

1. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado y el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa las soluciones gráficamente y en forma de intervalo.

$$\text{a) } \frac{x^2}{2} - \frac{3}{4}x < \frac{5}{4}x^2 + \frac{x}{2} \quad ; \quad \text{b) } \begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{5} \leq \frac{17}{5} \\ 8-3x \geq 2-x \end{cases}$$

2. **[3 puntos]** Dados los puntos $A(-4, -2)$, $B(2, -1)$, $C(-1, 1)$ y las rectas $r \equiv -3x + y - 5 = 0$ y $s \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$,

hallar:

- a) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C .
- b) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r .
- c) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C .

3. **[2 puntos]** Halla el dominio y los puntos de corte con los ejes de la siguiente función: $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - x - 6}$

4. **[1 punto]** Decidir si la siguiente función es par o impar: $f(x) = \frac{2x^2}{x^4 - 1}$. Decir el tipo de simetría que presenta.

5. **[2 puntos]** Dada la función cuadrática $f(x) = -x^2 + 3x - 2$, se pide:

- a) Hallar el vértice.
- b) Hallar los puntos de corte con los ejes.
- c) Confeccionar una tabla de valores con, al menos, 7 puntos.
- d) Representarla gráficamente.

Soluciones

1. **[2 puntos]** Resuelve la siguiente inecuación de segundo grado y el siguiente sistema de inecuaciones. Expresa las soluciones gráficamente y en forma de intervalo.

a) $\frac{x^2}{2} - \frac{3}{4}x < \frac{5}{4}x^2 + \frac{x}{2} \Rightarrow 2x^2 - 3x < 5x^2 + 2x \Rightarrow -3x^2 - 5x < 0 \Rightarrow 3x^2 + 5x > 0$

Como $3x^2 + 5x = x(3x + 5)$, es fácil deducir que las raíces del polinomio $3x^2 + 5x$ son $x = -\frac{5}{3}$ y $x = 0$.

Además, la inecuación es equivalente a $x(3x + 5) > 0$. Elaboremos una tabla para deducir las soluciones:

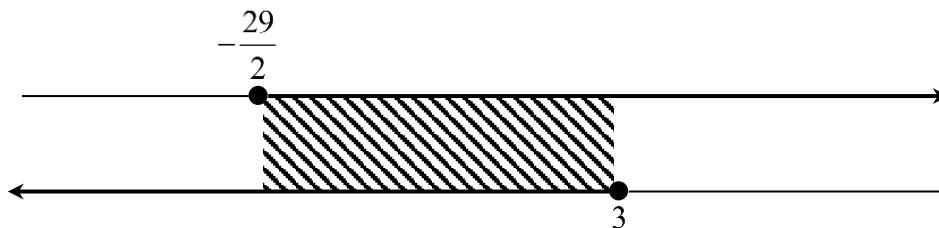
$(-\infty, -5/3)$	$(-5/3, 0)$	$(0, +\infty)$
+	-	+

Por tanto, la solución viene dada por: $x \in (-\infty, -5/3) \cup (0, +\infty)$.

b) $\begin{cases} \frac{x-2}{3} - \frac{3x-1}{5} \leq \frac{17}{5} \\ 8-3x \geq 2-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5(x-2) - 3(3x-1) \leq 51 \\ 8-3x \geq 2-x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x-10-9x+3 \leq 51 \\ 8-3x \geq 2-x \end{cases} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x-9x \leq 51+10-3 \\ -3x+x \geq 2-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x \leq 58 \\ -2x \geq -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{58}{-4} \\ x \leq \frac{-6}{-2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -\frac{29}{2} \\ x \leq 3 \end{cases}$$

inecuaciones la podemos representar así:



La solución del sistema en forma de intervalo es: $x \in \left[-\frac{29}{2}, 3\right]$.

2. **[3 puntos]** Dados los puntos $A(-4, -2)$, $B(2, -1)$, $C(-1, 1)$ y las rectas $r \equiv -3x + y - 5 = 0$ y $s \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 2 + 2\lambda \end{cases}$,

hallar:

- a) La ecuación explícita de la recta que pasa por los puntos B y C .

Un vector director de la recta que se pide es el que une los puntos B y C : $\overrightarrow{BC} = (-3, 2)$.

La ecuación continua de la recta es $\frac{x-2}{-3} = \frac{y+1}{2}$. Multiplicando en cruz y despejando y obtenemos la ecuación

explícita de la recta: $2x - 4 = -3y - 3 \Rightarrow 3y = -2x + 1 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

- b) La ecuación general de la recta que pasa por el punto A y es paralela a r .

Un vector director de r es $\vec{u} = (-1, -3)$. Por tanto, la ecuación continua de la recta que pasa por el punto A

y es paralela a r es $\frac{x+4}{-1} = \frac{y+2}{-3}$. Multiplicando en cruz y pasando todo a un miembro obtenemos la ecuación

general de la recta: $-3x - 12 = -y - 2 \Rightarrow 3x - y + 10 = 0$.

c) La ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C .

Un vector director de la recta s es $\vec{u} = (-1, 2)$. Entonces, un vector perpendicular a la recta s es $\vec{n} = (2, 1)$.

Por tanto, la ecuación continua de la recta perpendicular a s que pasa por el punto C es $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1}$.

3. **[2 puntos]** Halla el dominio y los puntos de corte con los ejes de la siguiente función: $f(x) = \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - x - 6}$

Para hallar el dominio igualamos el denominador a cero: $x^2 - x - 6 = 0 \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+24}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} = \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -2 \end{cases}$.

Por tanto, $\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-2, 3\}$.

Para hallar los puntos de corte con el eje X hacemos $y = 0$: $\frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - x - 6} = 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+96}}{6} = \frac{2 \pm 10}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{12}{6} \Rightarrow x_1 = 2 \\ x_2 = -\frac{8}{6} \Rightarrow x_2 = -\frac{4}{3} \end{cases}$. Los puntos de corte con el eje X son $(2, 0)$ y $(-\frac{4}{3}, 0)$.

Para hallar el punto de corte con el eje Y hacemos $x = 0$. Entonces $y = \frac{3 \cdot 0^2 - 2 \cdot 0 - 8}{0^2 - 0 - 6} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$. Esto quiere decir

que el punto de corte con el eje Y es $(0, \frac{4}{3})$.

4. **[1 punto]** Decidir si la siguiente función es par o impar: $f(x) = \frac{2x^2}{x^4 - 1}$. Decir el tipo de simetría que presenta.

$f(-x) = \frac{2(-x)^2}{(-x)^4 - 1} = \frac{2x^2}{x^4 - 1} = f(x)$. Como $f(x) = f(-x)$, la función f es par.

Las funciones pares son simétricas respecto del eje Y .

5. **[2 puntos]** Dada la función cuadrática $f(x) = -x^2 + 3x - 2$, se pide:

a) Hallar el vértice.

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3}{2 \cdot (-1)} = \frac{3}{2}; y = -\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3 \cdot \frac{3}{2} - 2 = -\frac{9}{4} + \frac{9}{2} - 2 = \frac{-9+18-8}{4} = \frac{1}{4}$$

Por tanto, el vértice es el punto $V\left(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}\right)$.

b) Hallar los puntos de corte con los ejes.

$$y = 0 \Rightarrow -x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{-2} = \frac{-3 \pm 1}{-2} = \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}. \text{ Puntos de cortes eje } X : (1, 0) \text{ y } (2, 0).$$

$$x = 0 \Rightarrow y = -0^2 + 3 \cdot 0 - 2 \Rightarrow y = -2. \text{ Punto de corte con el eje } Y : (0, -2).$$

c) Confeccionar una tabla de valores con, al menos, 7 puntos.

	Vértice	Corte eje Y	Corte eje X (1)	Corte eje X (2)				
X	3/2	0	1	2	3	4	-1	
Y	1/4	-2	0	0	-2	-6	-6	



d) Representarla gráficamente.

