

1. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $A(2, -4)$, $B(-1, 2)$ y el ángulo que forma con la recta $y = -2x + 1$.
2. **[2 puntos]** Las rectas $r \equiv 3x + 4y - 1 = 0$ y $s \equiv x + ky - 2 = 0$ forman un ángulo de 60° . Halla k .
3. **[2 puntos]** Hallar la distancia entre las rectas $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3}$ y $s \equiv 6x - 4y + 1 = 0$.
4. **[2 puntos]** Halla la ecuación general de la recta r perpendicular a la recta que pasa por $A(8, 0)$ y $B(0, 5)$ y que tiene un punto en común con las rectas $4x - 3y + 1 = 0$ y $2x + y - 7 = 0$.
5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de una recta que forme con el eje X un ángulo de 45° y cuya distancia al origen de coordenadas sea de tres unidades.

Soluciones

1. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta r que pasa por los puntos $A(2, -4)$, $B(-1, 2)$ y el ángulo que forma con la recta $y = -2x + 1$.

El vector director de la recta es $\overrightarrow{AB} = (-3, 6)$. Por tanto, la ecuación continua de la recta es $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+4}{6}$.

Eliminando denominadores y pasando todo al primer miembro obtenemos la ecuación general de la recta:

$$6(x-2) = -3(y+4) \Rightarrow 6x-12 = -3y-12 \Rightarrow 6x+3y = 0 \Rightarrow 2x+y = 0.$$

La ecuación explícita de la recta anterior es $y = -2x$, con lo que su pendiente es $m = -2$. La pendiente de la recta $y = -2x + 1$ también es $m = -2$. Esto quiere decir que ambas rectas son paralelas y que el ángulo que forman es de 0° .

Si lo hacemos por vectores directores, hemos de observar que la recta $y = -2x + 1$, que es la misma que $2x + y + 1 = 0$, tiene vector director $\vec{v} = (-1, 2)$, el cual es proporcional al vector $\overrightarrow{AB} = (-3, 6)$. De aquí también se deduce que ambas rectas son paralelas y que su ángulo es de 0° .

2. **[2 puntos]** Las rectas $r \equiv 3x + 4y - 1 = 0$ y $s \equiv x + ky - 2 = 0$ forman un ángulo de 60° . Halla k .

Un vector director de r es $\vec{u} = (-4, 3)$ y un vector director de s es $\vec{v} = (-k, 1)$.

$$\text{Entonces } \cos 60^\circ = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{v}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|4k+3|}{\sqrt{9+16} \cdot \sqrt{k^2+1}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{|4k+3|}{5 \cdot \sqrt{k^2+1}} \Rightarrow \frac{5}{2} = \frac{|4k+3|}{\sqrt{k^2+1}} \Rightarrow 5\sqrt{k^2+1} = 2|4k+3|.$$

Elevando ambos miembros al cuadrado:

$$25(k^2+1) = 4(16k^2+24k+9) \Rightarrow 25k^2+25 = 64k^2+104k+36 \Rightarrow 39k^2+104k+11 = 0.$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado se obtienen dos soluciones: $x_1 \cong -0,11$ y $x_2 \cong -2,56$.

3. **[2 puntos]** Hallar la distancia entre las rectas $r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3}$ y $s \equiv 6x - 4y + 1 = 0$.

Pasando la recta r a su forma general: $3x = 2y - 2 \Rightarrow r \equiv 3x - 2y + 2 = 0$. Comparando los coeficientes de r y

s se tiene que $\frac{6}{3} = \frac{-4}{-2} \neq \frac{1}{2}$, con lo que r y s son paralelas. Un punto P de r es, por ejemplo, $P(0, 1)$. Por

$$\text{tanto, } d(r, s) = d(P, s) = \frac{|6 \cdot 0 + (-4) \cdot 1 + 1|}{\sqrt{6^2 + (-4)^2}} = \frac{3}{\sqrt{52}} = \frac{3\sqrt{52}}{52} \cong 0,416.$$

4. **[2 puntos]** Halla la ecuación general de la recta r perpendicular a la recta que pasa por $A(8,0)$ y $B(0,5)$ y que tiene un punto en común con las rectas $4x-3y+1=0$ y $2x+y-7=0$.

La recta que pasa por $A(8,0)$ y $B(0,5)$ tiene por vector director $\overrightarrow{AB} = (-8,5)$. Un vector perpendicular a $\overrightarrow{AB}$ es $\vec{u} = (5,8)$. El punto de corte de las rectas $4x-3y+1=0$ y $2x+y-7=0$ viene dado por la solución del

sistema formado por las mismas: $\begin{cases} 4x-3y+1=0 \\ 2x+y-7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x-3y+1=0 \\ -4x-2y+14=0 \end{cases}$. Sumando ambas ecuaciones

$-5y+15=0 \Rightarrow y=3$. Sustituyendo, $2x+3-7=0 \Rightarrow 2x-4=0 \Rightarrow x=2$. Por tanto, el punto de corte mencionado es $P(2,3)$. Así, la recta que se busca tiene por vector director $\vec{u} = (5,8)$ y pasa por $P(2,3)$:

$$\frac{x-2}{5} = \frac{y-3}{8} \Rightarrow 8x-16=5y-15 \Rightarrow 8x-5y-1=0.$$

5. **[2 puntos]** Hallar la ecuación de una recta que forme con el eje X un ángulo de 45° y cuya distancia al origen de coordenadas sea de tres unidades.

Supongamos que la recta es $y = mx + n$. Como forma un ángulo de 45° con el eje X , entonces $m = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$.

Es decir, la recta es de la forma $y = x + n$, que en forma general es $x - y + n = 0$. Como la distancia al origen de coordenadas $(0,0)$ es de tres unidades tenemos:

$$\frac{|1 \cdot 0 + (-1) \cdot 0 + n|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = 3 \Rightarrow \frac{|n|}{\sqrt{2}} = 3 \Rightarrow |n| = 3\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} n = 3\sqrt{2} \\ n = -3\sqrt{2} \end{cases}$$

Así pues, tenemos dos posibles soluciones: $r \equiv x - y + 3\sqrt{2} = 0$ y $r \equiv x - y - 3\sqrt{2} = 0$.