

RAÍCES DE UN POLINOMIO. FACTORIZACIÓN: EJERCICIOS RESUELTOS

1.-

Calcula las raíces de estos polinomios.

a) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

c) $R(x) = x^3 - 2x^2 - 5x - 6$

b) $Q(x) = x^2 - 2x + 1$

d) $S(x) = x^2 - 5x - 14$

2.-

Calcula las raíces de estos polinomios.

a) $x^3 - 9x^2 + 26x - 24$

e) $x^2 - x - 2$

b) $x^3 - 2x^2 - 3x$

f) $x^2 + x$

c) $x^4 - x^2 - x + 1$

g) $4x^2 - 2x$

d) $x^3 + x^2 - 9x - 9$

h) $x^2 - 4x + 4$

3.-

Factoriza estos polinomios, aplicando las igualdades notables.

a) $x^2 + 2x + 1$

d) $x^2 - 4$

b) $x^2 + 10x + 25$

e) $4x^2 - 16$

c) $4x^4 - 16x^2 + 16$

f) $x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

4.-

Factoriza estos polinomios.

a) $x^2 + 5x + 6$

d) $x^3 - 13x + 12$

b) $x^2 + x - 12$

e) $x^3 - 5x^2 - x + 5$

c) $x^2 + 11x + 24$

f) $x^3 + 4x^2 - 11x - 30$

5.-

Factoriza estos polinomios.

a) $2x^3 - 8x^2 + 2x + 12$

b) $3x^3 - 8x^2 - 20x + 16$

c) $2x^4 + 15x^3 + 31x^2 + 12x$

6.-

Descompón en factores estos polinomios y di cuáles son sus raíces:

a) $x^3 - 2x^2 - x + 2$

b) $x^4 - 5x^2 + 4$

c) $2x^3 - 3x^2 - 9x + 10$

d) $x^5 - 7x^4 + 10x^3 - x^2 + 7x - 10$

e) $6x^4 - 5x^3 - 23x^2 + 20x - 4$

f) $x^5 - 16x$

g) $4x^2 - 25$

h) $4x^2 + 4x + 1$

7.-

Factoriza los siguientes polinomios y calcula sus raíces:

a) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

b) $x^3 - 5x^2 + 7x - 3$

c) $x^4 - 9x^2 + 4x + 12$

d) $x^4 - 8x^3 + 14x^2 + 8x - 15$

SOLUCIONES:

1.-

a)
$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & -3 & 0 & 2 \\ & 1 & -2 & -2 & -2 \\ \hline & & & & 0 \end{array} \rightarrow 1 \text{ es raíz, } 1 + \sqrt{3} \text{ y } 1 - \sqrt{3} \text{ son también raíces.}$$

b)
$$\begin{array}{r|rrr} 1 & 1 & -2 & 1 \\ & 1 & 1 & -1 \\ \hline & & 1 & 0 \end{array} \rightarrow 1 \text{ es raíz doble.}$$

c) No tiene raíces racionales, al probar con los divisores del término independiente el resto nunca da cero.

d)
$$\begin{array}{r|rrr} -2 & 1 & -5 & -14 \\ & & -2 & 14 \\ \hline & 1 & -7 & 0 \end{array} \rightarrow -2 \text{ es raíz}$$

$$\begin{array}{r|rrr} 7 & 1 & -5 & -14 \\ & & 7 & 14 \\ \hline & 1 & 2 & 0 \end{array} \rightarrow 7 \text{ es raíz}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow -2 \text{ es raíz} \\ \rightarrow 7 \text{ es raíz} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Son las dos raíces del polinomio.}$$

2.-

a) Raíces: $x = 2, x = 3, x = 4$ e) Raíces: $x = -1, x = 2$

b) Raíces: $x = 0, x = -1, x = 3$ f) Raíces: $x = -1, x = 0$

c) Raíz: $x = 1$ g) Raíces: $x = 0, x = \frac{1}{2}$

d) Raíces: $x = -1, x = -3, x = 3$ h) Raíz doble: $x = 2$

3.-

a) $(x + 1)^2$ d) $(x + 2) \cdot (x - 2)$

b) $(x + 5)^2$ e) $(2x + 4) \cdot (2x - 4)$

c) $(2x^2 - 4)^2$ f) $(x - 3)^3$

4.-

a) $(x + 3) \cdot (x + 2)$

b) $(x - 3) \cdot (x + 4)$

c) $(x + 3) \cdot (x + 8)$

d) $(x - 3) \cdot (x - 1) \cdot (x + 4)$

e) $(x - 5) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$

f) $(x + 2) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)$

5.-

a) $2x^3 - 8x^2 + 2x + 12 = 2(x + 1)(x - 2)(x - 3)$

b) $3x^3 - 8x^2 - 20x + 16 = (x + 2)(x - 4)(3x - 2)$

c) $2x^4 + 15x^3 + 31x^2 + 12x = x(x + 3)(x + 4)(2x + 1)$

6.-

a) $(x+1)(x-1)(x-2) \rightarrow$ Raíces: $-1, 1, 2$

b) $(x-1)(x+1)(x-2)(x+2) \rightarrow$ Raíces: $1, -1, 2, -2$

c) $(x-1)(x+2)(4x-10) \rightarrow$ Raíces: $1, -2, \frac{10}{4}$

d) $(x-1)(x-2)(x-5)(x^2+x+1) \rightarrow$ Raíces: $1, 2, 5$

e) $(x+2)(x-2)(2x-1)(3x-1) \rightarrow$ Raíces: $-2, 2, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}$

f) $x(x-2)(x+2)(x^2+4) \rightarrow$ Raíces: $0, 2, -2$

g) $(2x+5)(2x-5) \rightarrow$ Raíces: $\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}$

h) $(2x+1)^2 \rightarrow$ Raíz: $-\frac{1}{2}$

7.-

a) $(x-1)(x+2)(x-3)$

$x_1 = 1, x_2 = -2, x_3 = 3$

b) $(x-1)^2(x-3)$

$x_1 = x_2 = 1, x_3 = 3$

c) $(x+1)(x-2)^2(x+3)$

$x_1 = -1, x_2 = x_3 = 2, x_4 = -3$

d) $(x+1)(x-1)(x-3)(x-5)$

$x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3, x_4 = 5$

8) Factorizar:

a) $P(x) = x^4 - x^2$ Sol: $P(x) = x^2(x-1)(x+1)$

b) $P(x) = x^5 + 2x^4 + x^3$ Sol: $P(x) = x^3(x+1)^2$

c) $P(x) = x^4 - 16$ Sol: $P(x) = (x-2)(x+2)(x^2-4)$

d) $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4x$ Sol: $P(x) = x(x^2 - 3x + 4)$

e) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$ Sol: $P(x) = (x+1)^3$

f) $P(x) = x^2 - x - 5$ Sol: $P(x) = x^2 - x - 5$