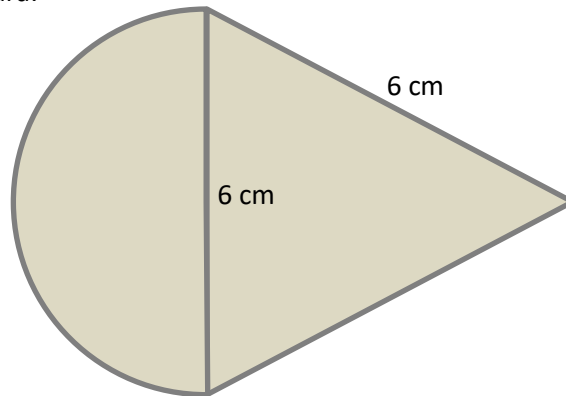
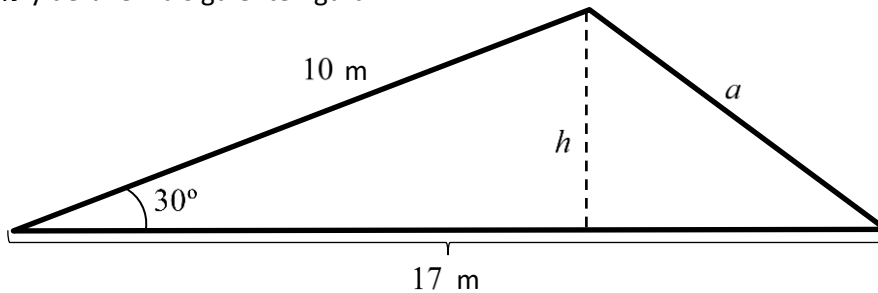


1. Calcular el área de la siguiente figura:



2. Dados los polinomios $p(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 1$, $q(x) = 3x^2 - 6x - 3$ y $r(x) = -2x^3 + x$, realiza la siguiente operación: $p(x) \cdot r(x) - q(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.
3. Halla el valor de h y de a en la siguiente figura.



4. Usando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

a) $2^3 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 16^{-2}$; b) $\frac{3^{-1} \cdot (3^3)^5 \cdot 4 \cdot 3^{-10}}{27 \cdot 2^{-2} \cdot 8}$

5. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

a) $-5\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{75}$; b) $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}}$

6. Racionaliza la siguiente expresión y simplifica el resultado: $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

Nota. Debes realizar 4 ejercicios: dos de entre los ejercicios 1, 2 y 3; y otros dos de entre los ejercicios 4, 5, y 6. Todos los ejercicios puntúan igual.

Soluciones

1. Calcular el área de la siguiente figura:

La altura h del triángulo la podemos hallar haciendo uso del teorema de Pitágoras:

$$6^2 = h^2 + 3^2 \Rightarrow 36 = h^2 + 9 \Rightarrow h^2 = 27 \Rightarrow h = \sqrt{27} \cong 5,2 \text{ cm}$$

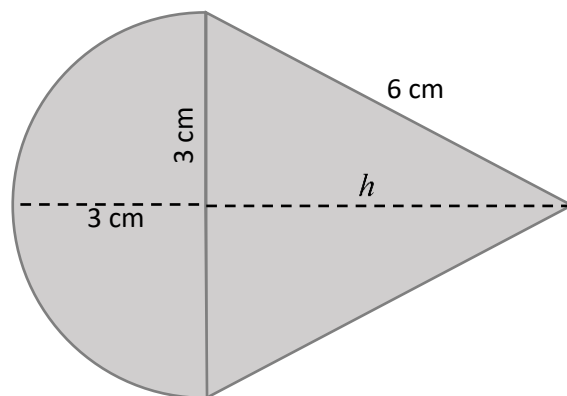
Entonces, el área del triángulo es

$$A_{\text{Triángulo}} = \frac{6 \cdot 5,2}{2} = \frac{31,2}{2} = 15,6 \text{ cm}^2$$

Claramente, el radio del semicírculo es 3 cm. Su área es

$$A_{\text{Semicírculo}} = \frac{\pi \cdot 3^2}{2} = \frac{9\pi}{2} \cong 14,14 \text{ cm}^2$$

Por tanto, el área de la figura será: $A_{\text{Figura}} = A_{\text{Triángulo}} + A_{\text{Semicírculo}} = 15,6 + 14,14 = 29,74 \text{ cm}^2$.

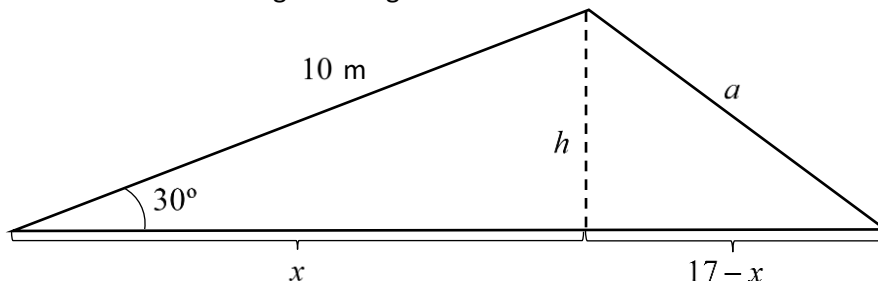


2. Dados los polinomios $p(x) = -x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 1$, $q(x) = 3x^2 - 6x - 3$ y $r(x) = -2x^3 + x$, realiza la siguiente operación: $p(x) \cdot r(x) - q(x)$. Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

$$\begin{aligned} p(x) \cdot r(x) - q(x) &= (-x^5 + 2x^4 - 2x^2 + 1)(-2x^3 + x) - (3x^2 - 6x - 3) = \\ &= 2x^8 - x^6 - 4x^7 + 2x^5 + 4x^5 - 2x^3 - 2x^3 + x - 3x^2 + 6x + 3 = 2x^8 - 4x^7 - x^6 + 6x^5 - 4x^3 - 3x^2 + 7x + 3 \end{aligned}$$

3. Halla el valor de h y de a en la siguiente figura.

La altura h divide al triángulo en dos triángulos rectángulos, uno a la izquierda y otro a la derecha de la altura. Como la base del triángulo es 17 m, las bases de los dos triángulos rectángulos medirán, una de ellas x , y la otra $17 - x$. De este modo tenemos la siguiente figura:



En el triángulo de la izquierda, claramente, $\sin 30^\circ = \frac{h}{10} \Rightarrow h = 10 \cdot \sin 30^\circ = 10 \cdot 0,5 \Rightarrow h = 5 \text{ m}$. También, en el

triángulo de la izquierda: $\cos 30^\circ = \frac{x}{10} \Rightarrow x = 10 \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow 8,66 \text{ m}$.

En el triángulo de la derecha nos falta hallar la hipotenusa a . Los catetos miden $17 - x = 17 - 8,66 = 8,34 \text{ m}$ y $h = 5 \text{ m}$. Aplicando el teorema de Pitágoras: $a^2 = 5^2 + 8,34^2 \Rightarrow a^2 = 94,56 \Rightarrow a = \sqrt{94,56} \Rightarrow a = 9,72 \text{ m}$.

4. Usando las propiedades de las potencias simplifica las siguientes expresiones al máximo. Puedes expresar el resultado en forma de potencia.

$$\text{a) } 2^3 \cdot 4^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot 16^{-2} = 2^3 \cdot (2^2)^2 \cdot (2^{-1})^{-3} \cdot (2^4)^{-2} = 2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^3 \cdot 2^{-8} = 2^2 = 4$$

$$\text{b) } \frac{3^{-1} \cdot (3^3)^5 \cdot 4 \cdot 3^{-10}}{27 \cdot 2^{-2} \cdot 8} = \frac{3^{-1} \cdot 3^{15} \cdot 2^2 \cdot 3^{-10}}{3^3 \cdot 2^{-2} \cdot 2^3} = \frac{3^4 \cdot 2^2}{3^3 \cdot 2^1} = 3^1 \cdot 2^1 = 3 \cdot 2 = 6$$

5. Opera y expresa el resultado en forma de un solo radical.

$$\begin{aligned} \text{a) } -5\sqrt{3} + 2\sqrt{12} - \sqrt{75} &= -5\sqrt{3} + 2\sqrt{2^2 \cdot 3} - \sqrt{3 \cdot 5^2} = -5\sqrt{3} + 2 \cdot 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -5\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = \\ &= (-5 + 4 - 5)\sqrt{3} = -6\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{b) } \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{16}}{\sqrt[4]{8}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[4]{2^3}} = \frac{\sqrt[12]{2^6} \cdot \sqrt[12]{2^{16}}}{\sqrt[12]{2^9}} = \sqrt[12]{\frac{2^6 \cdot 2^{16}}{2^9}} = \sqrt[12]{\frac{2^{22}}{2^9}} = \sqrt[12]{2^{13}} = 2\sqrt[12]{2}$$

6. Racionaliza la siguiente expresión y simplifica el resultado:

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{\sqrt{5^2}-\sqrt{3^2}} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{5-3} = \\ &= \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{2} = \sqrt{2}(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = \sqrt{10} + \sqrt{6} \end{aligned}$$