

1. Dada la función lineal $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$, se pide:
 - a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y .
 - b) **[0,4 puntos]** Punto de corte con el eje X .
 - c) **[0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos $x = -2$, $x = -1$ y $x = \frac{5}{2}$.
 - d) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.
2. Dada la función cuadrática $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, se pide:
 - a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y .
 - b) **[0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje X .
 - c) **[0,5 puntos]** Vértice.
 - d) **[0,3 puntos]** Imagen de los puntos $x = 4$, $x = -1$ y $x = 5$.
 - e) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.
3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma $y = mx + n$) que pasa por los puntos $(3, -5)$ y $(-2, 1)$.
4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma $y = ax^2 + x + c$) que pasa por los puntos $(2, 1)$, $(4, 7)$ y $(-2, 1)$.
5. **[2 puntos]** Hallar el dominio de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2}$
 - b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$

6. **[1,5 puntos]** Representa la siguiente función definida por trozos:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ x^2 - x - 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1. \\ -x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Soluciones

1. Dada la función lineal $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$, se pide:

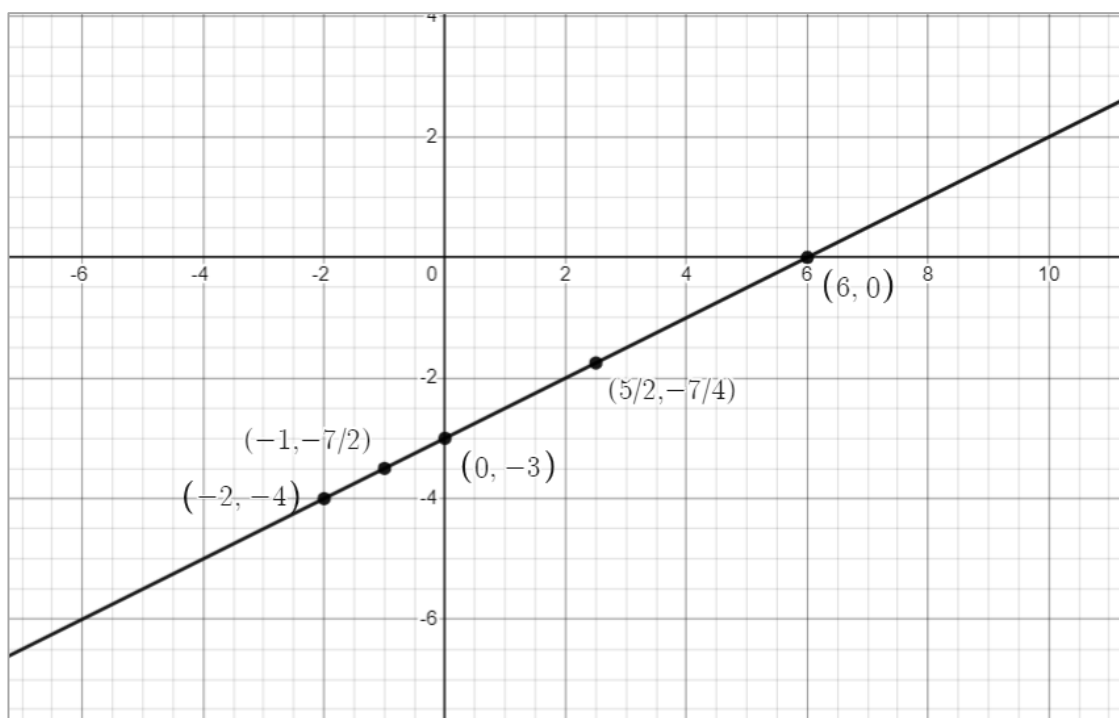
a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y : $(0, n) = (0, -3)$.

b) **[0,4 puntos]** Punto de corte con el eje X : $\left(\frac{-n}{m}, 0\right) = \left(\frac{-3}{-1/2}, 0\right) = (6, 0)$.

c) **[0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos $x = -2$, $x = -1$ y $x = \frac{5}{2}$.

$$f(-2) = \frac{1}{2}(-2) - 3 = -1 - 3 = -4; \quad f(-1) = \frac{1}{2}(-1) - 3 = -\frac{1}{2} - 3 = -\frac{7}{2}; \quad f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} - 3 = \frac{5}{4} - 3 = -\frac{7}{4}.$$

d) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



2. Dada la función cuadrática $f(x) = -x^2 + 4x - 3$, se pide:

a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje Y : $(0, c) = (0, -3)$.

b) **[0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje X .

$$-x^2 + 4x - 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-3)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2} = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2} = \frac{-4 \pm 2}{-2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Entonces los puntos de corte con el eje X son $(1, 0)$ y $(3, 0)$.

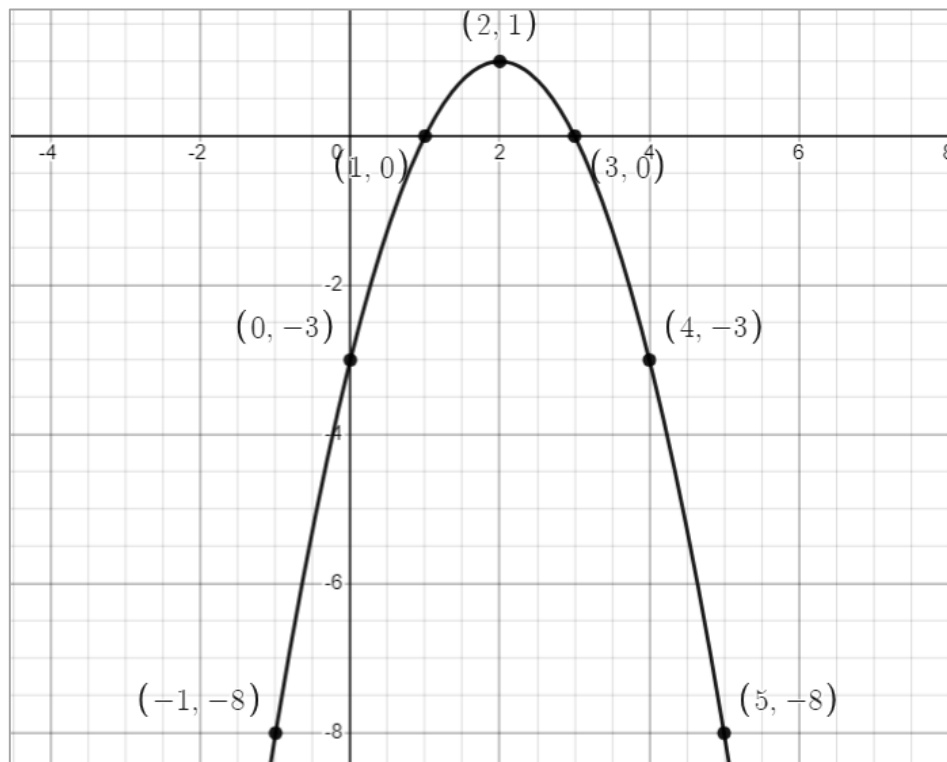
c) **[0,5 puntos]** Vértice. La coordenada x del vértice es $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = \frac{-4}{-2} \Rightarrow x = 2$. La coordenada y del vértice es $y = f(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = -4 + 8 - 3 \Rightarrow y = 1$. Por tanto, el vértice es el punto $V(2, 1)$.

d) **[0,3 puntos]** Imagen de los puntos $x = 4$, $x = -1$ y $x = 5$.

$$f(4) = -4^2 + 4 \cdot 4 - 3 = -16 + 16 - 3 = -3 ; f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 3 = -1 - 4 - 3 = -8 ;$$

$$f(5) = -5^2 + 4 \cdot 5 - 3 = -25 + 20 - 3 = -8$$

e) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma $y = mx + n$) que pasa por los puntos $(3, -5)$ y $(-2, 1)$.

La ecuación de la recta que pasa por los puntos (x_1, y_1) , (x_2, y_2) es de la siguiente forma:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1. \text{ En este caso:}$$

$$y = \frac{1 - (-5)}{-2 - 3} \cdot (x - 3) + (-5) \Rightarrow y = \frac{6}{-5}(x - 3) - 5 \Rightarrow y = -\frac{6}{5}x + \frac{18}{5} - 5 \Rightarrow y = -\frac{6}{5}x - \frac{7}{5}.$$

4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma $y = ax^2 + x + c$) que pasa por los puntos $(2, 1)$, $(4, 7)$ y $(-2, 1)$.

$$y = p + m(x - x_1) + n(x - x_1)(x - x_2). \text{ Entonces: } y = p + m(x - 2) + n(x - 2)(x - 4).$$

$$1 = p ; 7 = 1 + m(4 - 2) \Rightarrow 6 = 2m \Rightarrow m = 3 ;$$

$$1 = 1 + 3(-2 - 2) + n(-2 - 2)(-2 - 4) \Rightarrow 1 = 1 - 12 + 24n \Rightarrow 12 = 24n \Rightarrow n = \frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Entonces: } y = 1 + 3(x - 2) + \frac{1}{2}(x - 2)(x - 4) \Rightarrow y = 1 + 3x - 6 + \frac{1}{2}(x^2 - 6x + 8) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 1 + 3x - 6 + \frac{1}{2}x^2 - 3x + 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - 1.$$



5. [1 punto] Hallar el dominio de las siguientes funciones:

$$a) f(x) = \frac{x}{x^2 - 3x + 2} ; x^2 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

Entonces $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{1, 2\}$.

$$b) g(x) = \sqrt{x^2 - 2x} ; x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Hallemos ahora las soluciones de la inecuación $x^2 - 2x \geq 0$, que constituirán el dominio de la función.

	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
$x(x - 2)$	+	-	+

Entonces: $\text{Dom } g = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$.

6. Representa la siguiente función definida por trozos:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x+1} & \text{si } x < -1 \\ x^2 - x - 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ -x + 3 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

