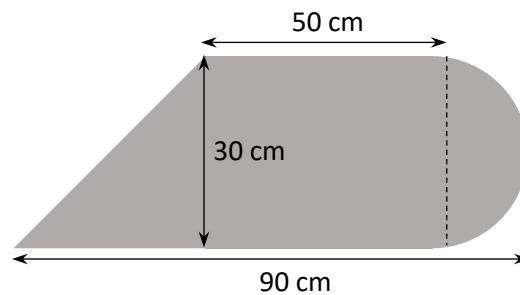


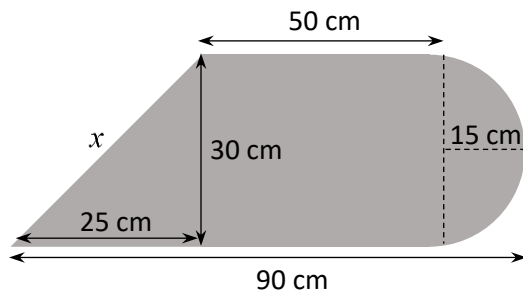
1. **[2 puntos]** Calcula el perímetro y el área de la siguiente región sombreada:



2. **[1 punto]** Calcula el área y el volumen de un cono de 8 cm de altura, cuyo radio de la base mide 4 cm.
3. **[1 punto]** Dados los polinomios  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ ,  $q(x) = x^2 + 2x$  y  $r(x) = x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2$ , realiza la siguiente operación:  $p(x) \cdot q(x) - r(x)$ . Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.
4. **[1 punto]** Simplifica usando las igualdades notables.
- a)  $\left(\frac{x}{2} + 3x\right)^2$  ; b)  $(2x - 3)^2 + (2x + 1)(2x - 1)$
5. **[1 punto]** Sacar factor común en las siguientes expresiones:
- a)  $-xyz + x^2yz^2 - xy^2z$  ; b)  $(2x + 1)(x - 2) - (x + 1)(x - 2)$
6. **[1 punto]** En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 13 cm y uno de sus ángulos agudos es de  $27,38^\circ$ . Hallar la longitud de los dos catetos y la medida del otro ángulo agudo. Realiza un dibujo del triángulo.
7. **[1 punto]** El seno de un ángulo  $\alpha$  del segundo cuadrante es igual a 0,27. Hallar el coseno y la tangente de  $\alpha$ .
8. **[2 puntos]** Pablo y Luis están situados uno enfrente de otro a una distancia de 7,5 metros. Entre los dos hay un árbol. Pablo ve la copa del árbol con un ángulo de inclinación de  $50^\circ$ , y Luis la ve con un ángulo de inclinación de  $40^\circ$ . Calcula la altura del árbol. ¿A qué distancia está Pablo del árbol? Realizar un dibujo adecuado de la situación.

## Soluciones

1. **[2 puntos]** Calcula el perímetro y el área de la región sombreada:



La región sombreada está formada por un triángulo, un rectángulo y un semicírculo.

Para hallar el perímetro hemos de hallar primero el valor de  $x$ .

Usaremos el teorema de Pitágoras:  $x^2 = 30^2 + 25^2 = 1525 \Rightarrow$

$x = \sqrt{1525} \cong 39,05$  cm. Por tanto, el perímetro es:

$P = 50 + \pi \cdot 15 + 75 + 39,05 = 211,17$  cm.

El área del triángulo es  $A_T = \frac{25 \cdot 30}{2} = 375$  cm<sup>2</sup>. El área del

rectángulo es  $A_R = 50 \cdot 30 = 1500$  cm<sup>2</sup>. El área del semicírculo es  $A_{SC} = \frac{\pi \cdot 15^2}{2} \cong 353,43$  cm<sup>2</sup>. Por tanto, el área de la región sombreada es  $A = A_T + A_R + A_{SC} = 375 + 1500 + 353,43 = 2228,43$  cm<sup>2</sup>.

2. **[1 punto]** Calcula el área y el volumen de un cono de 8 cm de altura, cuyo radio de la base mide 4 cm.

En primer lugar hallaremos la generatriz del cono usando el teorema de Pitágoras:

$$g^2 = 8^2 + 4^2 \Rightarrow g^2 = 80 \Rightarrow g \cong 8,94 \text{ cm.}$$

El área del cono es  $A = \pi r g + \pi r^2 = \pi \cdot 4 \cdot 8,94 + \pi \cdot 4^2 \cong 162,61$  cm<sup>2</sup>.

El volumen del cono es  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 8 \cong 134,04$  cm<sup>3</sup>.

3. **[1 punto]** Dados los polinomios  $p(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ ,  $q(x) = x^2 + 2x$  y  $r(x) = x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2$ , realiza la siguiente operación:  $p(x) \cdot q(x) - r(x)$ . Expresa el resultado ordenado de mayor a menor grado.

Por un lado, tenemos que:

$$p(x) \cdot q(x) = (2x^3 + x^2 - 1) \cdot (x^2 + 2x) = 2x^5 + 4x^4 + x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x = 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} p(x) \cdot q(x) - r(x) &= 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - (x^5 - x^4 + 4x^3 - x^2) = \\ &= 2x^5 + 5x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x - x^5 + x^4 - 4x^3 + x^2 = x^5 + 6x^4 - 2x^3 - 2x \end{aligned}$$

4. **[1 punto]** Simplifica usando las igualdades notables.

$$a) \left( \frac{x}{2} + 3x \right)^2 = \left( \frac{x}{2} \right)^2 + 2 \cdot \frac{x}{2} \cdot 3x + (3x)^2 = \frac{x^2}{4} + 3x^2 + 9x^2 = \left( \frac{1}{4} + 3 + 9 \right) x^2 = \frac{49}{4} x^2$$

$$b) (2x-3)^2 + (2x+1)(2x-1) = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3 + 3^2 + (2x)^2 - 1^2 = 4x^2 - 12x + 9 + 4x^2 - 1 = 8x^2 - 12x + 8$$

5. **[1 punto]** Sacar factor común en las siguientes expresiones:

$$a) -xyz + x^2 yz^2 - xy^2 z = xyz(-1 + xz - y)$$

$$b) (2x+1)(x-2) - (x+1)(x-2) = (x-2)(2x+1 - (x+1)) = (x-2)(2x+1 - x - 1) = (x-2)x$$

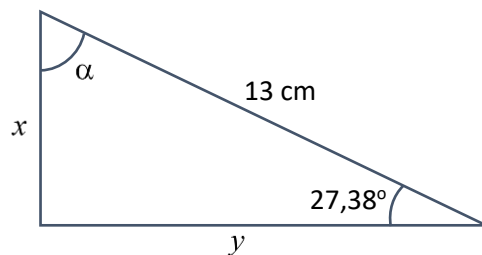
6. **[1 punto]** En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 13 cm y uno de sus ángulos agudos es de  $27,38^\circ$ . Hallar la longitud de los dos catetos y la medida del otro ángulo agudo. Realiza un dibujo del triángulo.

El ángulo que falta mide  $\alpha = 90^\circ - 27,38^\circ = 62,62^\circ$ .

Además:

$$\sin 27,38^\circ = \frac{x}{13} \Rightarrow 0,46 = \frac{x}{13} \Rightarrow x = 0,46 \cdot 13 \Rightarrow x = 5,98 \text{ cm.}$$

$$\cos 27,38^\circ = \frac{y}{13} \Rightarrow 0,89 = \frac{y}{13} \Rightarrow y = 0,89 \cdot 13 \Rightarrow y = 11,57 \text{ cm.}$$



7. **[1 punto]** El seno de un ángulo  $\alpha$  del segundo cuadrante es igual a 0,27. Hallar el coseno y la tangente de  $\alpha$ .

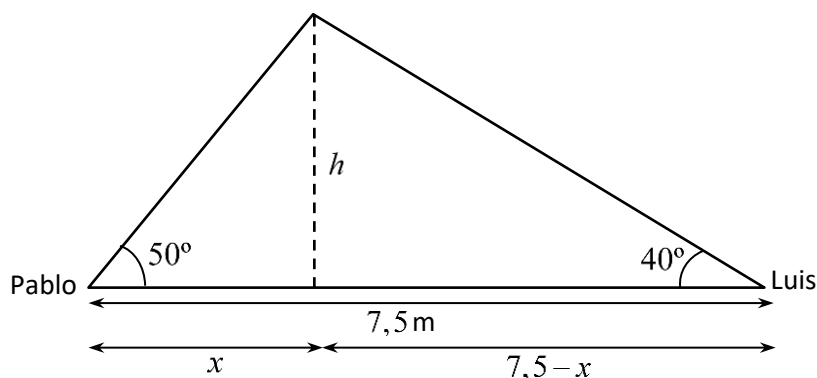
Usando la fórmula fundamental de la trigonometría tenemos:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow 0,27^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - 0,27^2 \Rightarrow \cos \alpha = \sqrt{1 - 0,27^2} \Rightarrow \cos \alpha = -0,96$$

Observa que el coseno es negativo porque el ángulo  $\alpha$  está en el segundo cuadrante. Finalmente:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = \frac{0,27}{-0,96} \Rightarrow \operatorname{tg} \alpha = -0,28$$

8. **[2 puntos]** Pablo y Luis están situados uno enfrente de otro a una distancia de 7,5 metros. Entre los dos hay un árbol. Pablo ve la copa del árbol con un ángulo de inclinación de  $50^\circ$ , y Luis la ve con un ángulo de inclinación de  $40^\circ$ . Calcula la altura del árbol. ¿A qué distancia está Pablo del árbol? Realizar un dibujo adecuado de la situación.



Hemos llamado  $h$  a la altura del árbol. También hemos llamado  $x$  a la distancia a la que se encuentra Pablo del árbol. Entonces, según el dibujo anterior:

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 40^\circ = \frac{h}{7,5 - x} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 1,19 = \frac{h}{x} \\ 0,84 = \frac{h}{7,5 - x} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} h = 1,19x \\ h = 0,84(7,5 - x) \end{array} \right\} \Rightarrow 1,19x = 0,84(7,5 - x) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1,19x = 6,3 - 0,84x \Rightarrow 1,19x + 0,84x = 6,3 \Rightarrow 2,03x = 6,3 \Rightarrow x = \frac{6,3}{2,03} \Rightarrow x = 3,1.$$

Sustituyendo  $x$  en la igualdad  $h = 1,19x$ , tenemos:  $h = 1,19 \cdot 3,1 \Rightarrow h = 3,69$ .

Por tanto, la altura del árbol es de 3,69 metros y la distancia a la que está Pablo del árbol es de 3,1 metros.