

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1 - \frac{2x-3}{4} \leq \frac{x}{2} - \frac{4x-1}{6}$$

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{x^2-2}{2} - \frac{3x-1}{5} + x > 2$$

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3}{4} \leq x - \frac{3-2x}{10} \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases}$$

4. **[5 puntos; 1 punto por apartado]** Dados los puntos $A(-4,-1)$, $B(1,4)$, $C(6,-1)$ y las rectas $r \equiv 2x - y - 8 = 0$

y $s \equiv \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 1 + 7\lambda \end{cases}$ hallar:

- El módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.
 - La pendiente de la recta que pasa por A y por B y el ángulo que forma con el eje X .
 - La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C .
 - La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r .
 - La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C .
5. **[1,5 puntos]** Halla la distancia del punto $P(3,3)$ a la recta $r \equiv x - 2y - 2 = 0$.

Soluciones

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1 - \frac{2x-3}{4} \leq \frac{x}{2} - \frac{4x-1}{6} \Rightarrow 12 - 3(2x-3) \leq 6x - 2(4x-1) \Rightarrow 12 - 6x + 9 \leq 6x - 8x + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -6x - 6x + 8x \leq 2 - 12 - 9 \Rightarrow -4x \leq -19 \Rightarrow x \geq \frac{-19}{-4} \Rightarrow x \geq \frac{19}{4}.$$

La solución en forma de intervalo es: $x \in \left[\frac{19}{4}, +\infty \right)$.

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{x^2-2}{2} - \frac{3x-1}{5} + x > 2 \Rightarrow 5(x^2-2) - 2(3x-1) + 10x > 20 \Rightarrow 5x^2 - 10 - 6x + 2 + 10x > 20 \Rightarrow 5x^2 + 4x - 28 > 0$$

Resolvamos la ecuación de segundo grado para hallar las raíces del polinomio:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-28)}}{2 \cdot 5} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 560}}{10} = \frac{-4 \pm \sqrt{576}}{10} = \frac{-4 \pm 24}{10} = \begin{cases} x_1 = \frac{-4+24}{10} = 2 \\ x_2 = \frac{-4-24}{10} = -\frac{28}{10} = -\frac{14}{5} \end{cases}$$

De este modo, la inecuación es equivalente a esta otra: $5(x-2)\left(x+\frac{14}{5}\right) > 0$. Para resolverla confeccionamos

una tabla y estudiamos el signo de la expresión $5(x-2)\left(x+\frac{14}{5}\right)$ en cada intervalo:

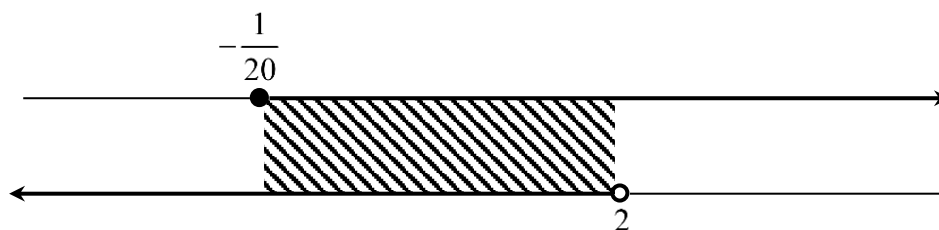
$\left(-\infty, -\frac{14}{5}\right)$	$\left(-\frac{14}{5}, 2\right)$	$(2, +\infty)$
+	-	+

Como lo que nos interesan son las partes positivas, la solución de la inecuación es: $x \in \left(-\infty, -\frac{14}{5}\right) \cup (2, +\infty)$.

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{3}{4} \leq x - \frac{3-2x}{10} \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4(x+2) - 15 \leq 20x - 2(3-2x) \\ 2 - (4-9x) < 6+5x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+8-15 \leq 20x-6+4x \\ 2-4+9x < 6+5x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -20x \leq 1 \\ 4x < 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{1}{20} \\ x < 2 \end{cases}. \text{ La solución gráfica del sistema de inecuaciones la podemos representar así:}$$



La solución en forma de intervalo es: $x \in \left[-\frac{1}{20}, 2\right)$.

4. [5 puntos; 1 punto por apartado] Dados los puntos $A(-4, -1)$, $B(1, 4)$, $C(6, -1)$ y las rectas $r \equiv 2x - y - 8 = 0$

$$y \text{ y } s \equiv \begin{cases} x = -2 - 3\lambda \\ y = 1 + 7\lambda \end{cases} \text{ hallar:}$$

a) El módulo del vector $\overrightarrow{AB}$.

$$\overrightarrow{AB} = (1 - (-4), 4 - (-1)) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (5, 5). \text{ Por tanto: } |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} \cong 7,07 \text{ uds.}$$

b) La pendiente de la recta que pasa por A y por B y el ángulo que forma con el eje X .

El vector director de la recta que pasa por A y por B es precisamente $\overrightarrow{AB} = (5, 5)$. Por tanto, la pendiente de

la recta que pasa por A y por B es $m = \frac{5}{5} \Rightarrow m = 1$. Si llamamos α al ángulo que esta recta forma con el eje

X , tenemos que $m = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow 1 = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow \alpha = \arctg 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$.

c) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C .

Un vector director de la recta que pasa por los puntos B y C es $\overrightarrow{BC} = (5, -5)$. Por tanto, la ecuación continua

de la recta que pasa por los puntos B y C es $\frac{x-1}{5} = \frac{y-4}{-5}$. Para la ecuación explícita despejamos y :

$$y - 4 = \frac{-5(x-1)}{5} \Rightarrow y - 4 = -x + 1 \Rightarrow y = -x + 5$$

d) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r .

Un vector director de r es $\vec{u} = (-B, A) \Rightarrow \vec{u} = (1, 2)$. Por tanto, la recta que se pide es $\frac{x+4}{1} = \frac{y+1}{2}$.

Pasándola a forma general: $2x + 8 = y + 1 \Rightarrow 2x - y + 7 = 0$.

e) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C .

Un vector director de la recta s es $\vec{u} = (-3, 7)$. Un vector perpendicular a $\vec{u}$ es $\vec{v} = (7, 3)$. Entonces, la

ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C es $\frac{x-6}{7} = \frac{y+1}{3}$

5. [1,5 puntos] Halla la distancia del punto $P(3, 3)$ a la recta $r \equiv x - 2y - 2 = 0$.

Para hallar la distancia del punto P a la recta r , $d(P, r)$, tenemos que calcular primero la recta s , perpendicular a r , que pasa por $P(-5, -2)$. Esta perpendicular cortará a r en un punto Q . Entonces $d(P, r) = d(P, Q)$.

Ecuación de s , perpendicular a r , que pasa por P : $\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{-2} \Rightarrow -2x + 6 = y - 3 \Rightarrow 2x + y - 9 = 0$.

Punto Q de corte de r y s : $\begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ 2x + y - 9 = 0 \end{cases} \times 2 \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - 2 = 0 \\ 4x + 2y - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow 5x - 20 = 0 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow Q(4, 1)$.

Entonces $d(P, r) = d(P, Q) = \sqrt{(4-3)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5} \cong 2,24 \text{ uds.}$