

1. Dada la función $y = \frac{x^2 - x - 2}{x^3 - 1}$ calcular:

- Dominio. **[0,5 puntos]**
- Asíntotas, tanto verticales como horizontales. Si tiene asíntotas verticales hallar la tendencia por la izquierda y por la derecha de estas. **[1,5 puntos: 1 punto las verticales y tendencias; 0,5 puntos las horizontales]**
- Puntos de corte con el eje X y con el eje Y. **[1 punto: 0,6 puntos los del eje X; 0,4 puntos el del eje Y]**
- Representación gráfica aproximada. **[1 punto]**

2. Dada la siguiente función definida por trozos:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 3 & \text{si } x < -1 \\ \frac{x+1}{2x-1} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -2^x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Estudiar la continuidad en los puntos $x = -1$ y $x = 1$. Caso de que sea continua explicar claramente por qué y caso de que no sea continua decir el tipo de discontinuidad existente. **[2 puntos]**
- Realiza una representación gráfica aproximada de la función. **[1,5 puntos]**

3. Contesta a las siguientes cuestiones relacionadas con los logaritmos.

a) Utilizando que $\ln x = 0,2345$ y que $\ln y = 0,3456$, calcula el valor de $\ln \frac{x \cdot y^3}{\sqrt{y^3}}$ (dar el resultado exacto, con 4 cifras decimales). **[0,5 puntos]**

b) Simplifica la expresión $\log_3(\sqrt{27}) - \log_3\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ **[0,5 puntos]**

c) ¿En qué base se verifica que el logaritmo de $\frac{6}{\sqrt[3]{6}}$ es $\frac{2}{3}$? **[0,5 puntos]**

4. Resuelve la siguiente ecuación logarítmica: $\log x^2 - \log\left(\frac{10x+11}{10}\right) = 1$. **[1 punto]**

Indicaciones para los ejercicios de logaritmos (3 y 4):

- Utiliza la definición de logaritmo: $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.
- Aplica cuando sea necesario las propiedades de los logaritmos.
- Escribe las raíces en forma de potencia de exponente racional: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$.
- Utiliza, si es necesario, las propiedades de las potencias, como: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$.