

1.- Resolver el triángulo siguiente, calculando lado y ángulos que faltan, y también su área, conocidos: $b = 8 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$ y $A = 75^\circ$. (2,25 + 0,75 puntos)

2.- Halla el valor de las siguientes razones trigonométricas, reduciéndolas a ángulos del 1^{er} cuadrante y entonces, utilizar la calculadora. (1 punto)

a) $\cos \frac{11\pi}{6}$

b) $\sec 2295^\circ$

3.- a) Resolver la ecuación: $\cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$ (1,5 puntos)

b) Resolver el sistema en $[0^\circ, 360^\circ]$:
$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = 1 \\ \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

(1,5 puntos)

4.- a) Demostrar la identidad trigonométrica:

$$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha$$

(1,5 puntos)

b) Simplificar la expresión trigonométrica:

$$\sin 2\alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha)$$

(1,5 puntos)

1.- Resolver el triángulo siguiente, calculando lado y ángulos que faltan, y también su área, conocidos: $b = 8 \text{ cm}$, $c = 12 \text{ cm}$ y $A = 75^\circ$. (2,25 + 0,75 puntos)

$$\text{1}^\circ \text{ Coseno : } a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot \cos 75^\circ$$

$$a^2 = 158,31$$

$$\underline{a = \pm \sqrt{158,31} = +12,58 \text{ cm}}$$

$$\text{2}^\circ \text{ Sen : } \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{12,58}{\sin 75^\circ} = \frac{8}{\sin B} \Rightarrow$$

$$\sin B = \frac{8 \cdot \sin 75^\circ}{12,58} = 0,61 \Rightarrow \underline{B = \arcsin 0,61} = \begin{cases} 37,59^\circ \\ 142,41^\circ \end{cases}$$

No vale pues
 $B = 75^\circ$

$$\underline{C} = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 75^\circ - 37,59^\circ = \underline{67,41^\circ}$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a > c > b \Rightarrow A > C > B \\ 12,58 > 12 > 8 \qquad 75^\circ > 67,41^\circ > 37,59^\circ \end{array}}$$

$\therefore$ Se cumple !!

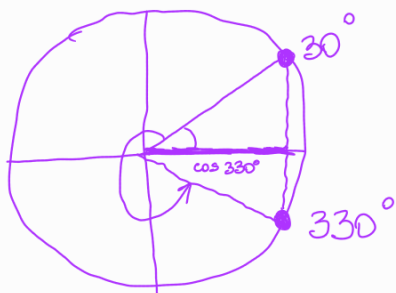
$$\boxed{\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin 75^\circ = \\ &= \underline{46,36 \text{ cm}^2} \end{aligned}}$$

2.- Halla el valor de las siguientes razones trigonométricas, reduciéndolas a ángulos del 1^{er} cuadrante y entonces, utilizar la calculadora. (1 punto)

a) $\cos \frac{11\pi}{6}$

b) $\sec 2295^\circ$

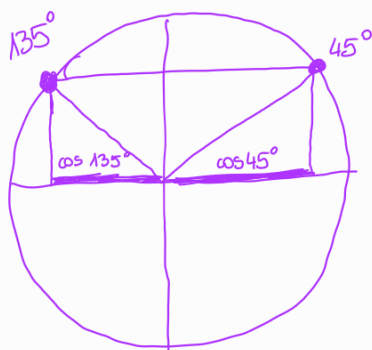
a) $\cos \frac{11\pi}{6} = \cos 11 \cdot 30^\circ = \cos 330^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$



b) $\sec 2295^\circ = \sec 135^\circ = \frac{1}{\cos 135^\circ} = \frac{1}{-\cos 45^\circ}$

$2295^\circ = 6 \cdot 360^\circ + 135^\circ$

$= -\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -1,41$



3.- a) Resolver la ecuación: $\cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$

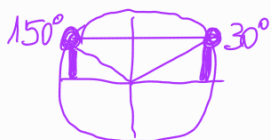
$\cos^2 x - 3 \sin^2 x = 0$

$1 - \sin^2 x - 3 \sin^2 x = 0$

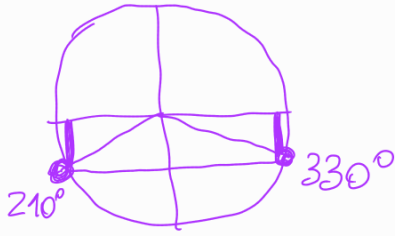
$1 - 4 \sin^2 x = 0$

$1 = 4 \sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \sqrt{\frac{1}{4}}$

$\Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \arcsin \frac{1}{2} = \begin{cases} 30^\circ + 360K \\ 150^\circ + 360K \end{cases} \quad K \in \mathbb{Z}$



$$\Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = \arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) = \begin{cases} 330^\circ + 360^\circ \cdot k \\ 210^\circ + 360^\circ \cdot k \end{cases} \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$



b) Resolver el sistema en $[0^\circ, 360^\circ]$:

$$\begin{cases} \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y = 1 \\ \sin x \cdot \cos y - \cos x \cdot \sin y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin(x+y) = 1 \Rightarrow (x+y) = \arcsin 1 = 90^\circ \\ \sin(x-y) = \frac{1}{2} \Rightarrow (x-y) = \arcsin \frac{1}{2} = \begin{cases} 30^\circ \\ 150^\circ \end{cases} \end{cases}$$

Hay 2 sistemas:

$$\textcircled{1} \begin{cases} x+y = 90 \\ x-y = 30 \end{cases} \xrightarrow{\quad \quad \quad} 60+y = 90 \Rightarrow \underline{y = 30^\circ}$$

$$\xrightarrow{\quad \quad \quad} \boxed{S(60^\circ, 30^\circ)}$$

$$\textcircled{+} 2x = 120 \Rightarrow \underline{x = 60^\circ}$$

$$\textcircled{2} \begin{cases} x+y = 90^\circ \\ x-y = 150^\circ \end{cases} \xrightarrow{\quad \quad \quad} 120^\circ + y = 90^\circ \Rightarrow y = \cancel{-30^\circ}$$

$y \in [0, 360^\circ]$

$$\textcircled{+} 2x = 240 \Rightarrow x = \frac{240}{2} = 120^\circ$$

∴ Luego este sistema no vale ∴

4.- a) Demostrar la identidad trigonométrica:

$$\frac{1 - \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha$$

$$\boxed{\frac{1 - \cos 2\alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} = \frac{1 - (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)}{2 \sin \alpha} - \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 + \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1 - \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{1 - \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \\
&= \frac{\sin^2 \alpha + \sin^2 \alpha}{2 \sin \alpha} - \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \\
&= \frac{\cancel{2} \sin^2 \alpha}{\cancel{2} \sin \alpha} - \frac{\cancel{2} \sin \alpha \cos \alpha}{\cancel{2} \cos^2 \alpha} = \\
&= \sin \alpha - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \boxed{\sin \alpha - \operatorname{tg} \alpha}
\end{aligned}$$

b) Simplificar la expresión trigonométrica:

$$\sin 2\alpha \cdot (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{cotg} \alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) =$$

$$= 2 \sin \alpha \cos \alpha \cdot \left(\frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \right) =$$

$$= 2 \cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos \alpha} \cdot \frac{1}{\cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos \alpha}} = \boxed{2}$$