

Examen de Matemáticas de 4º ESO

- El cateto opuesto a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 6 cm. Además, el seno de ese ángulo α es igual a 0,45.
 - [0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.
 - [1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
 - [1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?
- Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar resultados **exactos, simplificados y racionalizados** (no se aceptarán aproximaciones decimales).
 - [1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el tercer cuadrante y que $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$.
Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.
 - [1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$.
Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.
- [2 puntos]** ***Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°*** (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.
 - $\cos 225^\circ$; b) $\sin 120^\circ$; c) $\operatorname{tg} 240^\circ$; d) $\cos(-60^\circ)$Hay que dar valores exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).
- [1,5 puntos]** Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 64° (redondea los resultados a tres cifras decimales). **Usa los resultados obtenidos** para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 64° .

Problema

- Situado a 50 metros de la base de una torre, veo su parte más alta con un ángulo de 35° . Si camino 20 metros en dirección a la misma, veo ahora su parte más alta con un ángulo de 58° . ¿Cuál es la altura de la torre?

Soluciones

1. El cateto opuesto a un ángulo α en un triángulo rectángulo mide 6 cm. Además, el seno de ese ángulo α es igual a 0,45.

a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.

b) **[1 punto]** Sin hallar previamente el ángulo α , calcular la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

c) **[1 punto]** Usar la calculadora para hallar el ángulo α .
¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

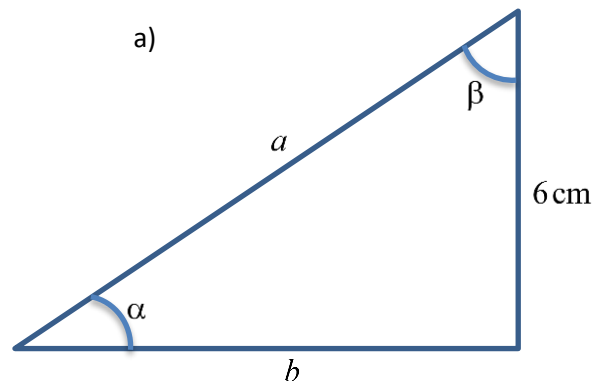
$$b) \quad \sin \alpha = \frac{6}{a} \Rightarrow 0,45 = \frac{6}{a} \Rightarrow a = \frac{6}{0,45} \Rightarrow a = 13,33 \text{ cm}$$

$$13,33^2 = 6^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 13,33^2 - 6^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{13,33^2 - 6^2} \Rightarrow b = 11,9 \text{ cm}$$

$$c) \quad \sin \alpha = 0,45 \Rightarrow \alpha = \arcsen 0,45 \Rightarrow \alpha \cong 26,74^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - 26,74^\circ \Rightarrow \beta = 63,26^\circ.$$



2. Contesta razonadamente a los dos apartados siguientes. En ambos apartados hay que dar **resultados exactos, simplificados y racionalizados** (no se aceptarán aproximaciones decimales).

a) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el tercer cuadrante y que $\cos \alpha = -\frac{1}{3}$

Hallar $\sin \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$.

$$\sin \alpha = -\sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\sqrt{\frac{8}{9}} = -\frac{\sqrt{8}}{3} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{-2\sqrt{2}/3}{-1/3} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{6\sqrt{2}}{3} = 2\sqrt{2}.$$

b) **[1 punto]** De un ángulo desconocido α , se sabe que se encuentra en el cuarto cuadrante y que $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Hallar $\sin \alpha$ y $\cos \alpha$.

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \left(-\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{5}{4} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \frac{9}{4} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{4}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{2}{3}.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2} \cdot \frac{2}{3} = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

3. **[2 puntos]** *Haciendo uso de las razones trigonométricas de 30° , 45° y 60°* (las cuales puedes llevar en una tabla o visualizarlas en tu calculadora) reduce los siguientes ángulos al primer cuadrante y halla, de manera razonada, las siguientes razones trigonométricas.

$$a) \quad \cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$b) \quad \sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$c) \operatorname{tg} 240^{\circ} = \operatorname{tg}(180^{\circ} + 60^{\circ}) = \operatorname{tg} 60^{\circ} = \sqrt{3}.$$

$$d) \cos(-60^{\circ}) = \cos(360^{\circ} - 60^{\circ}) = \cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}.$$

4. [1,5 puntos] Halla, usando la calculadora, las razones trigonométricas de 64° (redondea los resultados a tres cifras decimales). **Usa los resultados obtenidos** para calcular las razones trigonométricas del ángulo complementario, suplementario y opuesto a 64° .

Usando la calculadora, las razones trigonométricas de 64° son (redondeando a 3 decimales):

$\operatorname{sen} 64^{\circ} = 0,899$, $\cos 64^{\circ} = 0,438$ y $\operatorname{tg} 64^{\circ} = 2,050$.

- El ángulo complementario de 64° es 26° (ambos suman 90°). Entonces:

$$\operatorname{sen} 26^{\circ} = \cos 64^{\circ} = 0,438, \cos 26^{\circ} = \operatorname{sen} 64^{\circ} = 0,889, \operatorname{tg} 26^{\circ} = \frac{1}{\operatorname{tg} 64^{\circ}} = \frac{1}{2,050} = 0,488.$$

- El ángulo suplementario de 64° es 116° (ambos suman 180°). Entonces:

$$\operatorname{sen} 116^{\circ} = \operatorname{sen} 64^{\circ} = 0,899, \cos 116^{\circ} = -\cos 64^{\circ} = -0,438, \operatorname{tg} 116^{\circ} = -\operatorname{tg} 64^{\circ} = -2,050.$$

- El ángulo opuesto de 64° es -64° (ambos suman 0°). Este último se puede identificar, si se quiere, con 296° . Entonces:

$$\operatorname{sen}(-64^{\circ}) = \operatorname{sen} 296^{\circ} = -\operatorname{sen} 64^{\circ} = -0,899, \cos(-64^{\circ}) = \cos 296^{\circ} = \cos 64^{\circ} = 0,438,$$

$$\operatorname{tg}(-64^{\circ}) = \operatorname{tg} 296^{\circ} = -\operatorname{tg} 64^{\circ} = -2,050.$$

Problema

5. [2 puntos] A cierta distancia de la base de una torre, veo su parte más alta con un ángulo de 35° . Si camino 20 metros en dirección a la misma, veo ahora su parte más alta con un ángulo de 58° . ¿Cuál es la altura de la torre?

Observando la figura de la derecha, de los dos triángulos rectángulos que se forman, podemos deducir lo siguiente:

$$\begin{cases} \operatorname{tg} 35^{\circ} = \frac{h}{20+x} \\ \operatorname{tg} 58^{\circ} = \frac{h}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \operatorname{tg} 35^{\circ} \cdot (20+x) \\ h = \operatorname{tg} 58^{\circ} \cdot x \end{cases} \text{ . Por igualación:}$$

$$\operatorname{tg} 35^{\circ} \cdot (20+x) = \operatorname{tg} 58^{\circ} \cdot x \Rightarrow 0,7(20+x) = 1,6x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 14 + 0,7x = 1,6x \Rightarrow 14 = 1,6x - 0,7x \Rightarrow 14 = 0,9x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{0,9} \Rightarrow x = 15,56 \text{ m.}$$

$$\text{Entonces } h = \operatorname{tg} 58^{\circ} \cdot x \Rightarrow h = \operatorname{tg} 58^{\circ} \cdot 15,56 \Rightarrow h = 24,9.$$

Así pues, la altura de la torre es de 24,9 metros.

