

1. **[0,5 puntos]** Utiliza la regla de Ruffini para efectuar la división del polinomio $x^4 - 8x^2 + 5x + 5$ entre el polinomio $x + 3$. Escribe en cada caso el cociente y el resto de la división.

2. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado. Si es posible, simplifica los resultados.

$$\text{a) } \frac{-x+2}{5} - \frac{1-2x}{3} = \frac{x-1}{2} - \frac{5-7x}{15} ; \text{ b) } \frac{3}{5} \left(\frac{x-1}{3} + 1 \right) + x = \frac{3}{4} \left(x - \frac{2}{3} \right)$$

3. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$\text{a) } \frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} = 0 ; \text{ b) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} = \frac{(3x-2)^2}{8} - 1$$

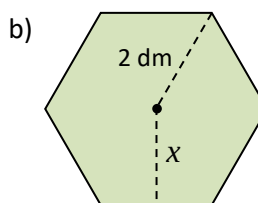
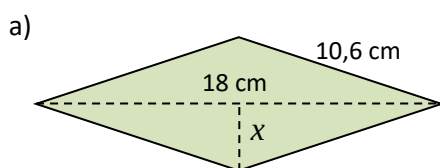
Indicación: En el apartado b), debes desarrollar $(3x-2)^2$ usando una igualdad notable o haciendo el producto $(3x-2) \cdot (3x-2)$

4. **[1 punto]** Resuelve el siguiente sistema de ecuaciones por el método que consideres más oportuno.

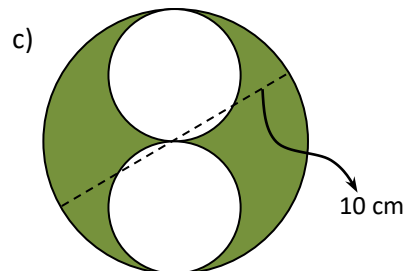
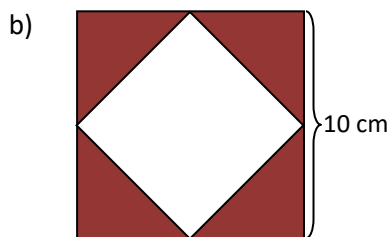
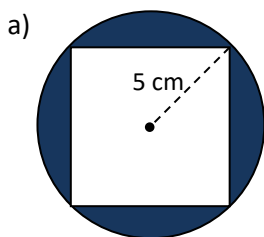
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = x - \frac{5}{12} \\ \frac{y}{3} - \frac{x}{5} = \frac{1}{15}(x+y) \end{cases}$$

5. **[1 punto]** Se han consumido las $\frac{5}{7}$ partes de un bidón. Reponemos 8 litros y queda lleno en sus $\frac{2}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

6. **[2 puntos; 1 punto por apartado]** Halla la longitud de x en cada una de las siguientes figuras. Para ello, utiliza adecuadamente el teorema de Pitágoras. Luego calcula el área de cada una de ellas.



7. **[1,5 puntos; 0,5 puntos por apartado]** Halla el perímetro y el área de las regiones sombreadas en estas figuras:



Soluciones

1. Utiliza la regla de Ruffini para efectuar la división del polinomio $x^4 - 8x^2 + 5x + 5$ entre el polinomio $x + 3$. Escribe en cada caso el cociente y el resto de la división.

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 0 & -8 & 5 & 5 \\ & & -3 & 9 & -3 & -6 \\ \hline & 1 & -3 & 1 & 2 & -1 \end{array}$$

Cociente: $x^3 - 3x^2 + x + 2$; Resto: -1

2. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado. Si es posible, simplifica los resultados.

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{-x+2}{5} - \frac{1-2x}{3} &= \frac{x-1}{2} - \frac{5-7x}{15} \Rightarrow 6(-x+2) - 10(1-2x) = 15(x-1) - 2(5-7x) \Rightarrow \\ &\Rightarrow -6x+12-10+20x = 15x-15-10+14x \Rightarrow -6x+20x-15x-14x = -15-10-12+10 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -15x = -27 \Rightarrow x = \frac{-27}{-15} \Rightarrow x = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{3}{5} \left(\frac{x-1}{3} + 1 \right) + x &= \frac{3}{4} \left(x - \frac{2}{3} \right) \Rightarrow \frac{3x-3}{15} + \frac{3}{5} + x = \frac{3x}{4} - \frac{6}{12} \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4(3x-3) + 12 \cdot 3 + 60x = 15 \cdot 3x - 5 \cdot 6 \Rightarrow 12x - 12 + 36 + 60x = 45x - 30 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 12x + 60x - 45x = -30 + 12 - 36 \Rightarrow 27x = -54 \Rightarrow x = \frac{-54}{27} \Rightarrow x = -2 \end{aligned}$$

3. Resuelve las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{x(x-1)}{3} - \frac{x(x+1)}{4} + \frac{3x+4}{12} &= 0 \Rightarrow 4x(x-1) - 3x(x+1) + 3x+4 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4x^2 - 4x - 3x^2 - 3x + 3x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-16}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{4 \pm 0}{2} = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{x(x-3)}{2} + \frac{x(x-2)}{4} &= \frac{(3x-2)^2}{8} - 1 \Rightarrow \frac{x^2-3x}{2} + \frac{x^2-2x}{4} = \frac{9x^2-12x+4}{8} - 1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow 4(x^2-3x) + 2(x^2-2x) = 9x^2-12x+4-8 \Rightarrow 4x^2-12x+2x^2-4x = 9x^2-12x+4-8 \Rightarrow \\ &\Rightarrow -3x^2-4x+4 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (-3) \cdot 4}}{2 \cdot (-3)} = \frac{4 \pm \sqrt{16+48}}{-6} = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{-6} = \\ &= \frac{4 \pm 8}{-6} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+8}{-6} = \frac{12}{-6} \Rightarrow x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{4-8}{-6} = \frac{-4}{-6} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

4. Resuelve el siguiente sistemas de ecuaciones por el método que consideres más oportuno.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = x - \frac{5}{12} \\ \frac{y}{3} - \frac{x}{5} = \frac{1}{15}(x+y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=12x-5 \\ 5y-3x=x+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8x+3y=-5 \\ -4x+4y=0 \end{cases} . \text{ Despejando } x \text{ de la segunda ecuación se}$$

$$\text{tiene: } -4x = -4y \Rightarrow x = \frac{-4y}{-4} \Rightarrow x = y . \text{ Sustituyendo en la primera: } -8x+3x = -5 \Rightarrow -5x = -5 \Rightarrow x = 1 .$$

Por tanto las soluciones son $x = 1$, $y = 1$.

5. Se han consumido las $\frac{5}{7}$ partes de un bidón. Reponemos 8 litros y queda lleno en sus $\frac{2}{5}$ partes. Calcula la capacidad del bidón.

Sea x la capacidad del bidón. Si se han consumido $\frac{5}{7}$ partes del mismo, quedan $\frac{2}{7}$ partes. Por tanto, según el enunciado, podemos plantear la siguiente ecuación: $\frac{2}{7}x + 8 = \frac{2}{5}x$. Resolviéndola:

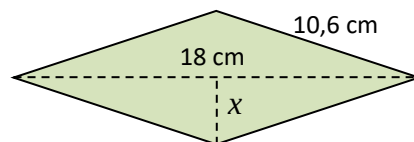
$$\frac{2}{7}x + 8 = \frac{2}{5}x \Rightarrow 10x + 280 = 14x \Rightarrow 10x - 14x = -280 \Rightarrow -4x = -280 \Rightarrow x = \frac{-280}{-4} \Rightarrow x = 70$$

Por tanto, la capacidad del bidón es de 70 litros.

6. Halla la longitud de x en cada una de las siguientes figuras. Para ello, utiliza adecuadamente el teorema de Pitágoras. Luego calcula el área de cada una de ellas.

- a) Aplicando el teorema de Pitágoras en cualquiera de los triángulos de la parte de abajo, tenemos: $10,6^2 = x^2 + 9^2 \Rightarrow x^2 = 10,6^2 - 9^2 \Rightarrow x^2 = 112,36 - 81 \Rightarrow x^2 = 31,36 \Rightarrow x = 5,6 \text{ cm}$

Por tanto, el área del rombo es: $A = \frac{D \cdot d}{2} = \frac{18 \cdot 11,2}{2} = 100,8 \text{ cm}^2$.

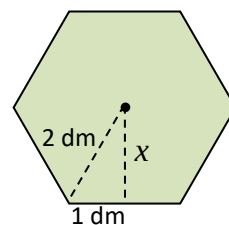


- b) Recordemos en primer lugar que, en el hexágono, la longitud del lado es igual a la longitud del radio. Aplicando el teorema de Pitágoras en el triángulo formado por el radio, la apotema y la mitad del lado tenemos:

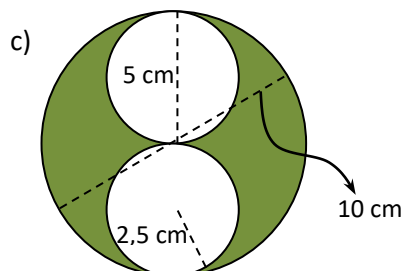
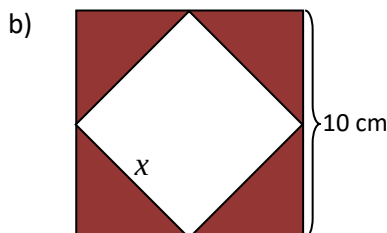
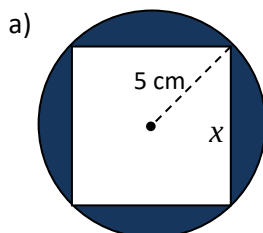
$$2^2 = x^2 + 1^2 \Rightarrow 4 = x^2 + 1 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = 1,73 \text{ dm}$$

El perímetro del hexágono es $2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$. Por tanto, el área del hexágono es

$$A = \frac{\text{perímetro} \cdot \text{apotema}}{2} = \frac{12 \cdot 1,73}{2} = 10,38 \text{ dm}^2$$



7. Halla el perímetro y el área de las regiones sombreadas en estas figuras:



En todos los casos llamaremos A_{RS} al área de la región sombreada y P a su perímetro.

- a) Llamemos x al lado del cuadrado. Entonces: $10^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 2x^2 = 100 \Rightarrow x^2 = 50 \Rightarrow x = 7,07 \text{ cm}$. Por tanto, el área y el perímetro de la región sombreada son:

$$A_{RS} = A_{\text{círculo}} - A_{\text{cuadrado}} = \pi \cdot 5^2 - 7,07^2 = 78,54 - 50 = 28,54 \text{ cm}^2$$

$$P = P_{\text{círculo}} + P_{\text{cuadrado}} = 2 \cdot \pi \cdot 5 + 4 \cdot 7,07 = 31,42 + 28,28 = 59,7 \text{ cm}$$

- b) Llamemos x al lado del cuadrado del interior. Entonces $x^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50 \Rightarrow x = 7,07 \text{ cm}$. El área A_{RS} de la parte sombreada es igual al área del cuadrado grande menos el área del cuadrado pequeño:

$$A_{RS} = 10^2 - 7,07^2 = 100 - 50 = 50 \text{ cm}^2$$

El perímetro será igual a la suma de los perímetros del cuadrado grande y del cuadrado pequeño:

$$P = 4 \cdot 10 + 4 \cdot 7,07 = 40 + 28,28 = 68,28 \text{ cm}$$

- c) El área del círculo grande, A_{CG} , es $A_{CG} = \pi \cdot 5^2 = 78,54 \text{ cm}^2$

El área del círculo pequeño, A_{CP} , es $A_{CP} = \pi \cdot 2,5^2 = 19,63 \text{ cm}^2$

Por tanto, el área y el perímetro de la región sombreada son:

$$A_{RS} = A_{CG} - 2 \cdot A_{CP} = 78,54 - 2 \cdot 19,63 = 78,54 - 39,26 = 39,28 \text{ cm}^2$$

$$P = P_{CG} + 2P_{CP} = 2 \cdot \pi \cdot 5 + 2(2 \cdot \pi \cdot 2,5) = 31,42 + 31,42 = 62,84 \text{ cm}$$