

A1.- a) Calcula y simplifica: $\sqrt[4]{72 x^4 y^4 z^6} : \frac{9 x y^2 z^3}{2 x^5 b^6 z^5}$

b) Calcular en función de h, la $\sec (290^\circ)$ sabiendo que $\sin 20^\circ = h$

A2.- a) Dado $A = \frac{x^4 \cdot \sqrt[5]{y^3}}{8 \cdot \sqrt[7]{z^5}}$ calcular $\log_2 A$

b) Sabiendo que $\log_5 m = k$ calcular:

$$\log_5 \frac{m}{125} - \log_5 \frac{625}{\sqrt[7]{m^4}} + \log_5 (25m)$$

A3.- a) Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\sin 2a \cdot \cos a}{\sin a \cdot (1 + \cos 2a)} = 1$

b) Transformar en productos las expresiones:

b1) $\sin \frac{\pi}{3} + \sin \frac{\pi}{5}$

b2) $\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{9}$

A4.- a) Representar en la recta real: $\sqrt{58}$

b) Calcular el valor de:

$$\log (\sqrt[7]{0,00001}) + \ln \frac{1}{e^3} + \log_3 \left(\sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{\frac{1}{3}}} : \sqrt[3]{27} \right)$$

B1.- En un triángulo ABC conocemos $a = 4\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$ y el ángulo $B = 30^\circ$. Indica el valor de los elementos que faltan así como el área o áreas obtenidas.

B2.- Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50km. Se miden los ángulos $\hat{BAC} = 46^\circ$ y $\hat{BCA} = 53^\circ$. Calcula la distancia hasta el barco desde ambas estaciones.

B3.- a) Calcula las siguientes razones trigonométricas utilizando la siguiente tabla:

	0°	30°	45°	60°	90°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	No definido

i) $\text{sen } 210^\circ$

ii) $\text{cotg } 315^\circ$

iii) $\text{sec } 120^\circ$

b) Racionaliza: $\frac{\sqrt{3+a}}{\sqrt{3+a}-\sqrt{3-a}}$

4.- a) Desarrolla la siguiente expresión: $2 - |x - 2| - |4 - x|$

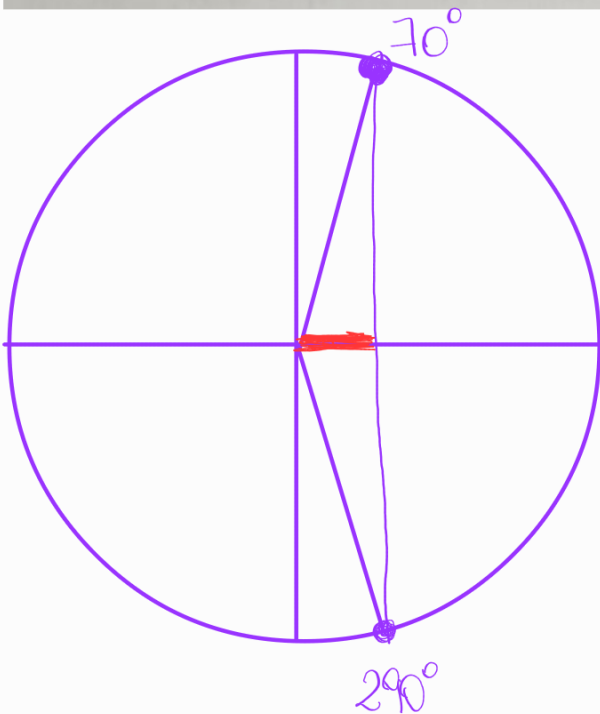
b) Simplifica utilizando las propiedades de las potencias: $\frac{(-20)^{-3} \cdot \left(\frac{-1}{12}\right)^{-4} \cdot 15^5}{\sqrt{(8 \cdot 18)}}$

A1.- a) Calcula y simplifica:

$$\sqrt[4]{72 x^4 y^4 z^6 : \frac{9 x y^2 z^3}{2 x^5 b^6 z^5}} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt[4]{72 x^4 y^4 z^6 \circ \frac{9}{2} x^{-4} y^{-2} b^6 z^{-2}} = \\
 &= \sqrt[4]{\frac{144}{9} x^8 y^2 b^6 z^8} = \sqrt[4]{16 x^8 y^2 b^6 z^8} = \\
 &= 2 x^2 z^2 \cdot \sqrt[4]{y^2 b^6} = 2 x^2 z^2 \sqrt{y \cdot b^3} = \\
 &= \boxed{2 x^2 z^2 b \sqrt{y b}}
 \end{aligned}$$

b) Calcular en función de h, la $\sec(290^\circ)$ sabiendo que $\sin 20^\circ = h$



$$\begin{aligned}
 \sec 290^\circ &= \frac{1}{\cos 290^\circ} = \frac{1}{\cos 70^\circ} \\
 &= \frac{1}{\sin 20^\circ} = \boxed{\frac{1}{h}} \\
 &\text{por ser ángulos complementarios}
 \end{aligned}$$

A2.- a) Dado $A = \frac{x^4 \cdot \sqrt[5]{y^3}}{8 \cdot \sqrt[7]{z^5}}$ calcular $\log_2 A$

$$\begin{aligned}\log_2 A &= \log_2 \frac{x^4 \cdot \sqrt[5]{y^3}}{8 \cdot \sqrt[7]{z^5}} = \log_2 (x^4 \cdot y^{3/5}) - \log_2 (8 \cdot z^{5/7}) \\ &= \log_2 x^4 + \log_2 y^{3/5} - \left(\log_2 8 + \log_2 z^{5/7} \right) = \\ &= \boxed{4 \log_2 x + \frac{3}{5} \log_2 y - 3 - \frac{5}{7} \log_2 z}\end{aligned}$$

b) Sabiendo que $\log_5 m = k$ calcular:

$$\log_5 \frac{m}{125} - \log_5 \frac{625}{\sqrt[7]{m^4}} + \log_5 (25m) = (*)$$

$$\log_5 \frac{m}{125} = \log_5 m - \log_5 125 = \underline{k - 3}$$

$$\begin{aligned}\log_5 \frac{625}{\sqrt[7]{m^4}} &= \log_5 625 - \log_5 m^{4/7} = \\ &= 4 - \frac{4}{7} \log_5 m = \underline{4 - \frac{4}{7} k}\end{aligned}$$

$$\log_5 25m = \log_5 25 + \log_5 m = \underline{2 + k}$$

$$\begin{aligned}(*) &= k - 3 - \left(4 - \frac{4}{7} k\right) + 2 + k = 2k - 1 - 4 + \frac{4}{7} k = \\ &= \boxed{\frac{18}{7} k - 5}\end{aligned}$$

A3.- a) Demuestra la siguiente igualdad trigonométrica: $\frac{\operatorname{sen} 2a \cdot \cos a}{\operatorname{sen} a \cdot (1 + \cos 2a)} = 1$

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} 2a \cdot \cos a}{\operatorname{sen} a \cdot (1 + \cos 2a)} &= \frac{2 \cancel{\operatorname{sen} a} \cos a \cos a}{\cancel{\operatorname{sen} a} \cdot \left(1 + \underbrace{\cos^2 a - \operatorname{sen}^2 a}_{\cos^2 a}\right)} = \\ &= \frac{2 \cos^2 a}{\cos^2 a + \cos^2 a} = \frac{\cancel{2} \cos^2 a}{\cancel{2} \cos^2 a} = \boxed{1} \end{aligned}$$

b) Transformar en productos las expresiones:

b1) $\operatorname{sen} \frac{\pi}{3} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{5}$

b2) $\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{9}$

b1) $\operatorname{sen} \frac{\pi}{3} + \operatorname{sen} \frac{\pi}{5} = \operatorname{sen} 60^\circ + \operatorname{sen} 36^\circ =$

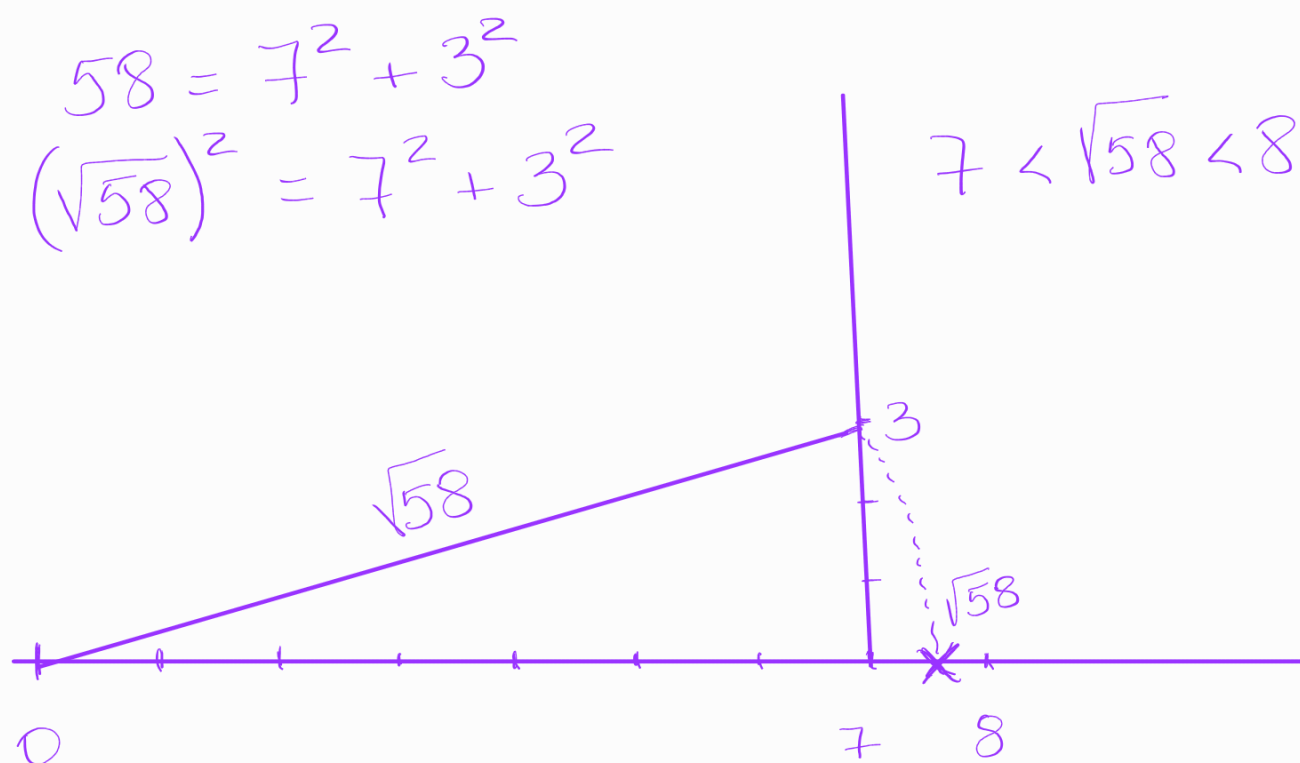
$$= 2 \operatorname{sen} \frac{60^\circ + 36^\circ}{2} \cos \frac{60^\circ - 36^\circ}{2} =$$

$$= 2 \operatorname{sen} \frac{96^\circ}{2} \cdot \cos \frac{24^\circ}{2} = \boxed{2 \operatorname{sen} 48^\circ \cdot \cos 12^\circ}$$

b2) $\cos \frac{\pi}{3} - \cos \frac{\pi}{9} = \cos 60^\circ - \cos 20^\circ =$

$$= -2 \operatorname{sen} \frac{60^\circ + 20^\circ}{2} \operatorname{sen} \frac{60^\circ - 20^\circ}{2} = \boxed{-2 \operatorname{sen} 40^\circ \operatorname{sen} 20^\circ}$$

A4.- a) Representar en la recta real: $\sqrt{58}$



b) Calcular el valor de:

$$\log (\sqrt[7]{0,00001}) + \ln \frac{1}{e^3} + \log_3 \left(\sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{\frac{1}{3}} : \sqrt[3]{27}} \right) = (*)$$

$$\log (\sqrt[7]{0,00001}) = \log \sqrt[7]{10^{-5}} = \log 10^{-\frac{5}{7}} = \underline{\underline{-\frac{5}{7}}}$$

$$\ln \frac{1}{e^3} = \ln e^{-3} = \underline{\underline{-3}}$$

$$\log_3 \left(\sqrt{\sqrt{\frac{1}{3}}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{\frac{1}{3}} : \sqrt[3]{27}} \right) = \log_3 \left(\sqrt[4]{3^{-1}} \cdot \sqrt[5]{\sqrt{3^{-1}} : 3} \right)$$

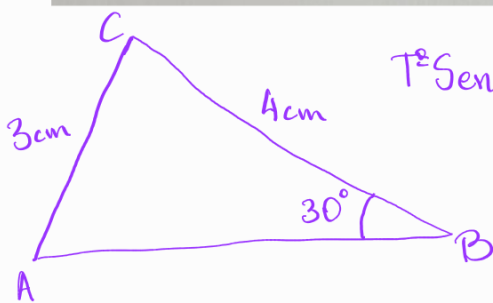
$$= \log_3 \left(3^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[5]{3^{-\frac{1}{2}} : 3} \right) = \log_3 \left(3^{-\frac{1}{4}} \cdot \sqrt[5]{3^{-\frac{3}{2}}} \right) =$$

$$= \log_3 \left(3^{-\frac{1}{4}} \cdot \left(3^{-\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{5}} \right) = \log_3 \left(3^{-\frac{1}{4}} \cdot 3^{-\frac{3}{10}} \right) =$$

$$= \log_3 3^{-\frac{1}{4} - \frac{3}{10}} = \log_3 3^{-\frac{5-6}{20}} = \log_3 3^{-\frac{11}{20}} = -\frac{11}{20}$$

$$(*) = -\frac{5}{7} - 3 - \frac{11}{20} = \frac{-100 - 420 - 77}{140} = \boxed{\frac{-597}{140}}$$

B1.- En un triángulo ABC conocemos $a = 4\text{cm}$, $b = 3\text{cm}$ y el ángulo $B = 30^\circ$. Indica el valor de los elementos que faltan así como el área o áreas obtenidas.



$$\text{TSeno: } \frac{b}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} \Rightarrow \frac{3}{\sin 30^\circ} = \frac{4}{\sin A} \Rightarrow \sin A = \frac{4 \cdot \sin 30^\circ}{3}$$

$$\sin A = \frac{4 \cdot \frac{1}{2}}{3} = \frac{2}{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \arcsin \frac{2}{3} = \begin{cases} A_1 = 41,81^\circ \\ A_2 = 180 - 41,81 = 138,19^\circ \end{cases}$$

$$C_1 = 180 - 30 - A_1 = 150^\circ - 41,81^\circ = 108,19^\circ$$

$$C_2 = 180 - 30 - A_2 = 150^\circ - 138,19^\circ = 11,81^\circ$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c_1}{\sin C_1} \Rightarrow c_1 = \frac{b \cdot \sin 108,19^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \cdot 0,95}{\frac{1}{2}} = \frac{2,85}{\frac{1}{2}} = 5,70 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{\sin B} = \frac{c_2}{\sin C_2} \Rightarrow c_2 = \frac{b \cdot \sin 11,81^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{3 \cdot 0,204}{\frac{1}{2}} = \frac{0,612}{\frac{1}{2}} = 1,224 \text{ cm}$$

COMPROBACIÓN:

$$\Delta_1 \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \\ c_1 = 5,7 \end{cases} \quad \begin{matrix} A_1 = 41,81^\circ \\ B = 30^\circ \\ C_1 = 108,19^\circ \end{matrix}$$

$$b < a < c_1 \Rightarrow 30^\circ < 41,81^\circ < 108,19^\circ$$

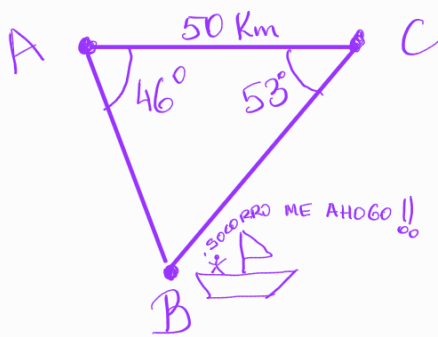
SÍ es SOLUCIÓN

$$\Delta_2 \begin{cases} a=4 \\ b=3 \\ c_2=1,224 \end{cases} \quad \begin{matrix} A_2=138,19^\circ \\ B=30^\circ \\ C_2=11,81^\circ \end{matrix} \quad \underbrace{c_2 < b < a \Rightarrow 11,81^\circ < 30^\circ < 138,19^\circ}_{\text{SÍ es SOLUCIÓN}}$$

$$\text{Area } \Delta_1: S_{\Delta_1} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin C_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin 108,19^\circ = 6 \cdot \sin 108,19^\circ = \boxed{5,7 \text{ cm}^2}$$

$$\text{Area } \Delta_2: S_{\Delta_2} = \frac{1}{2} ab \sin C_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 \cdot \sin 11,81^\circ = 6 \cdot \sin 11,81^\circ = \boxed{1,23 \text{ cm}^2}$$

B2.- Un barco B pide socorro y se reciben sus señales en dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50km. Se miden los ángulos $\hat{B}\hat{A}C = 46^\circ$ y $\hat{B}\hat{C}A = 53^\circ$. Calcula la distancia hasta el barco desde ambas estaciones.



$$\hat{B} = 180^\circ - \hat{A} - \hat{C} = 180^\circ - 46^\circ - 53^\circ = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$$

$$\frac{\overline{BA}}{\sin 53^\circ} = \frac{50}{\sin 81^\circ} \Rightarrow \boxed{\overline{BA} = \frac{50 \cdot \sin 53^\circ}{\sin 81^\circ} = 40,43 \text{ Km}}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\sin 46^\circ} = \frac{50}{\sin 81^\circ} \Rightarrow \boxed{\overline{BC} = \frac{50 \cdot \sin 46^\circ}{\sin 81^\circ} = 36,415 \text{ Km}}$$

B3.- a) Calcula las siguientes razones trigonométricas utilizando la siguiente tabla:

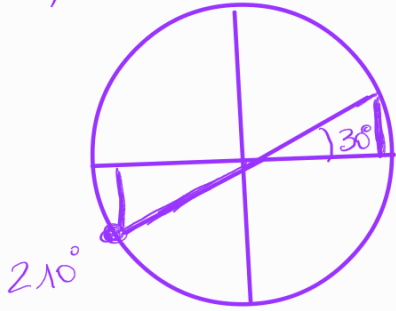
	0°	30°	45°	60°	90°
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	No definido

i) $\sin 210^\circ$

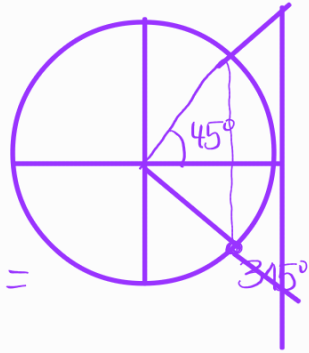
ii) $\cotg 315^\circ$

iii) $\sec 120^\circ$

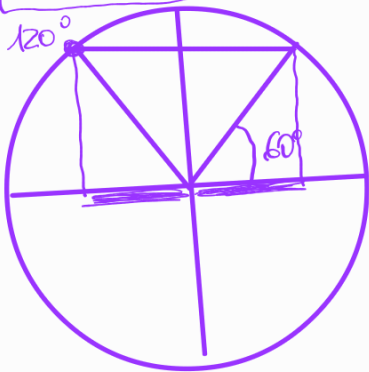
$$i) \sin 210^\circ = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$$



$$ii) \cotg 315^\circ = \frac{1}{\tan 315^\circ} = \frac{1}{-\tan 45^\circ} = \frac{1}{-1} = -1$$



$$iii) \sec 120^\circ = \frac{1}{\cos 120^\circ} = \frac{1}{-\cos 60^\circ} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$$



b) Racionaliza:

$$\frac{\sqrt{3+a}}{\sqrt{3+a}-\sqrt{3-a}}$$

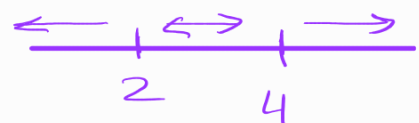
$$= \frac{\sqrt{3+a} \cdot (\sqrt{3+a} + \sqrt{3-a})}{(\sqrt{3+a}-\sqrt{3-a})(\sqrt{3+a}+\sqrt{3-a})} =$$

$$= \frac{\sqrt{3+a} \cdot (\sqrt{3+a} + \sqrt{3-a})}{3+a - (3-a)} = \frac{3+a + \sqrt{3^2-a^2}}{2a} = \boxed{\frac{3+a+\sqrt{9-a^2}}{2a}}$$

4.- a) Desarrolla la siguiente expresión: $2 - |x-2| - |4-x|$

$$|x-2| = \begin{cases} x-2 & \text{si } x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \\ -x+2 & \text{si } x-2 < 0 \rightarrow x < 2 \end{cases}$$

$$|4-x| = \begin{cases} 4-x & \text{si } 4-x \geq 0 \rightarrow 4 \geq x \rightarrow x \leq 4 \\ -4+x & \text{si } 4-x < 0 \Rightarrow 4 < x \rightarrow x > 4 \end{cases}$$



$$2 - |x-2| - |4-x| = \begin{cases} 2 - (-x+2) - (4-x) & \text{si } x < 2 \\ 2 - (x-2) - (4-x) & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 2 - (x-2) - (-4+x) & \text{si } x > 4 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} \cancel{2} + x - \cancel{2} - 4 + x & \text{si } x < 2 \\ 2 - \cancel{x} + 2 - 4 + \cancel{x} & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ 2 - x + 2 + 4 - x & \text{si } x > 4 \end{cases} = \begin{cases} 2x - 4 & \text{si } x < 2 \\ 0 & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -2x + 8 & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

b) Simplifica utilizando las propiedades de las potencias: $\frac{(-20)^{-3} \cdot \left(\frac{-1}{12}\right)^{-4} \cdot 15^5}{\sqrt{(8 \cdot 18)}} =$

$$= \frac{-(2^2 \cdot 5)^{-3} \cdot (2^2 \cdot 3)^4 \cdot (5 \cdot 3)^5}{\sqrt{2^3 \cdot 2 \cdot 3^2}} = \frac{-2^{-6} \cdot 5^{-3} \cdot 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^5 \cdot 3^5}{\sqrt{2^4 \cdot 3^2}}$$

$$= \frac{-2^2 \cdot 3^9 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3} = -\underbrace{2^0}_1 \cdot 3^8 \cdot 5^2 = \boxed{-3^8 \cdot 5^2}$$