

1. **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones (apartados a) y b)) y la siguiente inecuación de segundo grado (apartado c)). De la inecuación debes escribir la solución como intervalo o como unión de intervalos.

a) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = 1$; b) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{3+x}{x-1} = 2$; c) $x(x+1) + 4 \leq 2(2x^2 + 1)$

2. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales y el siguiente sistema de inecuaciones con una incógnita. Del sistema de inecuaciones debes de dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

a) $\begin{cases} \frac{xy+3}{y} = 3 \\ x-2y = 10 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \frac{x-4}{5} - \frac{x}{3} \geq -2 \\ \frac{x}{3} + 1 < x-1 \end{cases}$

3. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos es 40° y que el cateto opuesto a este lado mide 3,5 cm.

- a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior. ¿Cuál es el valor del otro ángulo agudo?
- b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.
4. **[1 punto]** De un ángulo desconocido α se sabe que $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ y que se encuentra en el tercer cuadrante. Hallar $\cos \alpha$ y $\operatorname{tg} \alpha$. Hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales)

Soluciones

1. **[4,5 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones (apartados a) y b)) y la siguiente inecuación de segundo grado (apartado c)). De la inecuación debes escribir la solución como intervalo o como unión de intervalos.

- a) $\sqrt{x+8} - \sqrt{x+3} = 1 \Rightarrow \sqrt{x+8} = 1 + \sqrt{x+3} \Rightarrow (\sqrt{x+8})^2 = (1 + \sqrt{x+3})^2 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x+8 = 1 + 2\sqrt{x+3} + x+3 \Rightarrow 4 = 2\sqrt{x+3} \Rightarrow 4^2 = (2\sqrt{x+3})^2 \Rightarrow 16 = 4(x+3) \Rightarrow$
 $\Rightarrow 16 = 4x+12 \Rightarrow 4 = 4x \Rightarrow x=1$. Además, $x=1$ sí que es solución, ya que al sustituir en la ecuación original se cumple la igualdad: $\sqrt{1+8} - \sqrt{1+3} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$.
- b) $\frac{x-1}{x+1} - \frac{3+x}{x-1} = 2$. Multiplicando todos los términos de la ecuación por el mcm de los denominadores, que es $(x+1)(x-1)$, se tiene: $(x-1)(x-1) - (3+x)(x+1) = 2(x+1)(x-1) \Rightarrow$
 $\Rightarrow x^2 - x - x + 1 - 3x - 3 - x^2 - x = 2x^2 - 2 \Rightarrow -6x - 2 = 2x^2 - 2 \Rightarrow 2x^2 + 6x = 0 \Rightarrow 2x(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-3 \end{cases}$
- c) $x(x+1) + 4 \leq 2(2x^2 + 1) \Rightarrow x^2 + x + 4 \leq 4x^2 + 2 \Rightarrow 3x^2 - x - 2 \geq 0$.

Resolvamos la ecuación de segundo grado:

$$3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} = \begin{cases} x=1 \\ x=-\frac{2}{3} \end{cases}$$

Ahora vamos a elaborar una tabla para decidir cuáles son las soluciones de la inecuación.

$\left(-\infty, -\frac{2}{3}\right)$	$\left(-\frac{2}{3}, 1\right)$	$(1, +\infty)$
+	-	+

Por tanto, la solución es $x \in \left(-\infty, -\frac{2}{3}\right] \cup [1, +\infty)$.

2. **[3 puntos; 1,5 puntos por apartado]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales y el siguiente sistema de inecuaciones con una incógnita. Del sistema de inecuaciones debes de dar la solución en forma gráfica y en forma de intervalo.

- a) $\begin{cases} \frac{xy+3}{y} = 3 \\ x-2y=10 \end{cases}$. De la segunda ecuación se tiene que $x=10+2y$. Sustituyendo en la primera ecuación:
 $\frac{(10+2y)y+3}{y} = 3 \Rightarrow 10y + 2y^2 + 3 = 3y \Rightarrow 2y^2 + 7y + 3 = 0$. El discriminante de esta ecuación de segundo grado es $\Delta = 7^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$. Por tanto, $y = \frac{-7 \pm 5}{4} = \begin{cases} y = -\frac{1}{2} \\ y = -3 \end{cases}$.

Si $y = -\frac{1}{2}$, $x = 10 + 2\left(-\frac{1}{2}\right) \Rightarrow x = 9$. Si $y = -3$, $x = 10 + 2 \cdot (-3) \Rightarrow x = 4$. Soluciones: $\left(9, -\frac{1}{2}\right)$, $(4, -3)$.

$$b) \begin{cases} \frac{x-4}{5} - \frac{x}{3} \geq -2 \\ \frac{x}{3} + 1 < x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3(x-4) - 5x \geq -30 \\ x+3 < 3x-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x-12-5x \geq -30 \\ x-3x < -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x \geq -18 \\ -2x < -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 9 \\ x > 3 \end{cases}$$

La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:



La solución en forma de intervalo es $x \in (3, 9]$.

3. De un triángulo rectángulo se sabe que uno de sus ángulos es 40° y que el cateto opuesto a este lado mide 3,5 cm.

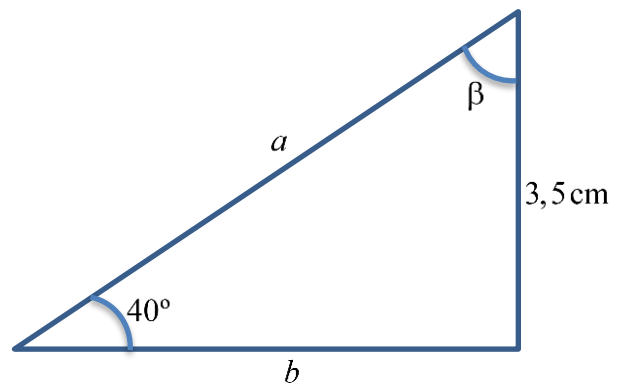
a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior. ¿Cuál es el valor del otro ángulo agudo?

b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

El otro ángulo es $\beta = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.

Se tiene que $\sin 40^\circ = \frac{3,5}{a} \Rightarrow a = \frac{3,5}{\sin 40^\circ} \Rightarrow a \cong 5,445 \text{ cm}$.

Y también que $\tan 40^\circ = \frac{3,5}{b} \Rightarrow b = \frac{3,5}{\tan 40^\circ} \Rightarrow b \cong 4,171 \text{ cm}$.



4. **[1 punto]** De un ángulo desconocido α se sabe que $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ y que se encuentra en el tercer cuadrante. Hallar $\cos \alpha$ y $\tan \alpha$. Hay que dar resultados exactos, simplificados y racionalizados (no se aceptarán aproximaciones decimales).

Puesto que $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, se tiene que $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

Entonces $\cos \alpha = \sqrt{1 - \left(-\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow \cos \alpha = -\frac{3}{5}$ (se toma la raíz cuadrada negativa porque el ángulo α se encuentra en el tercer cuadrante).

Finalmente: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{-\frac{4}{5}}{-\frac{3}{5}} = \frac{4 \cdot \cancel{5}}{3 \cdot \cancel{5}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{4}{3}$.