1. **[3 puntos; 1 punto por apartado]** Contesta a las siguientes cuestiones.
   a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3,2)$ y $B(1,5)$.
   b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2,4)$ y es paralela a la recta $r \equiv -x+3y+5=0$.
   c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1,2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X.

2. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta s, perpendicular a $r \equiv 2x-y+1=0$, que pase por el punto $A(-2,2)$. Hallar la distancia del también la distancia del punto A a la recta r.

3. **[1 punto]** Dada la siguiente función definida por trozos,

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{2x}{x+3} & \text{si} \quad x \le -3 \\ x^2+2x & \text{si} \quad -3 < x \le 2 \\ \dfrac{5x-2}{-x+3} & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

   Estudiar la continuidad de la función en los puntos $x=-3$ y $x=2$. Si no es continua en alguno de los puntos anteriores explicar el tipo de discontinuidad.

4. **[1 punto]** Calcular el siguiente límite: $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(x\sqrt{x+2}-\sqrt{x^3+1}\right)$

5. Dada la función $f(x)=\dfrac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}$, se pide:
   a) **[1 punto]** Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
   b) **[0,5 puntos]** Puntos de corte con los ejes.
   c) **[0,5 puntos]** Representación gráfica aproximada. Representa también las asíntotas con trazo discontinuo.

6. **[1 punto]** Calcula y simplifica la derivada de la siguiente función: $y=\sqrt{x}\cdot\left(x^2+x\right)$

Soluciones

1. **[3 puntos; 1 punto por apartado]** Contesta a las siguientes cuestiones.

   a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3,2)$ y $B(1,5)$.

   $$\frac{x+3}{1-(-3)}=\frac{y-2}{5-2}\Rightarrow\frac{x+3}{4}=\frac{y-2}{3}\Rightarrow 3x+9=4y-8\Rightarrow 4y=3x+17\Rightarrow y=\frac{3}{4}x+\frac{17}{4}$$

   b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2,4)$ y es paralela a la recta $r\equiv -x+3y+5=0$.

   Un vector director de r es $\vec{u}=(-3,-1)$. Entonces: $r\equiv\begin{cases}x=2-3\lambda\\ y=4-\lambda\end{cases}$

   c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1,2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X.

   La pendiente de la recta es $m=\operatorname{tg}45^{\circ}=1$. Por tanto, la ecuación punto-pendiente es $y-2=1(x+1)$. Despejando obtenemos la ecuación afín: $y-2=x+1\Rightarrow y=x+3$.

2. **[2 puntos]** Hallar la ecuación general de la recta s, perpendicular a $r\equiv 2x-y+1=0$, que pase por el punto $A(-2,2)$. Hallar la distancia del también la distancia del punto A a la recta r.

   Un vector perpendicular a la recta r es $\vec{u}=(2,-1)$. Por tanto, la recta perpendicular a r que pasa por $A(-2,2)$ será: $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{x-2}{-1}$. Pasando a general: $-x-2=2y-4\Rightarrow s\equiv x+2y-2=0$.

   La distancia del punto A a la recta r será: $d(A,r)=\dfrac{|2\cdot(-2)-2+1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\cong 2,236\text{ uds}$.

3. **[1 punto]** Dada la siguiente función definida por trozos, $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{x+3} & \text{si } x\le -3\\ x^2+2x & \text{si } -3<x\le 2\\ \dfrac{5x-2}{-x+3} & \text{si } x>2\end{cases}$, estudiar la continuidad de la función en los puntos $x=-3$ y $x=2$. Si no es continua en alguno de los puntos anteriores explicar el tipo de discontinuidad.

   $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-3^-}f(x)=\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{2x}{x+3}=\left[\dfrac{-6}{0}\right]=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-3^+}f(x)=\lim\limits_{x\to-3^+}\left(x^2+2x\right)=3\end{cases}\Rightarrow\lim\limits_{x\to-3^-}f(x)\neq\lim\limits_{x\to-3^+}f(x)$. Al ser los límites laterales distintos se tiene que no existe $\lim\limits_{x\to-3}f(x)$, con lo que f no es continua en $x=-3$: discontinuidad de salto infinito.

   $\begin{cases}\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\left(x^2+2x\right)=8\\ \lim\limits_{x\to2^+}f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{5x-2}{-x+3}=\dfrac{8}{1}=8\end{cases}\Rightarrow\lim\limits_{x\to2^-}f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}f(x)\Rightarrow\lim\limits_{x\to2}f(x)=8=f(2)\Rightarrow f$ continua en $x=2$.

4. **[1 punto]** Calcular el siguiente límite:

$$\lim_{x\to+\infty}\left(x\sqrt{x+2}-\sqrt{x^3+1}\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left(x\sqrt{x+2}-\sqrt{x^3+1}\right)\left(x\sqrt{x+2}+\sqrt{x^3+1}\right)}{x\sqrt{x+2}+\sqrt{x^3+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(x+2)-\left(x^3+1\right)}{x\sqrt{x+2}+\sqrt{x^3+1}}=$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^3+2x^2-x^3-1}{x\sqrt{x+2}+\sqrt{x^3+1}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2-1}{x\sqrt{x+2}+\sqrt{x^3+1}}=+\infty$$

5. Dada la función $f\left(x\right)=\dfrac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}$, se pide:

a) **[1 puntos]** Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.

Es fácil comprobar que las soluciones de la ecuación $2x^2-x-3=0$ son $x=\dfrac{3}{2}$ y $x=-1$. Por tanto, $\text{Dom } f=\mathbb{R}-\left\{\dfrac{3}{2},-1\right\}$. Así tenemos dos posibles asíntotas verticales. Estudiemos los límites:

$$\lim_{x\to\frac{3}{2}}\frac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}=\left[\frac{-9}{0}\right]=\begin{cases}+\infty & \text{si} \quad x\to\dfrac{3}{2}^{-}\\ -\infty & \text{si} \quad x\to\dfrac{3}{2}^{+}\end{cases}\ ;\ \lim_{x\to-1}\frac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}=\left[\frac{-4}{0}\right]=\begin{cases}-\infty & \text{si} \quad x\to-1^{-}\\ +\infty & \text{si} \quad x\to-1^{+}\end{cases}.$$

De lo anterior se deduce que $x=\dfrac{3}{2}$ y $x=-1$ son asíntotas verticales.

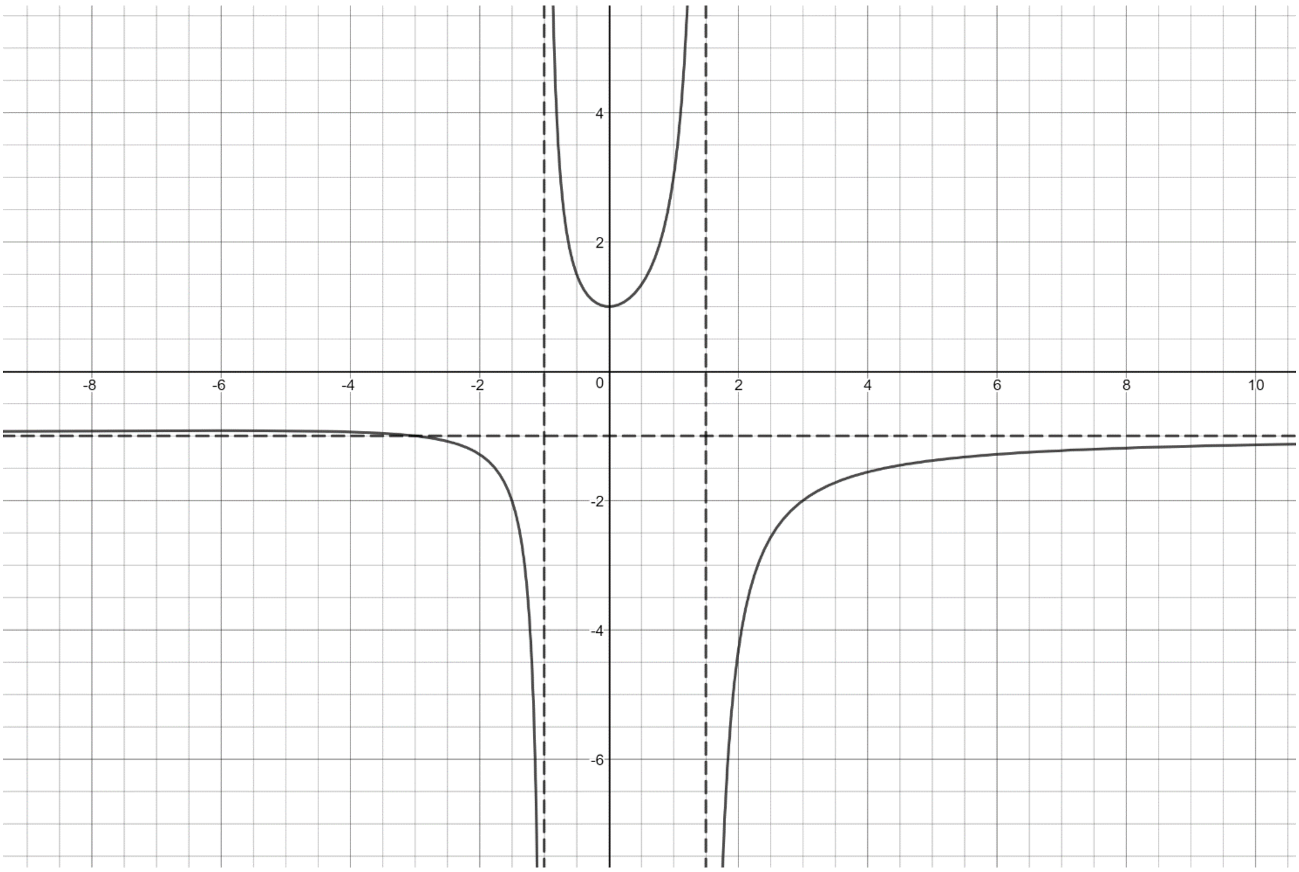
Estudiemos los límites en $+\infty$ y en $-\infty$: $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\frac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}=\lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^2-x-3}{2x^2-x-3}=-1$. Entonces $y=-1$ es una asíntota horizontal. La función, al tener una asíntota horizontal, no puede tener asíntotas oblicuas.

b) **[0,5 puntos]** Puntos de corte con los ejes.

$-2x^2-x-3=0\Rightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{1-24}}{-4}=\dfrac{1\pm\sqrt{-23}}{-4}$, que no tiene solución. Es decir, la función no corta al eje X

$x=0\Rightarrow y=\dfrac{-2\cdot0^2-0-3}{2\cdot0^2-0-3}=\dfrac{-3}{-3}=1$. Por tanto, el punto de corte con el eje Y es $\left(0,1\right)$.

c) **[0,5 puntos]** Representación gráfica aproximada. Representa también las asíntotas con trazo discontinuo.



6. **[1 punto]** Calcula y simplifica la derivada de la siguiente función:

$$y=\sqrt{x}\cdot\left(x^2+x\right)\ ;\ y'=\frac{1}{2\sqrt{x}}\left(x^2+x\right)+\sqrt{x}\cdot\left(2x+1\right)=\frac{x^2+x}{2\sqrt{x}}+\frac{4x^2+2x}{2\sqrt{x}}=\frac{5x^2+3x}{2\sqrt{x}}$$