2) = P(3) = P(4) = P(5) = P(6) = 1/6 = 0,166\dots$

Algunas de las probabilidades anteriores se alejan bastante de 0,166, por tanto podemos concluir que el dado es defectuoso.

EJEMPLO 7 : Lanzamos dos dados correctos y anotamos las diferencias de las puntuaciones.

a) ¿Cuál es el espacio muestral?

b) ¿Qué probabilidad tiene cada caso?

c) Halla la probabilidad del suceso “la diferencia es mayor que 3”?

a) $E = \{0,1,2,3,4,5\}$

b) No todos tienen la misma probabilidad, por tanto tenemos que contar.

	1	2	3	4	5	6
1	0	1	2	3	4	5
2	1	0	1	2	3	4
3	2	1	0	1	2	3
4	3	2	1	0	1	2
5	4	3	2	1	0	1
6	5	4	3	2	1	0

$$P(0) = 6/36 = 1/6$$

$$P(1) = 10/36 = 5/18$$

$$P(2) = 8/36 = 2/9$$

$$P(3) = 6/36 = 1/6$$

$$P(4) = 4/36 = 1/9$$

$$P(5) = 2/36 = 1/18$$

c) $P(\text{Diferencia mayor que 3}) = P(4,5) = 6/36 = 1/6$

EJEMPLO 8 : Un juego de cartas solo distingue estas posibilidades: FIGURA(sota, caballo o rey), AS, MENOR QUE 6(2,3,4,5), MAYOR QUE 5(6,7)

a) ¿Cuál es el espacio muestral? $E = \{\text{Figura, as, menor que 6, mayor que 5}\}$

b) Di la probabilidad de cada caso.

$$P(\text{Figura}) = 12/40 = 3/10$$

$$P(\text{As}) = 4/40 = 1/10$$

$$P(<6) = 16/40 = 2/5$$

$$P(>5) = 8/40 = 1/5$$

c) ¿Cuál es la probabilidad de “no figura”? $P(\bar{F}) = 1 - P(F) = 1 - 3/10 = 7/10$

EJERCICIO 7 : En la lotería primitiva se extraen bolas numeradas del 1 al 49. Calcula la probabilidad de que la primera bola extraída:

a) Sea un número de una sola cifra

b) Sea un número múltiplo de 7

c) Sea un número mayor que 25

EJERCICIO 8 : Se extrae una carta de una baraja española. Di cuál es la probabilidad de que sea:

- a) Rey o As
- b) Figura y oros
- c) No sea espadas
- d) Rey o Copa

EJERCICIO 9 : En una bolsa hay bolas de colores, pero no sabemos cuántas ni qué colores tienen. En 1000 extracciones (devolviendo la bola cada vez) hemos obtenido bola blanca 411 ocasiones, bola negra en 190, bola verde en 179 y bola azul en 220. Al hacer una nueva extracción, dí qué probabilidad asignarías a:

- a) Sacar bola blanca
- b) No sacar bola blanca
- c) Sacar bola verde o azul
- d) No sacar bola negra ni azul.

Si en la bolsa hay 22 bolas, ¿Cuántas estimas que habrá de cada uno de los colores?

EJERCICIO 10 : Ana tira un dado y su hermana Eva lo tira después. ¿Cuál es la probabilidad de que la puntuación de Eva sea superior a la de Ana?

EJERCICIO 11 : Lanzamos dos dados y anotamos la puntuación del mayor (si coinciden, la de uno de ellos).

	1	2	3	4	5	6
1	1	2				
2	2				5	
3						
4				4		6
5						
6		6				

a) Completa la tabla y di las probabilidades de los seis sucesos elementales 1, 2, 3, 4, 5, 6

b) Halla las probabilidades de los sucesos:

A = N° Par

B = N° menor que 4

C = $A \cap B$

11.3 – EXPERIENCIAS COMPUESTAS

Las experiencias simples que forman una experiencia compuesta pueden ser **dependientes** o **independientes**.

Dos o más experiencias aleatorias se llaman **independientes** cuando el resultado de cada una de ellas no depende del resultado de las demás.

Dos o más experiencias aleatorias se llaman **dependientes** cuando el resultado de cada una de ellas influye en las probabilidades de las siguientes.

11.3.1 – EXTRACCIONES CON O SIN REEMPLAZAMIENTO

Con reemplazamiento $\Rightarrow$ Independientes

Sin reemplazamiento (Lo normal) $\Rightarrow$ Dependientes

EJEMPLO 9 : Tenemos dos Bolsas: A(3 bolas rojas y 2 negras) B(4 bolas rojas y 2 negras)

a) Lanzamos un dado y después, sacamos una bola de la bolsa A. Estas dos experiencias ¿Son dependientes o independientes? Independientes

b) Lanzamos un dado. Si sale par, extraemos una bola de la bolsa A. Si sale impar, de la B. Estas dos experiencias, ¿Son dependientes o independientes? Dependientes.

11.4 – COMPOSICIÓN DE EXPERIENCIAS INDEPENDIENTES

Es más sencillo calcular las probabilidades de los sucesos compuestos descomponiéndolos en sucesos simples.

Cuando varias experiencias aleatorias son independientes, la probabilidad de que ocurra S_1 en la primera, S_2 en la segundo,.... es: $P(S_1 \cap S_2 \cap \dots) = P(S_1).P(S_2).....$

11.5 - COMPOSICIÓN DE EXPERIENCIAS DEPENDIENTES

En una experiencia compuesta por varias dependientes, el resultado de cada una influye en el resultado de la siguientes.

Si dos sucesos S_1 y S_2 corresponden a pruebas dependientes, la probabilidad de que ocurra S_1 en la primera y S_2 en la segunda es

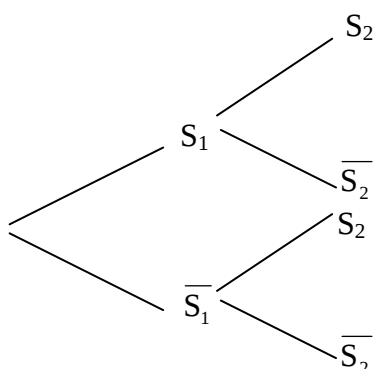
$$P(S_1 \cap S_2) = P(S_1).P(S_2/S_1)$$

$$P(S_2/S_1) = P(\text{Probabilidad de que ocurra } S_2 \text{ en la segunda supuesto que ocurrió } S_1 \text{ en la primera})$$

$$P(S_1 \cap S_2 \cap S_3) = P(S_1).P(S_2/S_1).P(S_3/S_1 \cap S_2)$$

11.5.1 – DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA MEDIANTE UN DIAGRAMA DE ÁRBOL

Las experiencias dependientes pueden ser descritas mediante diagramas de árbol:



EJEMPLO 10 : Tenemos dos bolsas A(3 bolas verdes y 2 rojas), B(1 negra, 2 verdes y 3 rojas). Sacamos una bola de A y una de B. Calcular (Son independientes)

$$\text{a) } P(\text{Las dos rojas}) = P(R \cap R) = P(R).P(R) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{5}$$

$$\text{b) } P(\text{La primera roja y la segunda verde}) = P(1^\circ R \cap 2^\circ V) = P(1^\circ R).P(2^\circ V) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{15}$$

$$\text{c) } P(\text{La primera verde y la segunda roja}) = P(1^\circ V \cap 2^\circ R) = P(1^\circ V).P(2^\circ R) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{10}$$

$$\text{d) } P(\text{Una roja y una verde}) = P(1^\circ R \cap 2^\circ V) + P(1^\circ V \cap 2^\circ R) = \frac{2}{15} + \frac{3}{10} = \frac{13}{30}$$

$$\text{e) } P(\text{La segunda negra}) = P(2^\circ N) = 1/6$$

EJEMPLO 11 : De una urna con 3 bolas verdes y 2 rojas, extraemos dos bolas. Calcula la probabilidad de que: Dependientes

$$\text{a) } \text{Ambas sean verdes } P(1^\circ V \cap 2^\circ V) = P(1^\circ V).P(2^\circ V | 1^\circ V) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{b) } \text{La primera sea roja y la segunda verde } P(1^\circ R \cap 2^\circ V) = P(1^\circ R).P(2^\circ V | 1^\circ R) = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

$$\text{c) } \text{Las dos sean rojas } P(1^\circ R \cap 2^\circ R) = P(1^\circ R).P(2^\circ R | 1^\circ R) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$$

d) Sea una de cada color

$$\text{Modo 1: } P(1^\circ V \cap 2^\circ R) + P(1^\circ R \cap 2^\circ V) = P(1^\circ V).P(2^\circ R | 1^\circ V) + P(1^\circ R).P(2^\circ V | 1^\circ R) =$$

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\text{Modo 2: } P(\text{Una de cada color}) = P(1^\circ V \cap 2^\circ R).P_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot 2 = \frac{3}{5}$$

Elegimos un orden y permutamos

EJEMPLO 12 : Lanzamos cinco monedas. Calcula la probabilidad de que: Independientes

$$\text{a) } \text{Las cinco salgan cara } P(1^\circ C \cap 2^\circ C \cap 3^\circ C \cap 4^\circ C \cap 5^\circ C) = P(1^\circ C).$$

No hay orden (No hay que permutar)

$$P(2^\circ C). P(3^\circ C). P(4^\circ C). P(5^\circ C) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$$

$$\text{b) } \text{Salga una cara y 4 cruces } P(1C \text{ y } 4X) = P(1^\circ C \cap 2^\circ X \cap 3^\circ X \cap 4^\circ X \cap$$

Hay orden (Hay que permutar)

$$5^\circ X). PR_5^{1,4} = P(1^\circ C). P(2^\circ X). P(3^\circ X). P(4^\circ X). P(5^\circ X) \frac{5!}{1!.4!} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 = \frac{5}{32}$$

$$\text{c) } \text{Salgan 3 caras y 2 cruces } P(3C \text{ y } 2X) = P(1^\circ C \cap 2^\circ C \cap 3^\circ C \cap 4^\circ X \cap$$

Hay orden (Hay que permutar)

$$5^\circ X). PR_5^{3,2} = P(1^\circ C). P(2^\circ C). P(3^\circ C). P(4^\circ X). P(5^\circ X) \frac{5!}{3!.2!} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 = \frac{5}{16}$$

EJERCICIO 12 :

a) Tenemos dos barajas de 40 cartas. Sacamos una carta de cada una.

a.1) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean 7?

a.2) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean figuras (sota, caballo o rey)?

b) Tenemos una baraja de 40 cartas. Sacamos dos cartas.

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean un 7?

b.2) ¿Cuál es la probabilidad de que ambas sean figura?

EJERCICIO 13 : Lanzamos tres dado. ¿Cuál es la probabilidad de que las tres puntuaciones sean menores que 5?

EJERCICIO 14 : Tenemos dos urnas: A(2 bolas negras y 3 rojas) y B(2 negras, 2 rojas y 1 verde) Sacamos una bola de cada urna. Calcula:

a) La probabilidad de que ambas sean rojas

b) La probabilidad de que ambas sean negras

c) La probabilidad de que alguna sea verde

d) La probabilidad de que la primera sea negra y la segunda roja

e) La probabilidad de una negra y una roja

EJERCICIO 15 : Tenemos una urna con 3 bolas rojas y 2 verdes. Sacamos dos bolas. Calcula:

a) $P(2 \text{ rojas})$

b) $P(\text{Primera roja y segunda verde})$

c) $P(\text{Una roja y una verde})$

d) $P(\text{Al menos una sea roja})$

EJERCICIO 16 : Tenemos dos urnas A(2 bolas verdes y 3 rojas) y B(1 roja y 1 verde). Sacamos una bola de A, la echamos en B, removemos y sacamos una de B. Calcula:

a) $P(1^{\circ} \text{ roja y } 2^{\circ} \text{ roja})$

b) $P(1^{\circ} \text{ roja y } 2^{\circ} \text{ verde})$

c) $P(2^{\circ} \text{ roja} \mid 1^{\circ} \text{ verde})$

d) $P(2^{\circ} \text{ roja} \mid 1^{\circ} \text{ roja})$

e) $P(2^{\circ} \text{ roja})$

f) $P(2^{\circ} \text{ verde})$

11.6 - TABLAS DE CONTINGENCIA

Una **tabla de contingencia** describe un colectivo de individuos repartidos por dos conceptos. En cada concepto hay varias clases. Cada individuo está contabilizado en alguna casilla y solo en una.

EJEMPLO 13 : En un centro escolar hay 400 alumnos de ESO (120 de 1º, 100 de 2º, 100 de 3º y 80 de 4º). Cada uno de ellos puede participar en una actividad extraescolar (solo en una o en ninguna). Hay actividades extraescolares de dos tipos: culturales y deportivas. En la tabla adjunta se describe el reparto de alumnos según el curso y según el tipo de actividad en la que participen.

	Cultural	Deportiva	Ninguna	Total
1º	12	36	72	120
2º	15	40	45	100
3º	21	44	35	100
4º	24	40	16	80
Total	72	160	168	400

a) **Explica el significado de las casillas sombreadas**

72: Número de alumnos de 1º de ESO que no participan en ninguna actividad extraescolar

40: Número de alumnos de 2º de ESO que participan en alguna actividad deportiva

21: Número de alumnos de 3º de ESO que participan en alguna actividad cultural

80: Número de alumnos de 4º de ESO

160: Número de alumnos de ESO que participan en actividades deportivas

400: Número de alumnos de ESO

b) Explica el significado de cada una de las siguientes expresiones y da su valor

$P(3^\circ)$ = Probabilidad de que un alumno sea de 3º de ESO = $100/400 = \frac{1}{4} = 0,25$

$P(\text{Ninguna})$ = Probabilidad de que un alumno no participe en ninguna actividad deportiva = $168/400 = 0,42$

$P(2^\circ | \text{Ninguna})$ = Probabilidad de que sabiendo que no participa en ninguna actividad extraescolar, sea de segundo de ESO = $45/168 = 0,27$

$P(\text{Ninguna} | 2^\circ)$ = Probabilidad de que sabiendo que es de 2º ESO, no participe en ninguna actividad extraescolar = $45/100 = 0,45$

c) Para analizar la evolución de la participación en actividades culturales al avanzar la edad ¿Qué proporciones hemos de calcular y comparar?

$P(\text{cultural} | 1^\circ) = 12/120 = 0,10$

$P(\text{cultural} | 2^\circ) = 15/100 = 0,15$

$P(\text{cultural} | 3^\circ) = 21/100 = 0,21$

$P(\text{cultural} | 4^\circ) = 24/80 = 0,30$

La participación en actividades culturales es:

$10\% \Rightarrow 15\% \Rightarrow 21\% \Rightarrow 30\%$ (Es claro que aumenta con la edad)

EJEMPLO 14 : En un centro escolar hay 1000 alumnos y alumnas repartidos así:

	Chicos	Chicas
Usan Gafas	147	135
No usan gafas	368	350

Llamamos: A (Chicas), O(Chicos), G(Tienen gafas), $\bar{G}$ (No tienen gafas).

a) Calcula:

Completamos la tabla con los totales

	Chicos	Chicas	
Usan Gafas	147	135	282
No usan gafas	368	350	718
	515	485	1000

$P(A) = 485/1000 = 0,485$

$P(O) = 515/1000 = 0,515$

$P(G) = 282/1000 = 0,282$

$P(\bar{G}) = 718/1000 = 0,718$

b) Describe los siguientes sucesos y calcula sus probabilidades

A y G = Chicas que usan gafas $\Rightarrow P(A \cap G) = 135/1000 = 0,135$

O y $\bar{G}$ = Chicos que no usan gafas $\Rightarrow P(O \cap \bar{G}) = 368/1000 = 0,368$

A | G = De los que usan gafas, la probabilidad de que sea chica $\Rightarrow P(A | G) = 135/282 = 0,4787$

G | A = De las chicas, la probabilidad de que usen gafas $\Rightarrow P(G | A) = 135/485 = 0,2784$

G | O = De los chicos, la probabilidad de que usen gafas $\Rightarrow P(G | O) = 147/515 = 0,2854$

EJERCICIO17 : En una empresa hay 200 empleados, 100 hombres y 100 mujeres. Los fumadores son 40 hombres y 35 mujeres.

a) Haz con los datos una tabla de contingencia

b) Si elegimos un empleado al azar, calcula la probabilidad de que sea hombre y no fume.

c) Calcula también:

$P(M \text{ y } F)$

$P(M | F)$

$P(F | M)$

EJERCICIO 18 : Los 100 socios de un club deportivo se distribuyen de la forma que se indica en la tabla:

	Hombres	Mujeres
Juegan al baloncesto	147	135
No juegan al baloncesto	368	350

Si se elige una persona al azar, calcula la probabilidad de que:

a) Sea un hombre

b) Sea una mujer

c) Juegue al baloncesto

d) Sea una mujer que practique baloncesto

e) Sea un hombre que no practique baloncesto

f) Juegue al baloncesto, sabiendo que es hombre

g) Sea mujer, sabiendo que no juega al baloncesto