

1. **[4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]**. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a)
$$\frac{2(x-1)}{3} - \frac{3(x-2)}{4} = \frac{4(x-3)}{5} - \frac{3}{10}$$

b)
$$4 + \sqrt{2x+1} = x+3$$

c)
$$\frac{2+x}{x} - \frac{5(x-2)}{2x-1} = 8$$

2. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x+y=4 \\ \frac{x-1}{y}=y+1 \end{cases}$$

3. **[2 puntos, 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

a)
$$\frac{2x-5}{6} - \frac{1-4x}{2} + \frac{x-1}{3} > -1$$

b)
$$\frac{x+3}{x} - x \leq 3$$

4. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x-15}{2} \leq 5-2x \\ 2-x < \frac{1-x}{2} \end{cases}$$

5. **[1 punto]** Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado.

Una señora paga por una figura de cerámica y una lámpara 1000 euros. Si le hubieran hecho un descuento del 25 % en la figura y del 30 % en la lámpara se hubiera ahorrado 285 euros. ¿Cuánto pagó por cada objeto?

Soluciones

1. [4 puntos: 1 punto el apartado a); 1,5 puntos los apartados b) y c)]. Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{2(x-1)}{3} - \frac{3(x-2)}{4} &= \frac{4(x-3)}{5} - \frac{3}{10} \Rightarrow \frac{40(x-1)}{60} - \frac{45(x-2)}{60} = \frac{48(x-3)}{60} - \frac{18}{60} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 40x - 40 - 45x + 90 = 48x - 144 - 18 \Rightarrow 40x - 45x - 48x = -144 - 18 + 40 - 90 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -53x = -212 \Rightarrow x = \frac{-212}{-53} \Rightarrow x = 4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad 4 + \sqrt{2x+1} &= x+3 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = x+3-4 \Rightarrow \sqrt{2x+1} = x-1 \Rightarrow (\sqrt{2x+1})^2 = (x-1)^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 2x+1 = x^2 - 2x+1 \Rightarrow x^2 - 4x = 0 \Rightarrow x(x-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=4 \end{cases}. \end{aligned}$$

Si $x=0$, $4 + \sqrt{2 \cdot 0 + 1} = 0 + 3 \Rightarrow 4 + \sqrt{1} = 3 \Rightarrow 4 + 1 = 3 \Rightarrow 5 = 3$. Por tanto, $x=0$ no es solución.

Si $x=4$, $4 + \sqrt{2 \cdot 4 + 1} = 4 + 3 \Rightarrow 4 + \sqrt{9} = 7 \Rightarrow 4 + 3 = 7 \Rightarrow 7 = 7$. Por tanto, $x=4$ sí es solución.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad \frac{2+x}{x} - \frac{5(x-2)}{2x-1} &= 8 \Rightarrow \frac{(2+x)(2x-1)}{x(2x-1)} - \frac{5x(x-2)}{x(2x-1)} = \frac{8x(2x-1)}{x(2x-1)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4x - 2 + 2x^2 - x - 5x^2 + 10x = 16x^2 - 8x \Rightarrow -3x^2 + 13x - 2 = 16x^2 - 8x \Rightarrow 19x^2 - 21x + 2 = 0. \end{aligned}$$

El discriminante de la ecuación de segundo grado es $\Delta = (-21)^2 - 4 \cdot 19 \cdot 2 = 441 - 152 = 289$. Entonces:

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 19} = \frac{21 \pm 17}{38} = \begin{cases} x_1 = \frac{38}{38} \Rightarrow x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{4}{38} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{19} \end{cases}.$$

2. [1,5 puntos] Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} x+y=4 \\ \frac{x-1}{y}=y+1 \end{cases}. \text{ De la primera ecuación } y=4-x. \text{ Sustituyendo en la segunda:}$$

$$\frac{x-1}{4-x} = 4-x+1 \Rightarrow \frac{x-1}{4-x} = 5-x \Rightarrow x-1 = (4-x)(5-x) \Rightarrow x-1 = 20-4x-5x+x^2 \Rightarrow x^2-10x+21=0. \text{ El}$$

discriminante de la ecuación de segundo grado es $\Delta = (-10)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 21 = 100 - 84 = 16$. Entonces:

$$x = \frac{10 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{10 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 3 \end{cases}. \text{ Si } x=7, y=4-7 \Rightarrow y=-3. \text{ Y si } x=3, y=4-3 \Rightarrow y=1.$$

3. [2 puntos, 1 punto por apartado] Resuelve las siguientes inecuaciones. Expresa la solución en forma de intervalo.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{2x-5}{6} - \frac{1-4x}{2} + \frac{x-1}{3} &> -1 \Rightarrow \frac{2x-5}{6} - \frac{3(1-4x)}{6} + \frac{2(x-1)}{6} > \frac{-6}{6} \Rightarrow 2x-5-3+12x+2x-2 > -6 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 16x-10 > -6 \Rightarrow 16x > 4 \Rightarrow x > \frac{4}{16} \Rightarrow x > \frac{1}{4}. \text{ Solución: } x \in \left(\frac{1}{4}, +\infty \right). \end{aligned}$$

$$b) \frac{x+3}{x} - x \leq 3 \Rightarrow \frac{x+3}{x} - x - 3 \leq 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x} - \frac{x^2}{x} - \frac{3x}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{-x^2 - 2x + 3}{x} \leq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 3}{x} \geq 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(x-1)(x+3)}{x} \geq 0. \text{ Las raíces del numerador son } x=1 \text{ y } x=-3, \text{ y la raíz del denominador es } x=0.$$

Hagamos una tabla y estudiemos los signos en cada uno de los intervalos:

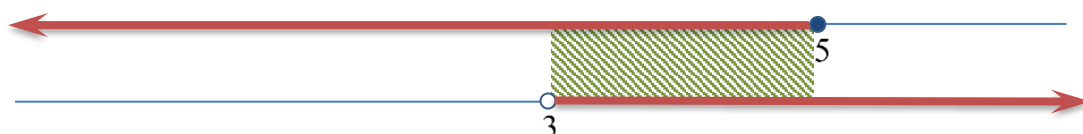
	$(-\infty, -3)$	$(-3, 0)$	$(0, 1)$	$(1, +\infty)$
$\frac{(x-1)(x+3)}{x}$	-	+	-	+

De este modo, la solución en forma de intervalo es: $x \in (-3, 0) \cup (1, +\infty)$.

4. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x-15}{2} \leq 5-2x \\ 2-x < \frac{1-x}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-15 \leq 10-4x \\ 4-2x < 1-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x \leq 25 \\ -x < -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq 5 \\ x > 3 \end{cases}$$

Gráficamente:



La solución final en forma de intervalo es: $x \in (3, 5]$.

5. **[1 punto]** Para resolver este problema es obligatorio plantear una ecuación o un sistema de ecuaciones de primer grado.

Una señora paga por una figura de cerámica y una lámpara 1000 euros. Si le hubieran hecho un descuento del 25 % en la figura y del 30 % en la lámpara se hubiera ahorrado 285 euros. ¿Cuánto pagó por cada objeto?

Supongamos que la figura de cerámica vale x euros y que la lámpara vale y euros. Entonces, según el enunciado, podemos pues plantear el siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ x - \frac{25}{100}x + y - \frac{30}{100}y = 1000 - 285 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 100x - 25x + 100y - 30y = 100000 - 28500 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 1000 \\ 75x + 70y = 71500 \end{cases}$$

De la primera ecuación $y = 1000 - x$. Sustituyendo en la segunda:

$$75x + 70(1000 - x) = 71500 \Rightarrow 75x + 70000 - 70x = 71500 \Rightarrow 5x = 1500 \Rightarrow x = 300.$$

Sustituyendo este valor en $y = 1000 - x$ tenemos que $y = 1000 - 300 \Rightarrow y = 700$.

Por tanto, la figura de cerámica vale 300 euros y la lámpara cuesta 700 euros.