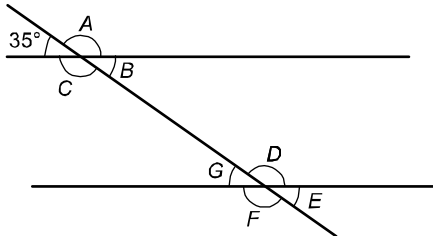


PROBLEMAS MÉTRICOS DEL PLANO

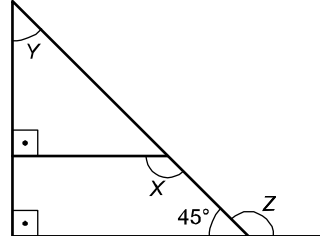
Ejercicio nº 1.-

Calcula la medida de los ángulos desconocidos:

a)



b)



Solución:

$$a) \hat{A} = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

Por ser opuestos por el vértice: $\hat{B} = 35^\circ$ y $\hat{C} = \hat{A} = 145^\circ$

Además, por estar en la misma posición respecto a las dos rectas paralelas, se tiene:

$$\hat{G} = 35^\circ; \quad \hat{F} = \hat{C} = 145^\circ; \quad \hat{E} = \hat{B} = 35^\circ; \quad \hat{D} = \hat{A} = 145^\circ$$

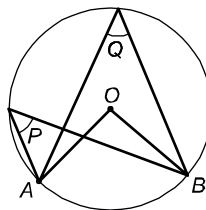
$$b) \hat{Y} = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\hat{Z} = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

$$\hat{X} = \hat{Z} = 135^\circ$$

Ejercicio nº 2.-

Sabiendo que el ángulo $\widehat{AOB} = 94^\circ$, calcula cuanto miden los ángulos $\hat{P}$ y $\hat{Q}$.



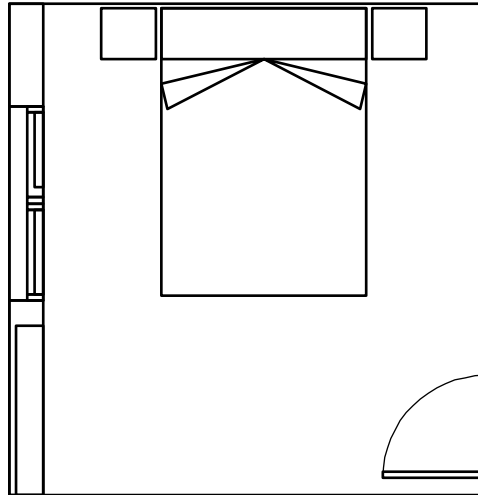
Solución:

$\hat{P} = \hat{Q}$ (abarcan el mismo arco)

$$\hat{P} = \hat{Q} = \frac{\widehat{AOB}}{2} = \frac{94^\circ}{2} = 47^\circ$$

Ejercicio nº 3.-

Maria ha realizado este plano de su habitación a escala 1:50. Calcula las dimensiones reales de la habitación y de la cama.



Solución:

– Dimensiones en el plano de la habitación:

Largo = 6,5 cm

Ancho = 6,3 cm

Dimensiones reales de la habitación:

Largo = $6,5 \cdot 50 = 325 \text{ cm} = 3,25 \text{ m}$

Ancho = $6,3 \cdot 50 = 315 \text{ cm} = 3,15 \text{ m}$

– Dimensiones en el plano de la cama:

Largo = 3,8 cm

Ancho = 2,7 cm

En realidad, las dimensiones de la cama serán:

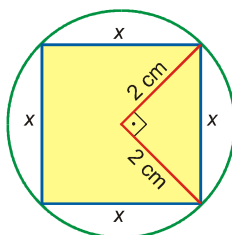
Largo = $3,8 \cdot 50 = 190 \text{ cm} = 1,9 \text{ m}$

Ancho = $2,7 \cdot 50 = 135 \text{ cm} = 1,35 \text{ m}$

Ejercicio nº 4.-

Halla el lado de un cuadrado inscrito en una circunferencia de 2 cm de radio.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$x^2 = 2^2 + 2^2 \rightarrow x^2 = 4 + 4 = 8 \rightarrow x = \sqrt{8} \approx 2,83$$

El lado del cuadrado mide 2,83 cm.

Ejercicio nº 5.-

Clasifica cada uno de estos triángulos en rectángulos, acutángulos u obtusángulos, conociendo las medidas de sus lados:

a) 15 dm, 25 dm y 20 dm

b) 17 cm, 28 cm y 32 cm

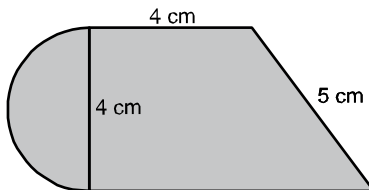
Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a) 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625 \\ 25^2 = 625 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Es rectángulo}$$

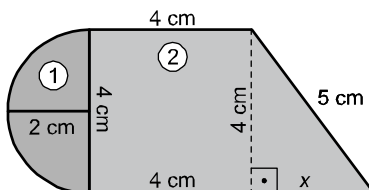
$$\left. \begin{array}{l} b) 17^2 + 28^2 = 289 + 784 = 1073 \\ 32^2 = 1024 \end{array} \right\} \rightarrow 1073 > 1024 \rightarrow \text{Es acutángulo}$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:



– Hallamos el valor de x aplicando el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = x^2 + 4^2 \rightarrow x = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3 \text{ cm}$$

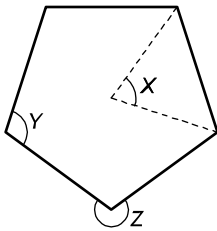
– La base mayor del trapecio medirá $4 + 3 = 7 \text{ cm}$.

- Área de ① = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 2^2}{2} = 2\pi \approx 6,28 \text{ cm}^2$
- Área de ② = $\frac{(B+b) \cdot h}{2} = \frac{(7+4) \cdot 4}{2} = 22 \text{ cm}^2$
- Área total = $6,28 + 22 = 28,28 \text{ cm}^2$

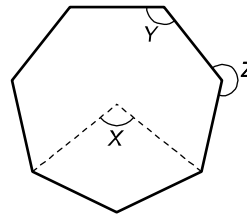
Ejercicio nº 1.-

Halla el valor de $\hat{X}$, $\hat{Y}$, $\hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)



b)



Solución:

a) Pentágono regular:

$$\hat{Y} = \frac{180^\circ \cdot 3}{5} = 108^\circ$$

$$\hat{X} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

$$\hat{Z} = 360^\circ - \hat{Y} = 360^\circ - 108^\circ = 252^\circ$$

b) Heptágono regular:

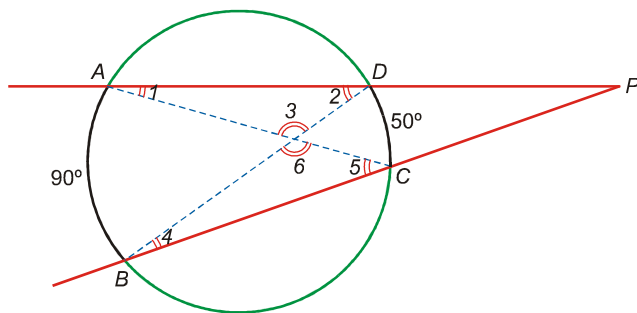
$$\hat{Y} = \frac{180^\circ \cdot 5}{7} \approx 128,57^\circ$$

$$\hat{X} = 2 \cdot \frac{360^\circ}{7} \approx 102,86^\circ$$

$$\hat{Z} = 360^\circ - \hat{Y} = 360^\circ - 128,57^\circ = 231,43^\circ$$

Ejercicio nº 2.-

Halla el valor de los seis ángulos señalados en la figura:



Solución:

$$\textcircled{1} = \textcircled{4} = 25^\circ \text{ (abarcen un arco de } 50^\circ)$$

$$\textcircled{2} = \textcircled{5} = 45^\circ \text{ (abarcen un arco de } 90^\circ)$$

$$\textcircled{3} = \textcircled{6} = 180^\circ - 25^\circ - 45^\circ = 110^\circ$$

Ejercicio nº 3.-

En un libro de biología observamos el dibujo de una célula. Sabemos que su diámetro real es de 10^{-5} m y en el dibujo mide 4 cm.

a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.

b) Una pulga cuyo tamaño es de 2 mm, ¿cuánto medirá si la dibujas con la misma escala?

Solución:

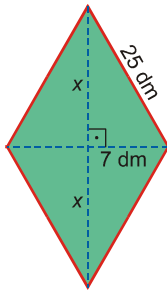
$$\text{a) Escala} = \frac{10^{-5} \text{ m}}{4 \text{ cm}} = \frac{10^{-3} \text{ cm}}{4 \text{ cm}} = 2,5 \cdot 10^{-4} \rightarrow 1 : 2,25 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{b) Medida de la pulga en el dibujo} = \frac{2 \cdot 10^{-1} \text{ cm}}{2,5 \cdot 10^{-4} \text{ cm}} = 0,8 \cdot 10^3 \text{ cm} = 800 \text{ cm} = 8 \text{ m}$$

Ejercicio nº 4.-

El lado de un rombo mide 25 dm, y su diagonal menor mide 14 dm. ¿Cuánto mide la otra diagonal?

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$25^2 = x^2 + 7^2 \rightarrow x^2 = 625 - 49 = 576 \rightarrow x = \sqrt{576} = 24$$

La otra diagonal mide $2x = 48$ dm.

Ejercicio nº 5.-

Indica si los siguientes triángulos son rectángulos, acutángulos u obtusángulos, conociendo las medidas de sus lados:

a) 9 m, 17 m y 15 m

b) 11 cm, 61 cm y 60 cm

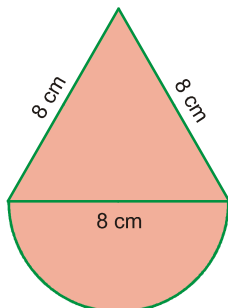
Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 9^2 + 15^2 = 81 + 225 = 306 \\ \quad 17^2 = 289 \end{array} \right\} \rightarrow 306 > 289 \rightarrow \text{Es acutángulo}$$

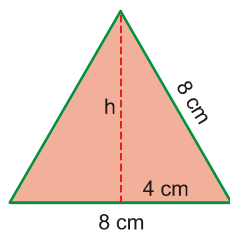
$$\left. \begin{array}{l} b) \ 11^2 + 60^2 = 121 + 3600 = 3721 \\ \quad 61^2 = 3721 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Es rectángulo}$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el área de esta figura:



Solución:



- Hallamos la altura del triángulo equilátero:

$$h = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} \approx 6,93 \text{ cm}$$

- Área del triángulo = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 6,93}{2} = 27,71 \text{ cm}^2$

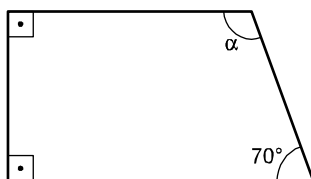
- Área del semicírculo = $\frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{\pi \cdot 4^2}{2} = 8\pi \approx 25,13 \text{ cm}^2$

- Área total = $27,71 + 25,13 = 52,84 \text{ cm}^2$

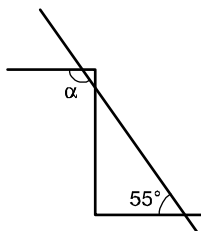
Ejercicio nº 1.-

Halla el valor del ángulo α en cada uno de estos casos:

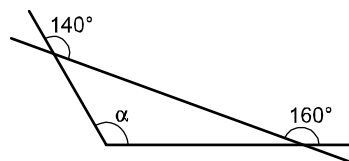
a)



b)



c)

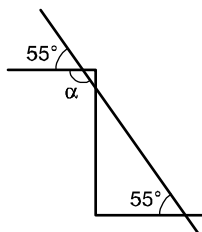


Solución:

a) Polígono de 4 lados $\rightarrow$ la suma de sus ángulos es 360°

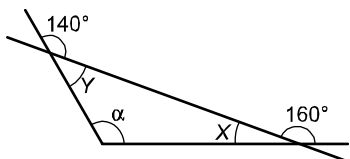
$$\alpha = 360^\circ - 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

b)



$$\alpha = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

c)

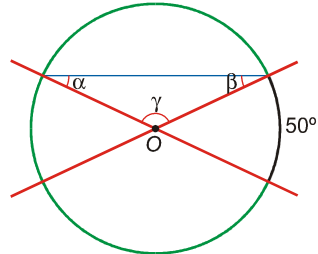


$$\hat{X} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

$$\hat{Y} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

$$\text{Luego: } \alpha = 180^\circ - 20^\circ - 40^\circ = 120^\circ$$

Ejercicio nº 2.-



Di el valor de los ángulos α , β y γ de la figura adjunta.

Solución:

$$\alpha = \beta = 50^\circ : 2 = 25^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

Ejercicio nº 3.-

En un mapa, dos poblaciones aparecen separadas 5,5 cm.

- ¿Cuál será la escala de ese mapa si la distancia real entre ambas poblaciones es de 99 km?
- En ese mismo mapa, ¿cuál será la distancia real entre dos poblaciones que distan 4 cm?

Solución:

- Sabemos que 5,5 cm en el plano equivalen a 99 km en la realidad; para averiguar la escala nos interesa saber: 1 cm en el plano, ¿a cuántos kilómetros equivalen en la realidad?

$$\frac{99 \text{ km}}{5,5 \text{ cm}} = \frac{9900000}{5,5} = 1800000$$

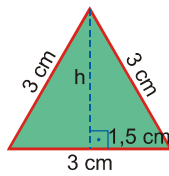
La escala es 1:1 800 000.

- Distancia real = $4 \cdot 1800000 = 7200000 \text{ cm} = 72 \text{ km}$

Ejercicio nº 4.-

Halla la altura de un triángulo equilátero de 3 cm de lado.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$3^2 = h^2 + 1,5^2 \rightarrow h^2 = 9 - 2,25 = 6,75 \rightarrow h = \sqrt{6,75} \approx 2,6$$

La altura mide 2,6 cm.

Ejercicio nº 5.-

Clasifica los siguientes triángulos en rectángulos, acutángulos u obtusángulos, conociendo las medidas de sus lados:

a) 15 cm, 27 cm y 14 cm

b) 14 m, 50 m y 48 m

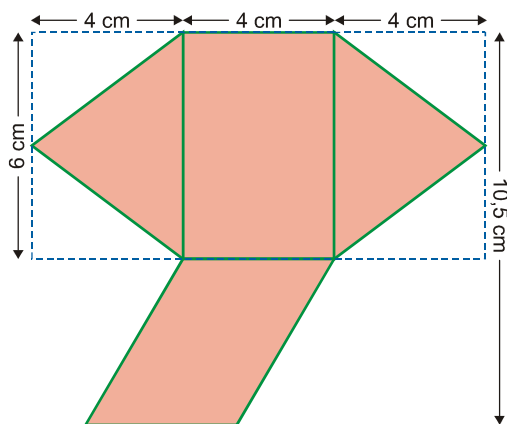
Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a) 15^2 + 14^2 = 225 + 196 = 421 \\ 27^2 = 729 \end{array} \right\} \rightarrow 421 < 729 \rightarrow \text{Es obtusángulo}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) 14^2 + 48^2 = 196 + 2304 = 2500 \\ 50^2 = 2500 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Es rectángulo}$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el área de la siguiente figura:



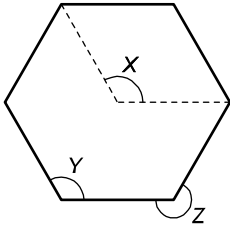
Solución:

- Área del rectángulo = $b \cdot h = 4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$
- Área del triángulo = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12 \text{ cm}^2$
- Área del paralelogramo = $b \cdot h = 4 \cdot (10,5 - 6) = 18 \text{ cm}^2$
- Área total = $24 + 2 \cdot 12 + 18 = 66 \text{ cm}^2$

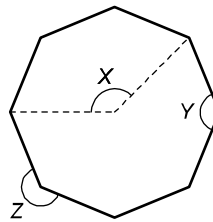
Ejercicio nº 1.-

Calcula el valor de $\hat{X}$, $\hat{Y}$, $\hat{Z}$, en los siguientes polígonos regulares:

a)



b)



Solución:

a) Hexágono regular:

$$\hat{X} = 2 \cdot \frac{360^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\hat{Y} = \frac{180^\circ \cdot 4}{6} = 120^\circ$$

$$\hat{Z} = 360^\circ - \hat{Y} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

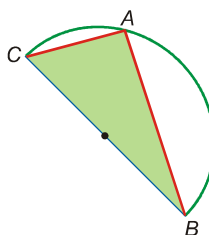
b) Octógono regular:

$$\hat{X} = 3 \cdot \frac{360^\circ}{8} = 135^\circ$$

$$\hat{Y} = \frac{360^\circ \cdot 6}{8} = 135^\circ$$

$$\hat{Z} = 360^\circ - \hat{Y} = 360^\circ - 135^\circ = 225^\circ$$

Ejercicio nº 2.-



Tenemos un triángulo inscrito en una semicircunferencia como muestra la figura. Sabiendo que el arco $\widehat{AC} = 40^\circ$, halla los siguientes ángulos :

- a) $\widehat{CBA}$
- b) $\widehat{CAB}$
- c) $\widehat{ACB}$

Solución:

- a) $\widehat{CBA} = 40^\circ : 2 = 20^\circ$
- b) $\widehat{CAB} = 90^\circ$ por estar inscrito en una semicircunferencia
- c) $\widehat{ACB} = 180^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

Ejercicio nº 3.-

Los lados de un terreno triangular miden 210 m, 170 m y 100 m. Se hace un mapa del terreno a escala y el lado más grande mide 4,2 cm.

- a) Calcula la escala con la que ha sido dibujada.
- b) Halla la medida en el mapa de los restantes lados.

Solución:

a) Escala = $\frac{210 \text{ m}}{4,2 \text{ cm}} = \frac{21000}{4,2} = 5000 \rightarrow 1:5000$

- b) Medida en el mapa de los otros dos lados:

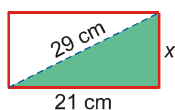
$$\frac{170 \text{ m}}{5000 \text{ cm}} = \frac{170000 \text{ cm}}{5000 \text{ cm}} = 3,4 \text{ cm}$$

$$\frac{10000 \text{ cm}}{5000 \text{ cm}} = 2 \text{ cm}$$

Ejercicio nº 4.-

Halla la altura de un rectángulo cuya base mide 21 cm y su diagonal, 29 cm.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$29^2 = x^2 + 21^2 \rightarrow x^2 = 841 - 441 = 400 \rightarrow x = \sqrt{400} = 20$$

La altura mide 20 cm.

Ejercicio nº 5.-

Conociendo las medidas de sus lados, di si los siguientes triángulos son rectángulos, acutángulos u obtusángulos:

a) 20 cm, 29 cm y 21 cm

b) 32 m, 24 m y 18 m

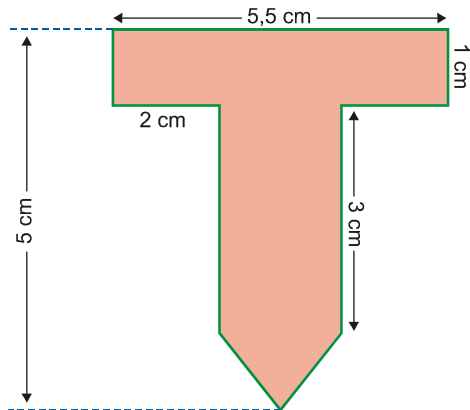
Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a) 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841 \\ 29^2 = 841 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Es rectángulo}$$

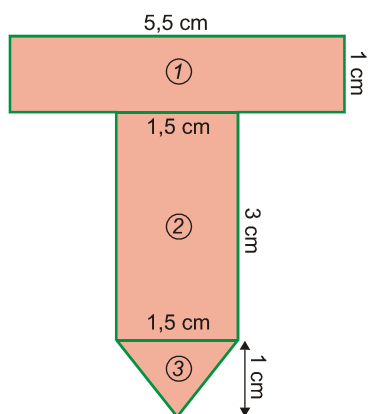
$$\left. \begin{array}{l} b) 24^2 + 18^2 = 576 + 324 = 900 \\ 32^2 = 1024 \end{array} \right\} \rightarrow 900 < 1024 \rightarrow \text{Es obtusángulo}$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el área de la siguiente figura:



Solución:

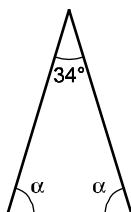


- Área de ① = $b \cdot h = 5,5 \cdot 1 = 5,5 \text{ cm}^2$
- Área de ② = $b \cdot h = 1,5 \cdot 3 = 4,5 \text{ cm}^2$
- Área de ③ = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{1,5 \cdot 1}{2} = 0,75 \text{ cm}^2$
- Área total = $5,5 + 4,5 + 0,75 = 10,75 \text{ cm}^2$

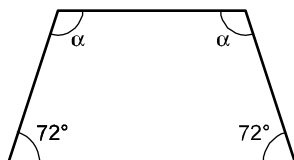
Ejercicio nº 1.-

En los siguientes polígonos, halla la media del ángulo α :

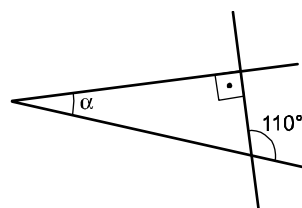
a)



b)



c)



Solución:

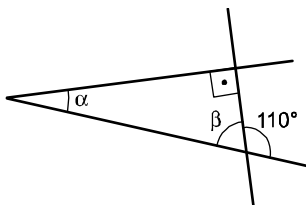
a) Triángulo isósceles:

$$2\alpha + 34^\circ = 180^\circ \rightarrow 2\alpha = 146^\circ \rightarrow \alpha = 73^\circ$$

b) Polígono de cuatro lados (trapezio, en este caso):

$$2\alpha + 2 \cdot 72^\circ = 360^\circ \rightarrow \alpha + 72^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 108^\circ$$

c)

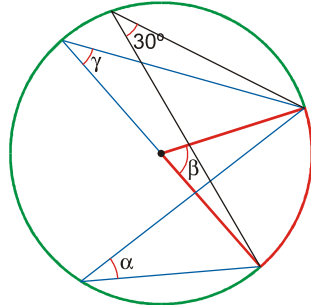


$$\beta = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$$\alpha = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$$

Ejercicio nº 2.-

¿Cuánto miden los ángulos α , β y γ de la siguiente figura?

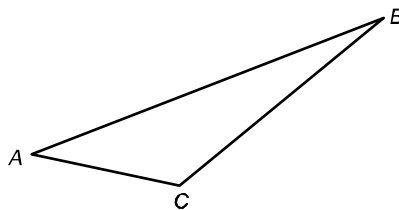


Solución:

$\alpha = 30^\circ$ y $\gamma = 30^\circ$ (abarcen el mismo arco)
 $\beta = 2 \cdot 30^\circ = 60^\circ$

Ejercicio nº 3.-

Un arquitecto ha hecho el siguiente plano a escala 1:80 de un terreno destinado a jardín:



Mide sobre el plano $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ y calcula las dimensiones reales del jardín.

Solución:

Midiendo en el plano se obtiene $\overline{AC} = 2$ cm, $\overline{BC} = 3,5$ cm y $\overline{AB} = 5$ cm.

Las dimensiones reales son:

$$\overline{AB} = 5 \cdot 80 = 400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$$

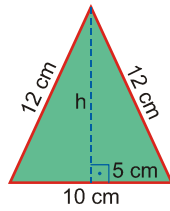
$$\overline{BC} = 3,5 \cdot 80 = 280 \text{ cm} = 2,8 \text{ m}$$

$$\overline{AC} = 2 \cdot 80 = 160 \text{ cm} = 1,6 \text{ m}$$

Ejercicio nº 4.-

En un triángulo isósceles, la base mide 10 cm y los otros dos lados miden 12 cm cada uno. Halla la altura correspondiente al lado desigual.

Solución:



Aplicamos el teorema de Pitágoras:

$$12^2 = h^2 + 5^2 \rightarrow h^2 = 144 - 25 = 119 \rightarrow h = \sqrt{119} \approx 10,91$$

La altura mide 10,91 cm.

Ejercicio nº 5.-

A partir de las medidas de sus lados, clasifica los siguientes triángulos en rectángulos, acutángulos y obtusángulos:

a) 37 m, 25 m y 18 m

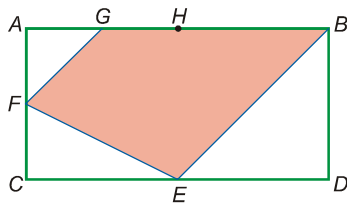
b) 8 cm, 17 cm y 15 cm

Solución:

$$\left. \begin{array}{l} a) \ 25^2 + 18^2 = 625 + 324 = 949 \\ \quad 37^2 = 1369 \end{array} \right\} \rightarrow 949 < 1369 \rightarrow \text{Es obtusángulo}$$

$$\left. \begin{array}{l} b) \ 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 \\ \quad 17^2 = 289 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Es rectángulo}$$

Ejercicio nº 6.-



Halla el área de la parte coloreada de la figura, sabiendo que:

E es el punto medio de CD .

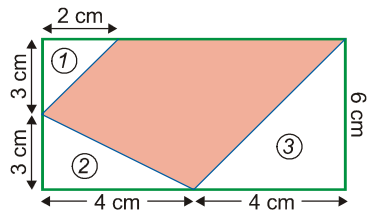
F es el punto medio de AC .

H es el punto medio de AB .

G es el punto medio de AH .

$\overline{AB} = 8 \text{ cm}$ y $\overline{BD} = 6 \text{ cm}$

Solución:



- Área del rectángulo = $b \cdot h = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$
- Área de ① = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{2 \cdot 3}{2} = 3 \text{ cm}^2$
- Área de ② = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$
- Área de ③ = $\frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}^2$
- Área de la parte coloreada = $48 - 3 - 6 - 6 = 33 \text{ cm}^2$