

1. Dada la función lineal  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ , se pide:
  - a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje  $Y$ .
  - b) **[0,4 puntos]** Punto de corte con el eje  $X$ .
  - c) **[0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos  $x = -2$ ,  $x = 6$  y  $x = \frac{3}{2}$ .
  - d) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.
  
2. Dada la función cuadrática  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$ , se pide:
  - a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje  $Y$ .
  - b) **[0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje  $X$ .
  - c) **[0,5 puntos]** Vértice.
  - d) **[0,3 puntos]** Imagen de los puntos  $x = -5$ ,  $x = 1$  y  $x = -4$ .
  - e) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.
  
3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma  $y = mx + n$ ) que pasa por los puntos  $(-4, -2)$  y  $(2, 3)$ .
  
4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma  $y = ax^2 + x + c$ ) que pasa por los puntos  $(2, 3)$ ,  $(-1, 6)$  y  $(4, 11)$ .
  
5. **[2 puntos]** Hallar el dominio de las siguientes funciones:
  - a)  $f(x) = \frac{2x-1}{3x^2-x-2}$
  - b)  $g(x) = \sqrt{-x^2+4x}$
  
6. **[1,5 puntos]** Representa la siguiente función definida por trozos:  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x-1 & \text{si } x < -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ .

## Soluciones

1. Dada la función lineal  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ , se pide:

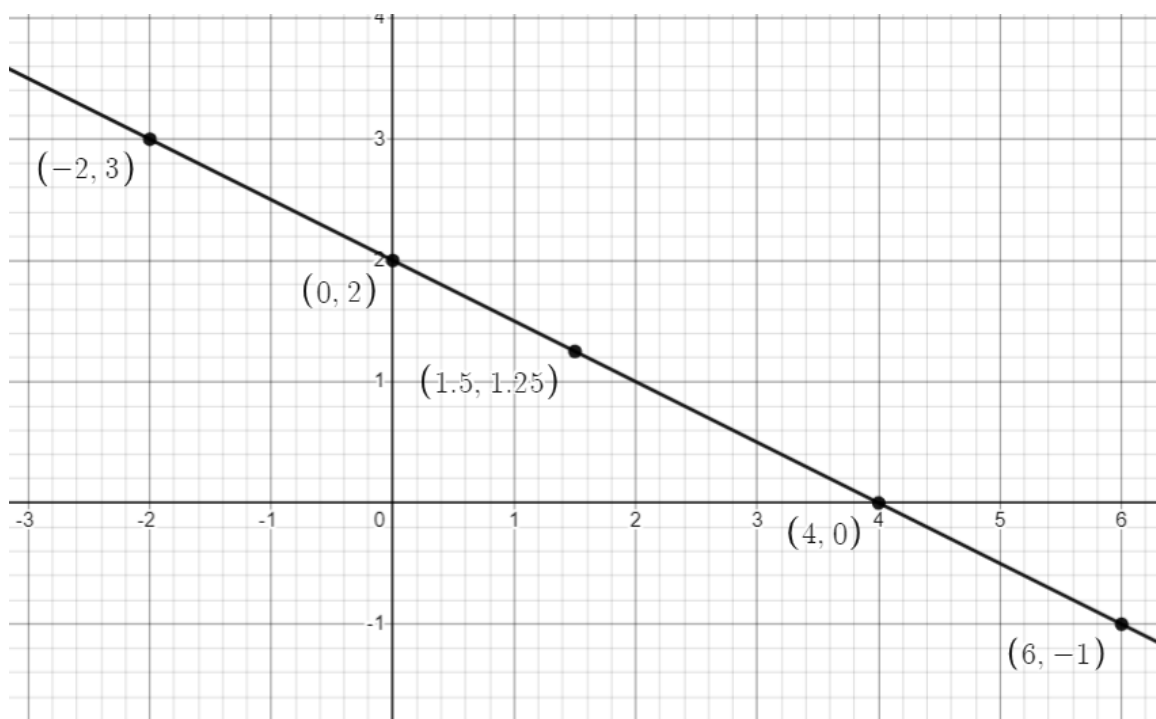
a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje  $Y$ :  $(0, n) = (0, 2)$ .

b) **[0,4 puntos]** Punto de corte con el eje  $X$ :  $\left(\frac{-n}{m}, 0\right) = \left(\frac{-2}{-1/2}, 0\right) = (4, 0)$ .

c) **[0,3 puntos]** Hallar la imagen de los puntos  $x = -2$ ,  $x = 6$  y  $x = \frac{3}{2}$ .

$$f(-2) = -\frac{1}{2}(-2) + 2 = 1 + 2 = 3; \quad f(6) = -\frac{1}{2} \cdot 6 + 2 = -3 + 2 = -1, \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + 2 = -\frac{3}{4} + 2 = \frac{5}{4}.$$

d) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



2. Dada la función cuadrática  $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 6$ , se pide:

a) **[0,2 puntos]** Punto de corte con el eje  $Y$ :  $(0, c) = (0, -6)$ .

b) **[0,4 puntos]** Puntos de corte con el eje  $X$ .

$$\frac{1}{2}x^2 + 2x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (1/2) \cdot (-6)}}{2 \cdot 1/2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{1} = \frac{-2 \pm 4}{1} = \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -6 \end{cases}$$

Entonces los puntos de corte con el eje  $X$  son  $(2, 0)$  y  $(-6, 0)$ .

c) **[0,5 puntos]** La coordenada  $x$  del vértice es  $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2}{2 \cdot (1/2)} = \frac{-2}{1} \Rightarrow x = -2$ . La coordenada  $y$  del

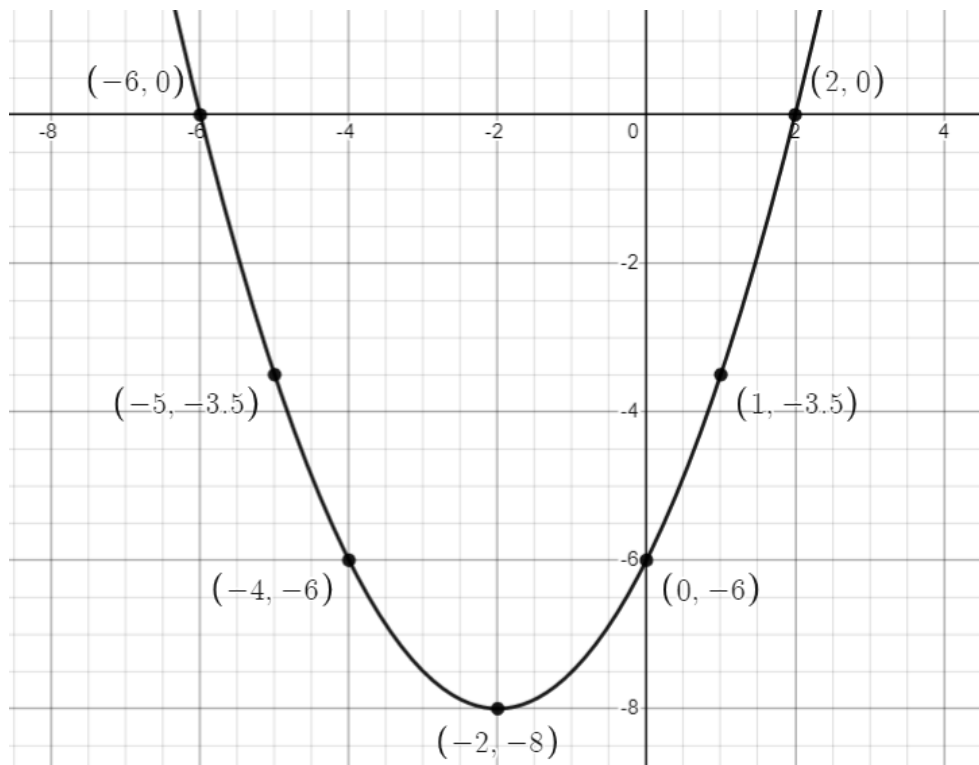
vértice es  $y = f(-2) = \frac{1}{2}(-2)^2 + 2 \cdot (-2) - 6 = 2 - 4 - 6 \Rightarrow y = -8 \Rightarrow$  el vértice es el punto  $V(-2, -8)$ .

d) **[0,3 puntos]** Imagen de los puntos  $x = -5$ ,  $x = 1$  y  $x = -4$ .

$$f(-5) = \frac{1}{2}(-5)^2 + 2 \cdot (-5) - 6 = \frac{25}{2} - 10 - 6 = \frac{25}{2} - 16 = -\frac{7}{2};$$

$$f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 6 = \frac{1}{2} + 2 - 6 = \frac{1}{2} - 4 = -\frac{7}{2}; \quad f(-4) = \frac{1}{2}(-4)^2 + 2 \cdot (-4) - 6 = 8 - 8 - 6 = -6.$$

e) **[0,6 puntos]** Representación gráfica.



3. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la recta (es decir, de la forma  $y = mx + n$ ) que pasa por los puntos  $(-4, -2)$  y  $(2, 3)$ .

La ecuación de la recta que pasa por los puntos  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  es de la siguiente forma:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1) + y_1. \text{ En este caso:}$$

$$y = \frac{3 - (-2)}{2 - (-4)} \cdot (x - (-4)) + (-2) \Rightarrow y = \frac{5}{6}(x + 4) - 2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{20}{6} - 2 \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{8}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{6}x + \frac{4}{3}.$$

4. **[1,5 puntos]** Hallar la ecuación de la parábola (es decir, de la forma  $y = ax^2 + x + c$ ) que pasa por los puntos  $(2, 3)$ ,  $(-1, 6)$  y  $(4, 11)$ .

$$y = p + m(x - x_1) + n(x - x_1)(x - x_2). \text{ Entonces: } y = p + m(x - 2) + n(x - 2)(x + 1).$$

$$3 = p;$$

$$6 = 3 + m(-1 - 2) \Rightarrow 3 = -3m \Rightarrow m = -1;$$

$$11 = 3 + (-1)(4 - 2) + n(4 - 2)(4 + 1) \Rightarrow 11 = 3 - 2 + 10n \Rightarrow 10 = 10n \Rightarrow n = \frac{10}{10} \Rightarrow n = 1$$

$$\text{Entonces: } y = 3 + (-1)(x - 2) + 1(x - 2)(x + 1) \Rightarrow y = 3 - x + 2 + 1(x^2 - x - 2) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = 3 - x + 2 + x^2 - x - 2 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 3.$$

5. [1 punto] Hallar el dominio de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{2x-1}{3x^2-x-2}$

$$3x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{6} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{6} = \frac{1 \pm 5}{6} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = -\frac{4}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Entonces  $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \left\{1, -\frac{2}{3}\right\}$ .

b)  $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x}$  ;  $-x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(-x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$ .

Hallems ahora las soluciones de la inecuación  $-x^2 + 4x \geq 0$ , que constituirán el dominio de la función.

|          | $(-\infty, 0)$ | $(0, 4)$ | $(4, +\infty)$ |
|----------|----------------|----------|----------------|
| $x(x-2)$ | -              | +        | -              |

Entonces:  $\text{Dom } g = [0, 4]$ .

6. Representa la siguiente función definida por trozos:  $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x-1 & \text{si } x < -2 \\ x^2-4 & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$

