

Examen de Matemáticas de 4º ESO

1. El cateto contiguo a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 4 cm. Además, el coseno de ese ángulo α es igual a 0,95.
 - a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.
 - b) **[1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
 - c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?
2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
 - a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el segundo cuadrante y que $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{4}$.
Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.
 - b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el tercer cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.
3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.
 - a) $\cos 150^\circ$; b) $\sin 210^\circ$; c) $\operatorname{tg} 300^\circ$; d) $\sin(-45^\circ)$Hay que dar valores exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
4. **[1,5 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 29° (redondea los resultados a tres cifras decimales). Usa los resultados obtenidos para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 29° .

Problema

5. La altura de un árbol es de 12 metros. En un punto del terreno, veo la copa del árbol con un ángulo de 32° . ¿Qué distancia tendré que acercarme al árbol para ver ahora su copa con un ángulo de 65° ?

Soluciones

1. El cateto contiguo a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 4 cm. Además, el coseno de ese ángulo α es igual a 0,95.

a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.

b) **[1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α .
¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

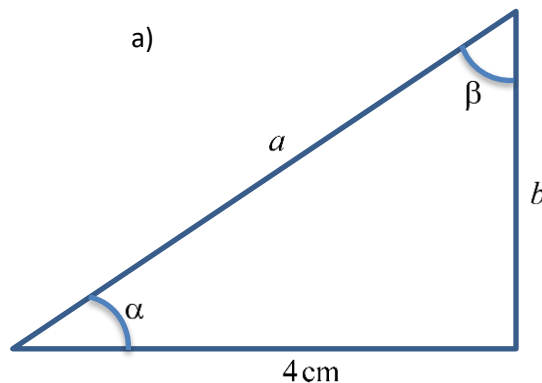
$$b) \cos \alpha = \frac{4}{a} \Rightarrow 0,95 = \frac{4}{a} \Rightarrow a = \frac{4}{0,95} \Rightarrow a = 4,21 \text{ cm}$$

$$4,21^2 = 4^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 4,21^2 - 4^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{4,21^2 - 4^2} \Rightarrow b = 1,31 \text{ cm}$$

$$c) \cos \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = \arccos 0,95 \Rightarrow \alpha \cong 18,19^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - 18,19^\circ \Rightarrow \beta = 71,81^\circ.$$



2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el segundo cuadrante y que $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{4}$

Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{5}{16}} = \sqrt{\frac{11}{16}} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{11}}{4}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sqrt{11}/4}{-\sqrt{5}/4} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -\frac{4\sqrt{11}}{4\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{5}} = -\frac{\sqrt{55}}{5}.$$

b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el tercer cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2}$. Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{1}{4} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{\frac{4}{5}} = -\frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right) = -\frac{2\sqrt{5}}{10} = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.

$$a) \cos 150^\circ = \cos(180^\circ - 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$b) \sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}.$$

$$c) \operatorname{tg} 300^\circ = \operatorname{tg}(360^\circ - 60^\circ) = -\operatorname{tg} 60^\circ = -\sqrt{3}.$$

$$d) \sin(-45^\circ) = \sin(360^\circ - 45^\circ) = -\sin 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

4. **[1,5 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 29° (redondea los resultados a tres cifras decimales). Usa los resultados obtenidos para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 29° .

Usando la calculadora, las razones trigonométricas de 29° son (redondeando a 3 decimales):

$\text{sen } 29^\circ = 0,485$, $\text{cos } 29^\circ = 0,875$ y $\text{tg } 29^\circ = 0,554$.

- El ángulo complementario de 29° es 61° (ambos suman 90°). Entonces:

$$\text{sen } 61^\circ = \text{cos } 29^\circ = 0,875, \text{ cos } 61^\circ = \text{sen } 29^\circ = 0,485, \text{ tg } 61^\circ = \frac{1}{\text{tg } 29^\circ} = \frac{1}{0,554} = 1,805.$$

- El ángulo suplementario de 29° es 151° (ambos suman 180°). Entonces:

$$\text{sen } 151^\circ = \text{sen } 29^\circ = 0,485, \text{ cos } 151^\circ = -\text{cos } 29^\circ = -0,875, \text{ tg } 151^\circ = -\text{tg } 29^\circ = -0,554.$$

- El ángulo opuesto de 29° es -29° (ambos suman 0°). Este último se puede identificar, si se quiere, con 331° . Entonces:

$$\text{sen}(-29^\circ) = \text{sen } 331^\circ = -\text{sen } 29^\circ = -0,485, \text{ cos}(-29^\circ) = \text{cos } 331^\circ = \text{cos } 29^\circ = 0,875,$$

$$\text{tg}(-29^\circ) = \text{tg } 331^\circ = -\text{tg } 29^\circ = -0,554.$$

Problema

5. **[2 puntos]** La altura de un árbol es de 12 metros. En un punto del terreno, veo la copa del árbol con un ángulo de 32° . ¿Qué distancia tendré que acercarme al árbol para ver ahora su copa con un ángulo de 65° ? Utiliza un dibujo para hacer el problema.

Observando la figura de la derecha, de los dos triángulos rectángulos que se forman, podemos deducir lo siguiente:

$$\begin{cases} \text{tg } 32^\circ = \frac{12}{x+y} \\ \text{tg } 65^\circ = \frac{12}{y} \end{cases} \text{ . De la segunda ecuación } y = \frac{12}{\text{tg } 65^\circ} \Rightarrow y = 5,6 \text{ m.}$$

Sustituyendo en la primera:

$$\text{tg } 32^\circ = \frac{12}{x+5,6} \Rightarrow \text{tg } 32^\circ (x+5,6) = 12 \Rightarrow x \text{ tg } 32^\circ + 5,6 \cdot \text{tg } 32^\circ = 12 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x \text{ tg } 32^\circ + 3,5 = 12 \Rightarrow x = \frac{12-3,5}{\text{tg } 32^\circ} \Rightarrow x = 13,6 \text{ m.}$$

Por tanto, tendré que acercarme al árbol una distancia de 13,6 m para ver su copa con un ángulo de 65° .

