

EXAMEN DE INTERPOLACIÓN

Se recomienda:

- Antes de hacer algo, leer todo el examen.
- Resolver antes las preguntas que se te den mejor.
- Responde a cada parte del examen en una hoja distinta.
- Es una hoja de examen por las dos caras sobre la que no se escribe nada.
- Recuerda mostrar todas las operaciones para conseguir la puntuación completa de cada apartado.

1 El número de botellas de aceite de girasol vendidas en un supermercado ha variado según su precio.

Precio (céntimos)	91	95	89
Unidades	2000	1500	3000

(rep→1 p)

Se pide:

- Halla la función de interpolación cuadrática. (1.5 p)
- Extrapolas las unidades que se venderían si el precio fuese de 96 céntimos. (0.55 p)
- Interpolas las unidades que se venderían si el precio fuese de 92 céntimos. (0.55 p)
- Interpolas el precio de cada unidad si las unidades vendidas han sido 1800. (0.9 p)(# 4.5 p)

2 Dada la siguiente sucesión:

n	0	2	3	4	5
S(n)	5	7	9	11	13

(rep→0.7 p)

Se pide:

- Obtén la función de interpolación que representa el término general $S(n)$, sabiendo que es una función lineal. (0.6 p)
- Por interpolación obtén el término primero de la sucesión. (0.45 p)
- Por extrapolación obtén el término décimo de la sucesión. (0.45 p)(# 2.2 p)

3 En la tabla siguiente se recogen los pesos ideales en función de las estaturas:

x: estatura en cm	160	170
y: pesos en kg	64	72

(rep→0.5 p; rec→0.6 p)

- Calcula por interpolación lineal el peso para una estatura de 165 cm. (0.45 p)
- Calcula por extrapolación lineal el peso para una estatura de 180 cm. (0.45 p)(# 2 p)

4 Una función está definida mediante la siguiente tabla de valores:

x	2	5	8	11
y	3	5	7	9

Representa gráficamente los puntos de la tabla y responde: (0.5 p)

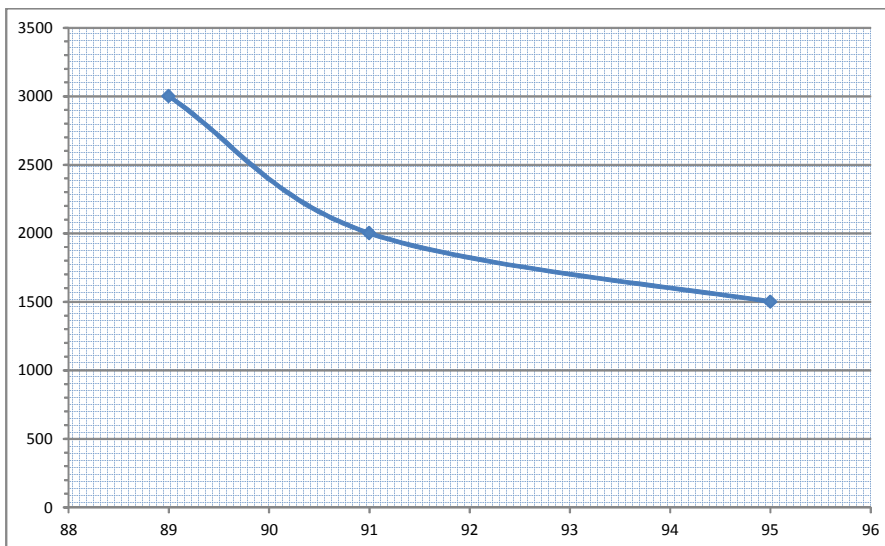
- ¿Crees que existe una función que relacione las cuatro parejas de valores? (0.4 p)
- ¿Qué tipo de función lo hace? (0.4 p)(# 1.3 p)

SOLUCIÓN

1

Precio (céntimos)	91	95	89
Unidades	2000	1500	3000

(rep→1 p)



1.1 La función será de la forma $y = ax^2 + bx + c$ que al sustituir los valores nos quedará:

- $2000 = a \cdot 91^2 + b \cdot 91 + c \Leftrightarrow 2000 = 8281a + 91b + c$
- $3000 = a \cdot 89^2 + b \cdot 89 + c \Leftrightarrow 3000 = 7921a + 89b + c$
- $1500 = a \cdot 95^2 + b \cdot 95 + c \Leftrightarrow 1500 = 9025a + 95b + c$

Es decir, tenemos un sistema de tres ecuaciones lineales con tres incógnitas:

$$\begin{cases} 2000 = 8281a + 91b + c \\ 3000 = 7921a + 89b + c \\ 1500 = 9025a + 95b + c \end{cases}$$

Despejamos c en la primera ecuación y lo sustituimos en las otras dos:

$$c = 2000 - 8281a - 91b$$

$$\begin{cases} 3000 = 7921a + 89b + 2000 - 8281a - 91b \\ 1500 = 9025a + 95b + 2000 - 8281a - 91b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1000 = -360a - 2b \\ -500 = 744a + 4b \end{cases}, \text{ Solution is:}$$

$$\left[a = \frac{125}{2}, b = -11750 \right]$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas que resolvemos por reducción: multiplicamos por 2 la primera ecuación y sumamos en columna;

$$\begin{cases} (1000 = -360a - 2b) \cdot 2 \\ -500 = 744a + 4b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2000 = -720a - 4b \\ -500 = 744a + 4b \end{cases}$$

$$1500 = 24a \Leftrightarrow a = \frac{1500}{24} = \frac{125}{2} = 62.5$$

Sustituimos este valor de a, para hallar el correspondiente de b:

$$1000 = -360 \cdot \frac{125}{2} - 2b \Leftrightarrow 1000 = -180 \cdot 125 - 2b \Leftrightarrow b = \frac{1000 + 22500}{-2} = -11750$$

Ahora sustituimos los valores de a y b para hallar c:

$$c = 2000 - 8281 \cdot \frac{125}{2} - 91(-11750) = 2000 - \frac{1035125}{2} + 1069250 = -\frac{1035125}{2} + 1071250 = \frac{-1035125 + 2142500}{2} = \frac{1107375}{2} = 553687.5$$

Entonces la función queda: $y = 62.5x^2 - 11750x + 553687.5$ 1.5 p

1.2 Sería evaluar la función anterior cuando $x = 96$

$$y = 62.5 \cdot 96^2 - 11750 \cdot 96 + 553687.5 = 1687.5 \approx 1688 \text{ unidades} \quad 0.55 \text{ p}$$

1.3 Sería evaluar la función obtenida para $x = 92$

$$y = 62.5 \cdot 92^2 - 11750 \cdot 92 + 553687.5 = 1687.5 \approx 1688 \text{ unidades} \quad 0.55 \text{ p}$$

1.4 Sería sustituir en la función obtenida y por 1800 para hallar el correspondiente valor de x :

$$1800 = 62.5x^2 - 11750x + 553687.5 \Leftrightarrow 0 = 62.5x^2 - 11750x + 553687.5 - 1800 \Leftrightarrow 0 = 62.5x^2 - 11750x + 551887.5$$

Ecuación de 2º grado completa con
$$\begin{cases} c = 551887.5 \\ b = -11750 \\ a = 62.5 \end{cases}$$

Resolvemos aplicando la fórmula

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-(-11750) \pm \sqrt{(-11750)^2 - 4 \cdot 62.5 \cdot 551887.5}}{2 \cdot 62.5} = \frac{11750 \pm \sqrt{-130130}}{125}$$

No tiene solución pues no hay raíces cuadradas reales de números negativos.

Sin embargo, a partir de la gráfica, mirando en el eje vertical el valor 1800, y desplazándonos desde el hasta la curva y bajando al eje horizontal, acabaríamos cerca de 92, y ese sería el valor a considerar.

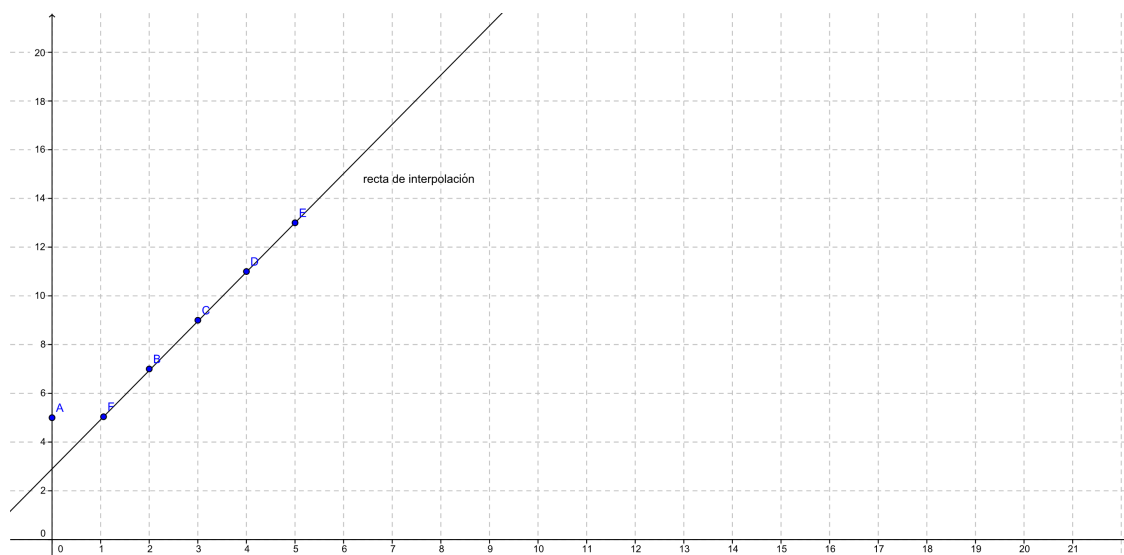
Observa que se produce una discrepancia con el apartado anterior; esto se debe a que estamos hablando de aproximaciones. 0.9 p

2

n	0	2	3	4	5
S(n)	5	7	9	11	13

(rep→0.7 p)

Tenemos la siguiente representación gráfica:



2.1 Por la representación gráfica, la mejor recta de interpolación es la que pasa por los cuatro puntos, que queda determinada unívocamente con dos de ellos; tomamos (2, 7) y (5, 13)

Una recta es de la forma $y = ax + b$ que al sustituir los dos puntos anteriores da lugar a:

- (2, 7) $\rightarrow 7 = 2a + b$
- (5, 13) $\rightarrow 13 = 5a + b$

Nos queda un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas
$$\begin{cases} 13 = 5a + b \\ 7 = 2a + b \end{cases}$$

Lo resolvemos por el método de reducción, restando en columna: $6 = 3a \Leftrightarrow a = \frac{6}{3} = 2$

Sustituimos este valor de a en cualquiera de las dos ecuaciones para hallar b :

$$13 = 5 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = 13 - 10 = 3$$

Entonces la recta es $y = 2x + 3$ 0.6 p

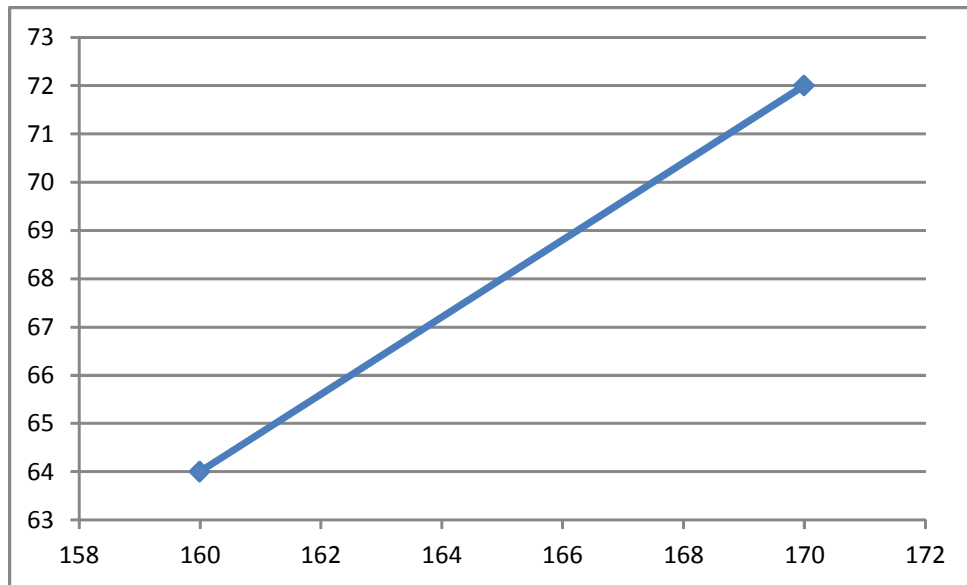
2.2 El primer término será calcular el valor de y para $x = 1 \rightarrow y = 2 \cdot 1 + 3 = 5$ 0.45 p

2.3 El décimo término será calcular el valor de y para $x = 10 \rightarrow y = 2 \cdot 10 + 3 = 23$ 0.45 p

3

x: estatura en cm	160	170
y: pesos en kg	64	72

(rep→0.5 p)



Una recta es de la forma $y = ax + b$ que al sustituir los dos puntos anteriores da lugar a:

- $(160, 64) \rightarrow 64 = 160a + b$
- $(170, 72) \rightarrow 72 = 170a + b$

Nos queda un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas $\begin{cases} 64 = 160a + b \\ 72 = 170a + b \end{cases}$

Lo resolvemos por el método de reducción, restando en columna: $-8 = -10a \Leftrightarrow a = \frac{-8}{-10} = \frac{4}{5}$

Sustituimos este valor de a en cualquiera de las dos ecuaciones para hallar b :

$$64 = 160 \cdot \frac{4}{5} + b \Leftrightarrow b = 64 - 128 = -64$$

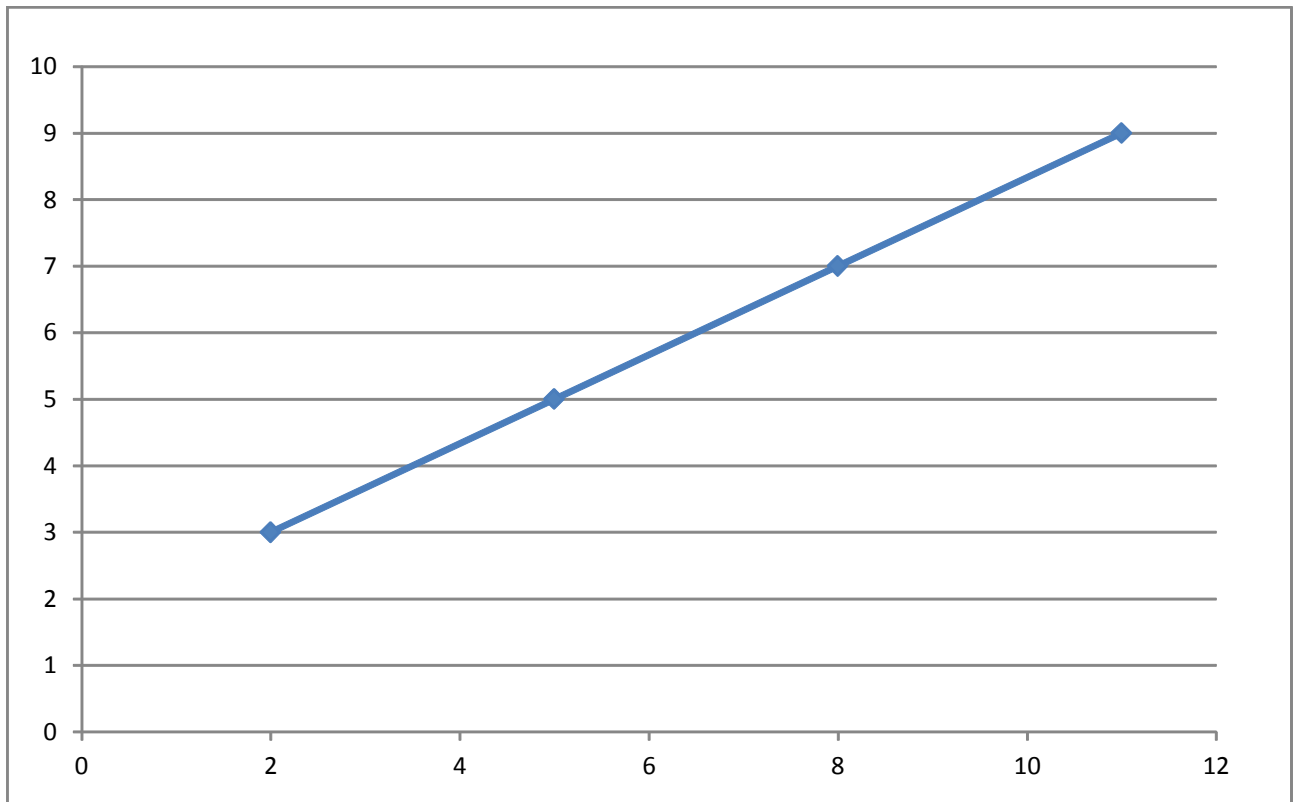
Entonces la recta es $y = \frac{4}{5}x - 64$ 0.6 p

3.1 Será hallar el valor de y para $x = 165 \rightarrow y = \frac{4}{5} \cdot 165 - 64 = 68 \text{ kg}$ 0.45 p

3.2 Será hallar el valor de y para $x = 180 \rightarrow y = \frac{4}{5} \cdot 180 - 64 = 80 \text{ kg}$ 0.45 p

4

x	2	5	8	11
y	3	5	7	9



(0.5 p)

4.1 Si 0.4 p

4.2 Una recta, pues los cuatro puntos están casi alineados 0.4 p