

1. **[3 puntos; 1 punto por apartado]** Contesta a las siguientes cuestiones.
 - a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3, 2)$ y $B(1, 5)$.
 - b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2, 4)$ y es paralela a la recta $r \equiv -x + 3y + 5 = 0$.
 - c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1, 2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X .
2. **[1 punto]** Hallar la ecuación general de una recta r que, pasando por el punto $A(2, 3)$, forma con la recta $s \equiv 2x + y - 1 = 0$ un ángulo de 45° . **Nota:** hay dos soluciones.
3. **[1 punto]** Hallar la distancia del punto $P(-1, 1)$ a la recta que corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas.
4. **[2 puntos]** La distancia de un punto P a los puntos $A(3, 4)$ y $B(-5, 6)$ es la misma. Además, la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas. Hallar las coordenadas del punto P . **Nota:** hay dos soluciones. **Pista:** los puntos de la mediatriz del segmento AB (perpendicular que pasa por el punto medio) están a la misma distancia de A y de B .
5. **[1 punto]** Hallar el dominio de las siguientes funciones.
 - a) $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2 - 4}$
 - b) $g(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x}}$
6. **[2 puntos]** Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos. Basándote en la gráfica, estudia la continuidad de la misma.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ -x+2 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

1. [3 puntos; 1 punto por apartado] Contesta a las siguientes cuestiones.

a) Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos $A(-3, 2)$ y $B(1, 5)$.

$$\frac{x+3}{1-(-3)} = \frac{y-2}{5-2} \Rightarrow \frac{x+3}{4} = \frac{y-2}{3} \Rightarrow 3x+9 = 4y-8 \Rightarrow 4y = 3x+17 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x + \frac{17}{4}$$

b) Calcula las ecuaciones paramétricas de la recta que pasa por el punto $A(2, 4)$ y es paralela a la recta $r \equiv -x + 3y + 5 = 0$.

Un vector director de r es $\vec{u} = (-3, -1)$. Entonces: $r \equiv \begin{cases} x = 2 - 3\lambda \\ y = 4 - \lambda \end{cases}$

c) Halla la ecuación afín de la recta que pasa por el punto $A(-1, 2)$ y forma un ángulo de 45° con el eje X

La pendiente de la recta es $m = \operatorname{tg} 45^\circ = 1$. Por tanto, la ecuación punto-pendiente es $y - 2 = 1(x + 1)$.

Despejando obtenemos la ecuación afín: $y - 2 = x + 1 \Rightarrow y = x + 3$.

2. [1 punto] Hallar la ecuación general de una recta r que, pasando por el punto $A(2, 3)$, forma con la recta $s \equiv 2x + y - 1 = 0$ un ángulo de 45° . **Nota:** hay dos soluciones.

Llamemos m a la pendiente de la recta que nos piden. Como la pendiente de la recta s es -2 , tenemos que:

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \left| \frac{m - (-2)}{1 + m(-2)} \right| \Rightarrow 1 = \left| \frac{m + 2}{1 - 2m} \right|. \text{ Nos encontramos pues con dos posibilidades:}$$

$$1 = \frac{m + 2}{1 - 2m} \Rightarrow 1 - 2m = m + 2 \Rightarrow -3m = 1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}; \quad -1 = \frac{m + 2}{1 - 2m} \Rightarrow -1 + 2m = m + 2 \Rightarrow m = 3$$

En el primer caso la recta es $y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 2) \Rightarrow 3y - 9 = -x + 2 \Rightarrow x + 3y - 11 = 0$.

Y en el segundo caso se obtiene la recta $y - 3 = 3(x - 2) \Rightarrow y - 3 = 3x - 6 \Rightarrow 3x - y - 3 = 0$.

3. [1 punto] Hallar la distancia del punto $P(-1, 1)$ a la recta que corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas.

Como la recta corta a los ejes X e Y a distancias de 3 y 4 unidades, respectivamente, del origen de coordenadas, la recta pasa por los puntos $(3, 0)$ y $(0, 4)$. Así, un vector director de la recta es $\vec{u} = (-3, 4)$.

Hallemos la ecuación general de la recta: $\frac{x-3}{-3} = \frac{y}{4} \Rightarrow 4x - 12 = -3y \Rightarrow 4x + 3y - 12 = 0$. Por tanto, la

distancia del punto $P(-1, 1)$ a esta recta será: $\frac{|4 \cdot (-1) + 3 \cdot 1 - 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|-4 + 3 - 12|}{\sqrt{25}} = \frac{|-13|}{5} = \frac{13}{5}$ uds

4. **[1 punto]** La distancia de un punto P a los puntos $A(3,4)$ y $B(-5,6)$ es la misma. Además, la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas. Hallar las coordenadas del punto P .
Nota: hay dos soluciones. **Pista:** los puntos de la mediatriz del segmento AB (perpendicular que pasa por el punto medio) están a la misma distancia de A y de B

El punto medio de A y B es $M(-1,5)$. Además, $\overrightarrow{AB} = (-8,2)$. Por tanto, un vector perpendicular a $\overrightarrow{AB}$ es

$\vec{v} = (2,8)$. La mediatriz del segmento $\overline{AB}$ es $\frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{8} \Rightarrow 8x+8 = 2y-10 \Rightarrow 2y = 8x+18 \Rightarrow y = 4x+9$.

El eje de abscisas es la recta $r \equiv y = 0$. Por tanto: $d(P, r) = \frac{|0x+1y+0|}{\sqrt{0^2+1^2}} = |y|$.

El eje de ordenadas es la recta $s \equiv x = 0$. Por tanto: $d(P, s) = \frac{|1x+0y+0|}{\sqrt{0^2+1^2}} = |x|$.

Como la distancia del punto P al eje de abscisas es doble que la distancia al eje de ordenadas tenemos que

$|x| = 2|y| \Rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ x = -2y \end{cases}$. Sustituyendo en $y = 4x+9$ tenemos dos posibilidades:

Si $y = 2x \Rightarrow 2x = 4x+9 \Rightarrow -2x = 9 \Rightarrow x = -\frac{9}{2} \Rightarrow y = -9$ y el punto P será $P\left(-\frac{9}{2}, -9\right)$.

Si $y = -2x \Rightarrow -2x = 4x+9 \Rightarrow -6x = 9 \Rightarrow x = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2} \Rightarrow y = 3$ y el punto P será $P\left(-\frac{3}{2}, 3\right)$.

5. **[1 punto]** Hallar el dominio de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2-4}$

El dominio de $y = \frac{1}{x}$ es $\mathbb{R} - \{0\}$ y el dominio de $y = \frac{x}{x^2-4}$ es $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$. Por tanto, el dominio de la función f es $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2, 0, 2\}$

b) $g(x) = \sqrt{\frac{x-3}{x}}$

El dominio serán todos los números reales que verifique la inecuación $\frac{x-3}{x} \geq 0$.

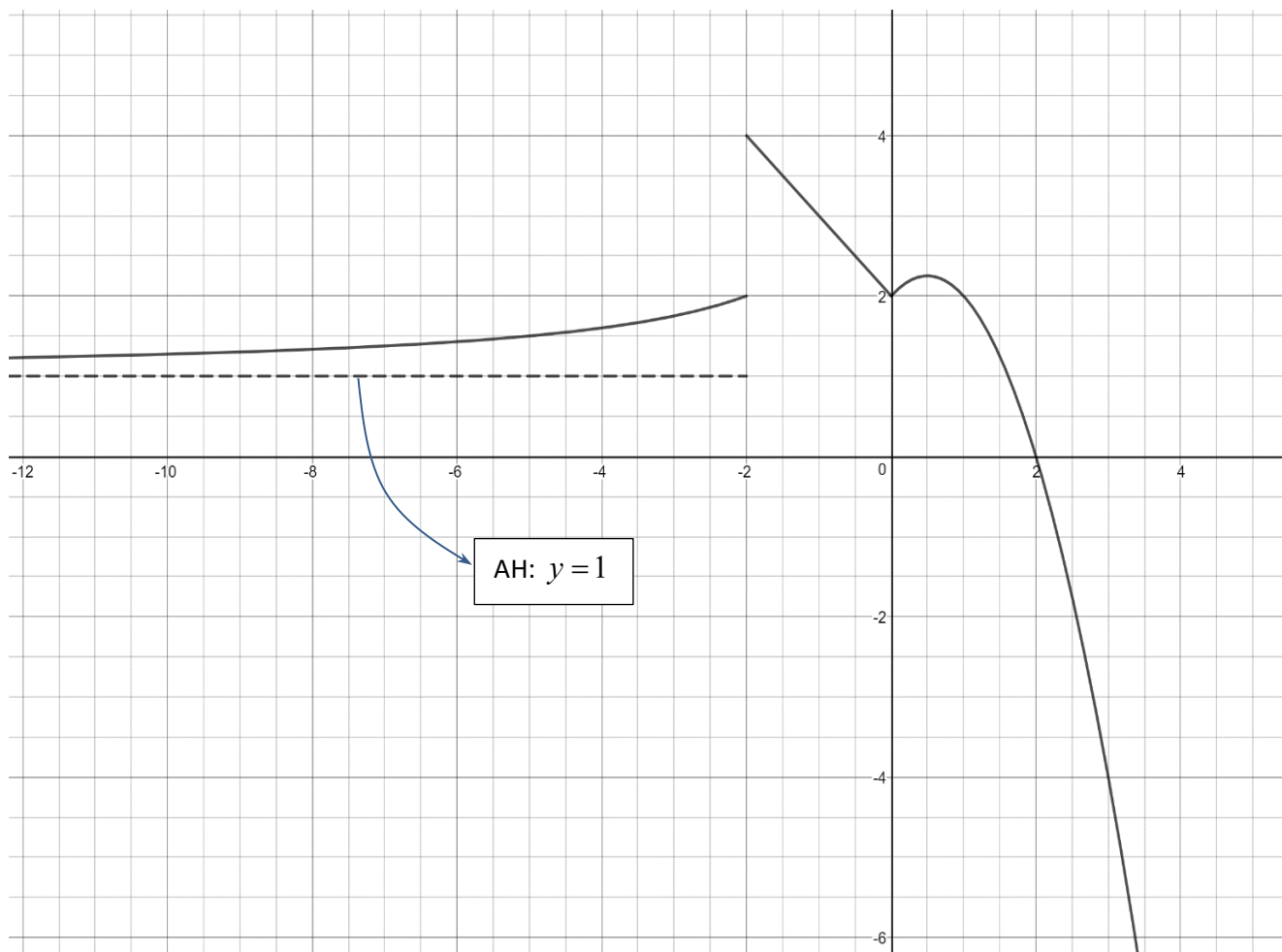
Como la raíz del polinomio x es 0 y la del polinomio $x-3$ es 3, podemos elaborar la siguiente tabla, con los correspondientes signos del cociente $\frac{x}{x+3}$ en cada uno de los intervalos:

$(-\infty, 0)$	$(0, 3)$	$(3, +\infty)$
+	-	+

El dominio de la función coincide con la solución de la inecuación: $\text{Dom } f = (-\infty, 0) \cup [3, +\infty)$.

6. **[2 puntos]** Representa gráficamente la siguiente función definida por trozos. Basándote en la gráfica, estudia la continuidad de la misma.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-4}{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ -x+2 & \text{si } -2 < x \leq 0 \\ -\frac{1}{2}x^2 + x + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases}$$



La función es continua en todo $\mathbb{R}$ excepto en el punto $x = -2$, en el que hay una discontinuidad de salto.