

1. **(0.5 puntos)** Clasifica los siguientes números indicando a qué conjuntos pertenecen.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\frac{-10}{5}$

c) 0,123123123...

d) 0,123112311123...

2. **(1 punto)** Pasa a fracción los siguientes decimales.

a) 2.2

c) $2,2\overline{1}$

b) $2.\overline{21}$

d) 1,25

3. **(2 puntos)** Opera y simplifica, **expresando el resultado como potencia de exponente positivo**:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot \frac{1}{5^{-2}} =$

c) $\frac{9^{-2} \cdot 4^3 \cdot 2^{-2}}{3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 6^{-3}} =$

b) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2}{2^{-1}} =$

d) $\frac{(a^{-2})^3 \cdot a \cdot a^4}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^2} =$

4. **(0.5 puntos)** Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3} =$

b) $\sqrt{\frac{(600000^3 \cdot 0,00002^4)}{100^2 \cdot 72000000 \cdot 0,0002^5}} =$

5. **(2 puntos)** Racionaliza las siguientes expresiones.

a) **(0.5)** $\frac{3\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} =$

b) **(0.75)** $\frac{1-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1} =$

c) **(0.75)** $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{4}} =$

6. **(1.5 puntos)** Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado como un único radical lo más simplificado posible.

a) $5\sqrt[6]{256} - 2\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{128} =$

b) $\frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3} =$

c) $\frac{\sqrt{a\sqrt[5]{a}} \cdot \sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[7]{a^5}} =$

7. **(2.5 puntos)** Calcula el valor de x en cada caso.

a) **(0.25)** $\log_3 x = -\frac{1}{4}$

c) **(0.5)** $\log 3^x = 2$

e) **(0.5)** $\log_x \left(\frac{1}{27}\right) = -3$

b) **(0.25)** $\ln \frac{1}{\sqrt[3]{e}} = x$

d) **(0.5)** $5^{-x} = 3$

f) **(0.5)** $\log_{x+1} 25 = 2$

RESOLUCIÓN

1. **(0.5 puntos)** Clasifica los siguientes números indicando a qué conjuntos pertenecen.

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\mathbb{I}, \mathbb{R}$

b) $\frac{-10}{5}$ $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$

c) 0,123123123... $\mathbb{Q}, \mathbb{R}$

d) 0,123112311123... $\mathbb{I}, \mathbb{R}$

2. **(1 punto)** Pasa a fracción los siguientes decimales.

a) 2.2 $= \frac{22}{100}$

c) 2,2 $\overline{1}$ $= \frac{221 - 22}{90} = \frac{199}{90}$

b) 2.2 $\overline{1}$ $= \frac{221 - 2}{99} = \frac{219}{99}$

d) 1,25 $= \frac{125}{100}$

3. **(2 puntos)** Opera y simplifica, **expresando el resultado como potencia de exponente positivo**:

a) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3} \cdot 5^{-6} \cdot \frac{1}{5^{-2}} =$
 $\frac{5^3 \cdot 5^2}{5^6} = \frac{5^5}{5^6} = \frac{1}{5}$

c) $\frac{9^{-2} \cdot 4^3 \cdot 2^{-2}}{3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 6^{-3}} =$
 $\frac{(3^2)^{-2} \cdot (2^2)^3 \cdot 2^{-2}}{3^{-2} \cdot 2^{-2} \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3}} = \frac{3^{-4} \cdot 2^4}{2^{-5} \cdot 3^{-5}} = 3 \cdot 2^9$

b) $\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2}{2^{-1}} =$
 $\frac{2^3 \cdot 2^1}{(2^2)^2} = \frac{2^4}{2^4} = 1$

d) $\frac{(a^{-2})^3 \cdot a \cdot a^4}{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^2} =$
 $\frac{a^{-6} \cdot a^5}{a^{\frac{5}{2}}} = a^{-1} \cdot a^{-\frac{5}{2}} = a^{-\frac{7}{2}}$

4. **(0.5 puntos)** Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $\frac{(3,12 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot 8,3 \cdot 10^8}{4,32 \cdot 10^3} =$ $1,41 \cdot 10^2$

b) $\sqrt{\frac{(600000^3 \cdot 0,00002^4)}{100^2 \cdot 72000000 \cdot 0,0002^5}} =$ $3,87 \cdot 10^2$

5. **(2 puntos)** Racionaliza las siguientes expresiones.

a) **(0.5)** $\frac{3\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} =$ $\frac{3\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15-\sqrt{5}}{5}$

b) **(0.75)** $\frac{1-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1} =$ $\frac{1-2\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-1} \cdot \frac{(3\sqrt{2}+1)}{(3\sqrt{2}+1)} = \frac{3\sqrt{2}+1-6(\sqrt{2})^2-2\sqrt{2}}{(3\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{-11+\sqrt{2}}{17}$

c) **(0.75)** $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{4}} =$ $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{4}} \cdot \frac{\sqrt[4]{4^3}}{\sqrt[4]{4^3}} = \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt[4]{4^3}}{\sqrt[4]{4^4}} = \frac{2^{\frac{3}{2}} \cdot 2^{\frac{6}{4}}}{4} = \frac{2^4}{4} = 2$

6. **(1.5 puntos)** Realiza las siguientes operaciones, expresando el resultado como un único radical lo más simplificado posible.

$$a) \ 5\sqrt[6]{256} - 2\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{128} = \boxed{5\sqrt[6]{2^8} - 2\sqrt[3]{2^4} - \sqrt[3]{2^7} = 5 \cdot 2\sqrt[6]{2^2} - 2 \cdot 2\sqrt[3]{2} - 2 \cdot 2\sqrt[3]{2} = 10\sqrt[6]{2^2} - 8\sqrt[3]{2}}$$

$$b) \ \frac{(\sqrt{27})^3 \cdot \sqrt{\sqrt[3]{9}}}{\sqrt[3]{81} \cdot (\sqrt{3})^3} = \boxed{\frac{(\sqrt{3^3})^3 \cdot \sqrt[6]{3^2}}{\sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt{3^3}} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \cancel{\sqrt{3}} \cdot \cancel{\sqrt[3]{3}}}{3 \cdot \cancel{\sqrt[3]{3}} \cdot 3 \cdot \cancel{\sqrt{3}}} = 3^2 = 9}$$

$$c) \ \frac{\sqrt{a\sqrt[5]{a}} \cdot \sqrt[4]{a^2}}{\sqrt[7]{a^5}} = \boxed{\frac{a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{10}} \cdot a^{\frac{2}{4}}}{a^{\frac{5}{7}}}} = a^{\frac{11}{10}} \cdot a^{\frac{-5}{7}} = a^{\frac{27}{70}}$$

7. **(2.5 puntos)** Calcula el valor de x en cada caso.

$$a) \ (0.25) \log_3 x = -\frac{1}{4} \quad \boxed{3^{\frac{-1}{4}} = x}$$

$$b) \ (0.25) \ln \frac{1}{\sqrt[3]{e}} = x \quad \boxed{e^x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}} \rightarrow e^x = e^{\frac{-1}{3}} \rightarrow x = \frac{-1}{3}}$$

$$c) \ (0.5) \log 3^x = 2 \quad \boxed{10^2 = 3^x \rightarrow 100 = 3^x \rightarrow \log(100) = x \cdot \log(3) \rightarrow x = \frac{2}{\log(3)}}$$

$$d) \ (0.5) \ 5^{-x} = 3 \quad \boxed{\log 5^{-x} = \log(3) \rightarrow -x \cdot \log(5) = \log(3) \rightarrow x = -\frac{\log(3)}{\log(5)}}$$

$$e) \ (0.5) \log_x \left(\frac{1}{27} \right) = -3 \quad \boxed{x^{-3} = \frac{1}{27} \rightarrow x^{-3} = 3^{-3} \rightarrow x = 3}$$

$$f) \ (0.5) \log_{x+1} 25 = 2 \quad \boxed{(x+1)^2 = 25 \rightarrow x+1 = 5 \rightarrow x = 4}$$