

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado:  $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$ . Escribe la solución en forma de intervalo.

2. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de 2º grado:  $\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6}$ . Escribe la solución como intervalo o unión de intervalos.

3. **[2 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones: 
$$\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3}{4} \leq x - \frac{3-2x}{10} \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases}$$
. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

4. **[2 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales: 
$$\begin{cases} \frac{xy}{4} - x + y = 1 \\ x - \frac{y+7}{3} = -1 \end{cases}$$
.

**Nota:** para resolver todos los ejercicios anteriores se recomienda, antes que nada, eliminar paréntesis y/o denominadores. En el caso del sistema de ecuaciones no lineales se recomienda aplicar el método de sustitución.

5. **[1 punto]** Una caja llena pesa 354 gramos y con la mitad de contenido pesa 244 gramos. ¿Cuántos gramos pesa la caja vacía?

**Nota:** para resolverlo se recomienda plantear un sistema con dos incógnitas, una el peso de la caja vacía, y otra el peso del contenido de la caja cuando está llena.

6. El cateto opuesto a un ángulo  $\alpha$  en un triángulo rectángulo mide 2 cm y el seno de ese ángulo  $\alpha$  es igual a 0,4.

a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.

b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.

c) **[0,5 puntos]** Usar la calculadora para hallar el ángulo  $\alpha$ . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?

## Soluciones

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado:  $1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$ . Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3} \Rightarrow 15 - 3(3x-7) > 5x+4 - 5(x-1) \Rightarrow 15 - 9x + 21 > 5x+4 - 5x+5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9x - 5x + 5x > 4+5-15-21 \Rightarrow -9x > -27 \Rightarrow x < \frac{-27}{-9} \Rightarrow x < 3. \text{ Solución: } x \in (-\infty, 3).$$

2. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de 2º grado:  $\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6}$ . Escribe la solución como intervalo o unión de intervalos.

$$\frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6} \Rightarrow 3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 12 - 4x^2 + 24x - 36 \geq 22x - 2x^2 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 \geq 0. \text{ Resolvamos la ecuación de segundo grado:}$$

$$x^2 + 2x - 48 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} = \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -8 \end{cases}. \text{ Inecuación: } (x-6)(x+8) \geq 0.$$

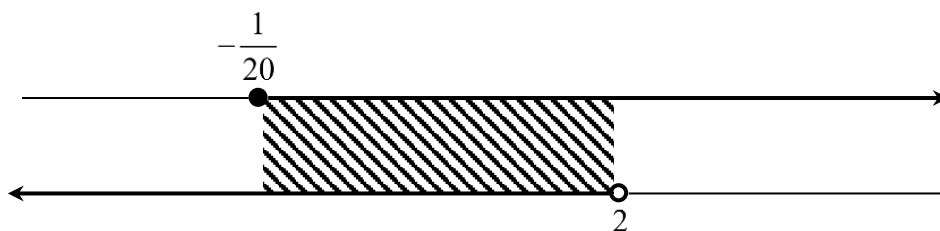
|                 |           |                |
|-----------------|-----------|----------------|
| $(-\infty, -8)$ | $(-8, 6)$ | $(6, +\infty)$ |
| +               | -         | +              |

Por tanto, la solución es  $x \in (-\infty, -8] \cup [6, +\infty)$ .

3. **[2 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones:  $\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3}{4} \leq x - \frac{3-2x}{10} \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases}$ . Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3}{4} \leq x - \frac{3-2x}{10} \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(x+2) - 15 \leq 20x - 2(3-2x) \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+8-15 \leq 20x-6+4x \\ 2-4+9x < 6+5x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20x \leq 1 \\ 4x < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{20} \\ x < 2 \end{cases}. \text{ La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:}$$



La solución en forma de intervalo es:  $x \in \left[-\frac{1}{20}, 2\right)$ .

4. **[2 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones no lineales: 
$$\begin{cases} \frac{xy}{4} - x + y = 1 \\ x - \frac{y+7}{3} = -1 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} \frac{xy}{4} - x + y = 1 \\ x - \frac{y+7}{3} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy - 4x + 4y = 4 \\ 3x - y - 7 = -3 \end{cases}.$$
 Despejando  $y$  de la 2ª ecuación:  $y = 3x - 4$ . Sustituyendo en la 1ª:

$$x(3x - 4) - 4x + 4(3x - 4) = 4 \Rightarrow 3x^2 - 4x - 4x + 12x - 16 = 4 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 20 = 0.$$
 El discriminante de la

ecuación anterior es  $\Delta = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-20) = 16 + 240 = 256$ . Entonces:  $x = \frac{-4 \pm 16}{6} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3} \end{cases}.$

Si  $x_1 = 2$ , entonces  $y_1 = 3 \cdot 2 - 4 \Rightarrow y_1 = 2$ . Si  $x_2 = -\frac{10}{3}$ , entonces  $y_2 = 3 \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) - 4 \Rightarrow y_2 = -14$ .

5. **[1 punto]** Una caja llena pesa 354 gramos y con la mitad de contenido pesa 244 gramos. ¿Cuántos gramos pesa la caja vacía?

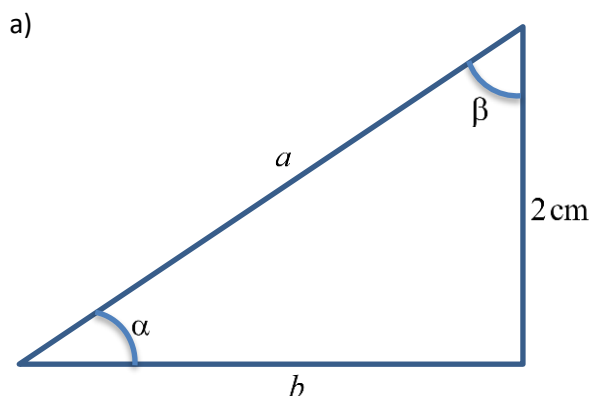
Llamemos  $x$  a lo que pesa la caja vacía, y llamemos  $y$  a lo que pesa el contenido de la caja cuando está llena (ambas cantidades en gramos). Entonces, según el enunciado, podemos plantear el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + y = 354 \\ x + \frac{y}{2} = 244 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 354 \\ 2x + y = 488 \end{cases}$$

Restando ambas ecuaciones:  $-x = -134 \Rightarrow x = 134$ . Sustituyendo en la 1ª ecuación:  $134 + y = 354 \Rightarrow y = 220$ . Por tanto, la caja vacía pesa 134 gramos.

6. El cateto opuesto a un ángulo  $\alpha$  en un triángulo rectángulo mide 2 cm y el seno de ese ángulo  $\alpha$  es igual a 0,4.

- a) **[0,5 puntos]** Realizar un dibujo de la situación expresada en el enunciado anterior.  
b) **[1 punto]** Hallar la medida del otro cateto y de la hipotenusa.  
c) **[0,5 puntos]** Usar la calculadora para hallar el ángulo  $\alpha$ . ¿Cuánto vale el otro ángulo agudo del triángulo rectángulo?



b)  $\sin \alpha = \frac{2}{a} \Rightarrow 0,4 = \frac{2}{a} \Rightarrow a = \frac{2}{0,4} \Rightarrow a = 5 \text{ cm}.$

$$5^2 = 2^2 + b^2 \Rightarrow 25 = 4 + b^2 \Rightarrow b^2 = 21 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow b = \sqrt{21} \cong 4,58 \text{ cm}.$$

c)  $\sin \alpha = 0,4 \Rightarrow \alpha = \arcsen 0,4 \Rightarrow \alpha \cong 23,58^\circ$

$$\beta = 90 - 23,58^\circ \Rightarrow \beta = 66,42^\circ.$$