

1. **[6 puntos; 2 puntos por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4 - \frac{7-x}{12} = \frac{5x}{3} - \frac{5-3x}{4}$

b) $\sqrt{3x+1} = 1 + \sqrt{2x-1}$

c) $\frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6}$

2. **[4 puntos; 2 puntos por apartado]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

a)
$$\begin{cases} xy = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} \sqrt{x} + y = 27 \\ x - y = 105 \end{cases}$$

Soluciones

1. [6 puntos; 1,5 puntos por apartado] Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{a) } 4 - \frac{7-x}{12} &= \frac{5x}{3} - \frac{5-3x}{4} \Rightarrow 48 - (7-x) = 20x - 3(5-3x) \Rightarrow 48 - 7 + x = 20x - 15 + 9x \Rightarrow \\ &\Rightarrow x - 20x - 9x = -15 - 48 + 7 \Rightarrow -28x = -56 \Rightarrow x = \frac{56}{28} \Rightarrow x = 2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \sqrt{3x+1} &= 1 + \sqrt{2x-1} \Rightarrow (\sqrt{3x+1})^2 = (1 + \sqrt{2x-1})^2 \Rightarrow 3x+1 = 1 + 2\sqrt{2x-1} + 2x-1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 3x+1-1-2x+1 = 2\sqrt{2x-1} \Rightarrow x+1 = 2\sqrt{2x-1} \Rightarrow (x+1)^2 = (2\sqrt{2x-1})^2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 4(2x-1) \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 8x - 4 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow \\ x &= \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm \sqrt{36-20}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{6 \pm 4}{2} = \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = 1 \end{cases}. \end{aligned}$$

Comprobación:

- $\sqrt{3 \cdot 5 + 1} = \sqrt{16} = 4$; $1 + \sqrt{2 \cdot 5 - 1} = 1 + \sqrt{9} = 1 + 3 = 4$. Entonces $x = 5$ sí que es solución.
- $\sqrt{3 \cdot 1 + 1} = \sqrt{4} = 2$; $1 + \sqrt{2 \cdot 1 - 1} = 1 + \sqrt{1} = 1 + 1 = 2$. Entonces $x = 1$ también es solución.

$$\text{c) } \frac{x}{x-6} - \frac{1}{2} = \frac{x}{6} - \frac{x+6}{x-6}.$$

En primer lugar, hay que hacer notar que el mínimo común múltiplo de $x-6$, 2 y 6 es $6(x-6)$. Entonces, multiplicando todos los términos por $6(x-6)$, tenemos:

$$6x - 3(x-6) = (x-6)x - 6(x+6) \Rightarrow 6x - 3x + 18 = x^2 - 6x - 6x - 36 \Rightarrow x^2 - 15x - 54 = 0.$$

El discriminante de esta última ecuación es $\Delta = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-54) = 225 + 216 = 441$.

$$\text{Por tanto: } x = \frac{15 \pm 21}{2} = \begin{cases} x_1 = 18 \\ x_2 = -3 \end{cases}.$$

2. [4 puntos; 2 puntos por apartado] Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones.

a) $\begin{cases} xy = 12 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$. Despejando y en la primera ecuación tenemos que $y = \frac{12}{x}$. Sustituyendo este valor en la

segunda ecuación: $3x - 2\frac{12}{x} = 1 \Rightarrow 3x - \frac{24}{x} = 1 \Rightarrow 3x^2 - 24 = x \Rightarrow 3x^2 - x - 24 = 0$. El discriminante de

esta ecuación es $\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-24) = 1 + 288 = 289$. Entonces: $x = \frac{1 \pm 17}{6} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -\frac{8}{3} \end{cases}$

Para $x = 3$, es $y = \frac{12}{3} \Rightarrow y = 4$. Para $x = -\frac{8}{3}$, es $y = \frac{12}{-8/3} \Rightarrow y = -\frac{36}{8} \Rightarrow y = -\frac{9}{2}$.

Por tanto, tenemos dos soluciones del sistema: $(3, 4)$ y $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{9}{2}\right)$.

b) $\begin{cases} \sqrt{x} + y = 27 \\ x - y = 105 \end{cases}$. De la segunda ecuación se obtiene que $x = 105 + y$. Sustituyendo este valor en la primera:

$$\sqrt{105 + y} + y = 27 \Rightarrow \sqrt{105 + y} = 27 - y \Rightarrow (\sqrt{105 + y})^2 = (27 - y)^2 \Rightarrow 105 + y = 729 - 54y + y^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y^2 - 55y + 624 = 0. \text{ El discriminante de esta ecuación es } \Delta = (-55)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 624 = 3025 - 2496 = 529.$$

Entonces: $y = \frac{55 \pm 23}{2} = \begin{cases} y_1 = 39 \\ y_2 = 16 \end{cases}$

Si $y = 39$, $x = 105 + 39 \Rightarrow x = 144$. Si $y = 16$, $x = 105 + 16 \Rightarrow x = 121$.

Así, tenemos dos posibles soluciones: $(144, 39)$ y $(121, 16)$. Hagamos la comprobación con la primera ecuación:

- $\sqrt{144} + 39 = 12 + 39 = 51$, con lo que $(144, 39)$ no es solución.
- $\sqrt{121} + 16 = 11 + 16 = 27$, con lo que $(121, 16)$ sí que es solución.