

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3}$$

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6}$$

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{cases}$$

4. **[5 puntos; 1 punto por apartado]** Dados el punto $A(3, -4)$, el vector $\vec{u} = (1, -1)$ y las rectas $r \equiv 2y = -x + 2$ y

$$s \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases} \text{ hallar:}$$

- La pendiente de la recta r , su ordenada en el origen y el ángulo que forma con el eje X .
 - De manera razonada, decidir la posición relativa de las rectas r y s . Si son secantes calcular el punto de corte.
 - La ecuación explícita de la recta que tiene la dirección de $\vec{u}$ y pasa por el punto A .
 - La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es perpendicular a s .
 - La ecuación punto-pendiente de la recta paralela a s que pasa por el punto A .
5. **[1,5 puntos]** Dado el triángulo de vértices $A(0, 2)$, $B(4, -2)$ y $C(3, 3)$, hallar la altura correspondiente al lado $\overline{AB}$ y el área del triángulo. **Nota:** la altura es la perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.

Soluciones

1. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de primer grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$1 - \frac{3x-7}{5} > \frac{5x+4}{15} - \frac{x-1}{3} \Rightarrow 15 - 3(3x-7) > 5x+4 - 5(x-1) \Rightarrow 15 - 9x + 21 > 5x+4 - 5x+5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -9x - 5x + 5x > 4 + 5 - 15 - 21 \Rightarrow -9x > -27 \Rightarrow x < \frac{-27}{-9} \Rightarrow x < 3. \text{ Solución: } x \in (-\infty, 3).$$

2. **[1 punto]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado. Escribe la solución en forma de intervalo.

$$\frac{(x+2)(x-2)}{4} - \frac{(x-3)^2}{3} \geq \frac{x(11-x)}{6} \Rightarrow \frac{x^2-4}{4} - \frac{x^2-6x+9}{3} \geq \frac{11x-x^2}{6} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3(x^2-4) - 4(x^2-6x+9) \geq 2(11x-x^2) \Rightarrow 3x^2-12-4x^2+24x-36 \geq 22x-2x^2 \Rightarrow x^2+2x-48 \geq 0$$

Las raíces del polinomio de segundo grado son $x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+192}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{-2 \pm 14}{2} = \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -8 \end{cases}$

Entonces la inecuación es equivalente a $(x-6)(x+8) \geq 0$. Elaboremos una tabla para decidir la solución.

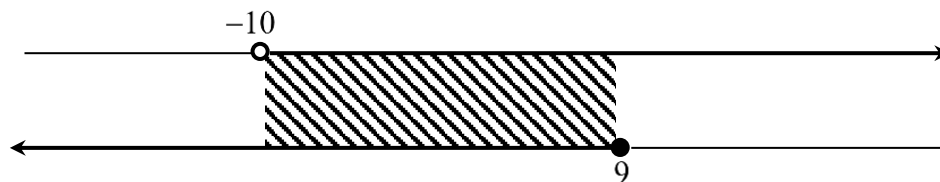
$(-\infty, -8)$	$(-8, 6)$	$(6, +\infty)$
+	-	+

Por tanto, la solución es $x \in (-\infty, -8] \cup [6, +\infty)$.

3. **[1,5 puntos]** Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa la solución gráficamente y en forma de intervalo.

$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{6-x}{4} < x+1 \\ 3 - \frac{5x-1}{10} \geq \frac{x-1}{5} - \frac{x-3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - (6-x) < 4x+4 \\ 30 - (5x-1) \geq 2(x-1) - 5(x-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-6+x < 4x+4 \\ 30-5x+1 \geq 2x-2-5x+15 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x+x-4x < 4+6 \\ -5x-2x+5x \geq -2+15-30-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x < 10 \\ -2x \geq -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -10 \\ x \leq 9 \end{cases} . \text{ La solución gráfica es la siguiente:}$$



La solución en forma de intervalo es $x \in (-10, 9]$.

4. **[5 puntos; 1 punto por apartado]** Dados el punto $A(3, -4)$, el vector $\vec{u} = (1, -1)$ y las rectas $r \equiv 2y = -x + 2$ y

$$s \equiv \begin{cases} x = -2\lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases} \text{ hallar:}$$

- a) La pendiente de la recta r , su ordenada en el origen y el ángulo que forma con el eje X .

$2y = -x + 2 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1$. Por tanto, la pendiente es $m = -\frac{1}{2}$ y la ordenada en el origen es $n = 1$. Si α es el ángulo que la recta forma con el eje X , sabemos que $m = \operatorname{tg} \alpha$. Entonces:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = -26,57^\circ \Rightarrow \alpha = 153,43^\circ.$$

b) De manera razonada, decidir la posición relativa de las rectas r y s . Si son secantes calcular el punto de corte.

La ecuación general de r es $x + 2y - 2 = 0$ y la de s es $\frac{x}{-2} = \frac{y-1}{-1} \Rightarrow -x = -2y + 2 \Rightarrow x - 2y + 2 = 0$. Como

$\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-2}$, entonces las rectas son secantes. Hallemos el punto de corte resolviendo el sistema correspondiente:

$$\begin{cases} x + 2y - 2 = 0 \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow 4y - 4 = 0 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 0. \text{ Por tanto, el punto de corte es el } (0,1).$$

c) La ecuación explícita de la recta que tiene la dirección de $\vec{u}$ y pasa por el punto A .

$$\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-1} \Rightarrow -x + 3 = y + 4 \Rightarrow y = -x - 1.$$

d) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es perpendicular a s .

Un vector director de la recta s es $\vec{u} = (-2, -1)$. Entonces un vector perpendicular a s es $\vec{v} = (1, -2)$. Por

tanto, la recta que se pide es la siguiente: $\frac{x-3}{1} = \frac{y+4}{-2} \Rightarrow -2x + 6 = y + 4 \Rightarrow 2x + y - 2 = 0$

e) La ecuación punto-pendiente de la recta paralela a s que pasa por el punto A .

Un vector director de s es $\vec{u} = (-2, -1)$ Por tanto, la pendiente de s es $m = \frac{-1}{-2} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$. Entonces la

ecuación punto-pendiente de la recta paralela a s que pasa por A es: $y + 4 = \frac{1}{2}(x - 3)$.

5. **[1,5 puntos]** Dado el triángulo de vértices $A(0,2)$, $B(4,-2)$ y $C(3,3)$, hallar la altura correspondiente al lado $\overline{AB}$ y el área del triángulo. **Nota:** la altura es la perpendicular a un lado que pasa por el vértice opuesto.

El lado $\overline{AB}$ tiene dirección $\overrightarrow{AB} = (4, -4)$. Un vector perpendicular al anterior es $\vec{v} = (4, 4)$. La altura que

corresponde al lado $\overline{AB}$ es perpendicular a este lado y pasa por el vértice opuesto $C(3,3)$. Su ecuación general es $\frac{x-3}{4} = \frac{y-3}{4} \Rightarrow 4x - 12 = 4y - 12 \Rightarrow 4x - 4y = 0 \Rightarrow x - y = 0$.

El área del triángulo es base por altura dividido entre dos. Si hallamos el punto D donde la altura corta al lado $\overline{AB}$

la fórmula del área la podremos escribir así: $\frac{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DC}|}{2}$

Hallemos pues la recta que contiene al lado $\overline{AB}$:

$$\frac{x-0}{4} = \frac{y-2}{-4} \Rightarrow -4x = 4y - 8 \Rightarrow 4x + 4y - 8 = 0 \Rightarrow x + y - 2 = 0.$$

Ahora obtenemos el punto de corte de esta recta y la altura hallada anteriormente, al que hemos llamado D :

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases} \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow D(1,1). \text{ Por tanto, } \overrightarrow{DC} = (3-1, 3-1) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (2, 2).$$

Como $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32}$ y $|\overrightarrow{DC}| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$, el área del triángulo es la siguiente:

$$\frac{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{DC}|}{2} = \frac{\sqrt{32} \cdot \sqrt{8}}{2} = \frac{\sqrt{256}}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ uds}^2.$$