1. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación combinada con números enteros:

$$12-12:\left[2-\left(-8:2-(-3)\right)+(-3)^2\right]\cdot\left|-\sqrt{81}\right|$$

2. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado.

$$\frac{1}{35}:\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-1\right)\right]$$

3. **[1 punto]** Juan ha gastado 18/45 de sus ahorros, María 21/35 y Pedro 4/5. ¿Quién ha gastado más? (no vale pasar a decimal).

4. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes decimales, indicar de qué tipo se trata (exacto, periódico mixto o periódico puro), y hallar su fracción generatriz:

   a) $2,21$; b) $2,0\widehat{3}$; c) $20,5$

5. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes números, indicar si son racionales o irracionales, indicando el porqué.

   a) $2,\widehat{6}$; b) $\sqrt{2}$; c) $\frac{5}{3}$; d) π

6. **[1 punto]** Calcula, <u>indicando todos los pasos necesarios</u>, y **expresa el resultado en notación científica.**

   a) $\left(2\cdot10^3\right)^5\cdot0,5\cdot10^{-7}$; b) $\frac{5\cdot10^7}{2\cdot10^{-6}}$

7. **[3 puntos]** Operaciones con polinomios:

   a) Opera y simplifica: $\left(2x^2+x-2\right)\left(x^2-3x+2\right)-\left(5x^3-3x^2+4\right)$

   b) Dados $P(x)=4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+1$ y $Q(x)=4x^3-4x^2+2x$ efectúa la división $P(x):Q(x)$ e indica explícitamente el cociente y el resto de la misma.

   c) Efectuar la división $\left(2x^4-4x^3+2x-2\right):(x+2)$ por Ruffini, indicando explícitamente el cociente y el resto.

8. **[4 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones:

   a) $4x^2-9x=0$; b) $2x^2-7x-4=0$;

   c) $\begin{cases}2x+2y=4\\3x-y=-6\end{cases}$ (por reducción) ; d) $\begin{cases}3x-y=-9\\2x+y=-1\end{cases}$ (por sustitución o igualación)

9. **[1 punto]** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$.

10. **[1 punto]** Dada la parábola $y=x^2-6x+5$, se pide:

    a) Puntos de corte con los ejes.

    b) Vértice.

    c) Representación gráfica.

Soluciones

1. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación combinada con números enteros:

$$12-12:\left[2-\left(-8:2-(-3)\right)+(-3)^2\right]\cdot\left|-\sqrt{81}\right|=12-12:\left[2-(-4+3)+9\right]\cdot|-9|=12-12:\left[2-(-1)+9\right]\cdot 9=$$
$$=12-12:\left[2+1+9\right]\cdot 9=12-12:12\cdot 9=12-1\cdot 9=12-9=3$$

2. **[1 punto]** Realiza la siguiente operación con fracciones y simplifica el resultado.

$$\frac{1}{35}:\left(\frac{3}{7}-\frac{2}{5}\right)-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-1\right)\right]=\frac{1}{35}:\left(\frac{15}{35}-\frac{14}{35}\right)-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{4}-\frac{4}{4}\right)\right]=\frac{1}{35}:\frac{1}{35}-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}-\left(-\frac{3}{4}\right)\right]=$$
$$=\frac{1\cdot 35}{35\cdot 1}-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{1}{3}+\frac{3}{4}\right]=\frac{35}{35}-\frac{4}{13}\cdot\left[\frac{4}{12}+\frac{9}{12}\right]=1-\frac{4}{13}\cdot\frac{13}{12}=1-\frac{4}{12}=1-\frac{1}{3}=\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$$

3. **[1 punto]** Juan ha gastado 18/45 de sus ahorros, María 21/35 y Pedro 4/5. ¿Quién ha gastado más? (no vale pasar a decimal).

   El mínimo común múltiplo de 45, 35 y 5 es 315. Reduciendo las tres fracciones a común denominador tenemos: $\frac{18}{45}=\frac{126}{315}$; $\frac{21}{35}=\frac{189}{315}$; $\frac{4}{5}=\frac{252}{315}$. Ahora está claro que $\frac{126}{315}<\frac{189}{315}<\frac{252}{315}$. Entonces: $\frac{18}{45}<\frac{21}{35}<\frac{4}{5}$.
   Por tanto, el que más ha gastado ha sido Pedro.

4. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes decimales, indicar de qué tipo se trata (exacto, periódico mixto o periódico puro), y hallar su fracción generatriz:

   a) $2,21$. Periódico puro. Fracción generatriz: $\frac{221-2}{99}=\frac{219}{99}$.

   b) $2,0\overset{\frown}{3}$. Periódico mixto. Fracción generatriz: $\frac{203-20}{90}=\frac{183}{90}=\frac{61}{30}$.

   c) $20,5$. Decimal exacto. Fracción generatriz: $\frac{205}{10}=\frac{41}{2}$.

5. **[1,5 puntos]** Para cada uno de los siguientes números, indicar si son racionales o irracionales, indicando el porqué.

   a) $2,\overset{\frown}{6}$. Racional, porque todo decimal periódico se puede poner en forma de fracción.

   b) $\sqrt{2}=1,414213562...$ Irracional, porque tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

   c) $\frac{5}{3}$. Es claramente un número racional (una razón entre dos números naturales).

   d) $\pi=3,141592654...$ Irracional, porque tiene infinitas cifras decimales que no se repiten periódicamente.

6. **[1 punto]** Calcula, <u>indicando todos los pasos necesarios</u>, y **expresa el resultado en notación científica.**

   a) $\left(2\cdot 10^3\right)^5\cdot 0,5\cdot 10^{-7}=2^5\cdot 10^{15}\cdot\frac{1}{2}\cdot 10^{-7}=2^4\cdot 10^8=16\cdot 10^8=1,6\cdot 10^9$

   b) $\frac{5\cdot 10^7}{2\cdot 10^{-6}}=\frac{5}{2}\cdot\frac{10^7}{10^{-6}}=2,5\cdot 10^{7-(-6)}=2,5\cdot 10^{13}$

7. **[3 puntos]** Operaciones con polinomios:

a) Opera y simplifica:

$$\left(2x^2+x-2\right)\left(x^2-3x+2\right)-\left(5x^3-3x^2+4\right)=$$
$$=2x^4-6x^3+4x^2+x^3-3x^2+2x-2x^2+6x-4-5x^3+3x^2-4=2x^4-10x^3+2x^2+8x-8$$

b) Dados $P(x)=4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+1$ y $Q(x)=4x^3-4x^2+2x$ efectúa la división $P(x):Q(x)$ e indica explícitamente el cociente y el resto de la misma.

$$\begin{array}{r|l}
4x^5-8x^4+2x^3+2x^2+0x+1 & 4x^3-4x^2+2x \\ \cline{2-2}
-4x^4+4x^4-2x^3 \qquad\qquad\qquad\quad & x^2-x-1 \\ \cline{1-1}
-4x^4+0x^3+2x^2+0x+1 & \\
+4x^4-4x^3+2x^2 \qquad\quad\;\; & \\ \cline{1-1}
-4x^3+4x^2+0x+1 & \\
+4x^3-4x^2+2x \quad\;\; & \\ \cline{1-1}
+2x+1 &
\end{array}$$

El cociente es $C(x)=x^2-x-1$ y el resto es $R(x)=2x+1$.

c) Efectuar la división $\left(2x^4-4x^3+2x-2\right):\left(x+2\right)$ por Ruffini, indicando explícitamente el cociente y el resto.

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 2 & -4 & 0 & 2 & -2 \\
-2 & & -4 & 16 & -32 & 60 \\ \hline
 & 2 & -8 & 16 & -30 & \boxed{58}
\end{array}$$

El cociente es $C(x)=2x^3-8x^2+16x-30$ y el resto es $R(x)=58$.

8. **[4 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones y sistemas de ecuaciones:

a) $4x^2-9x=0 \Rightarrow x\left(4x-9\right)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 4x-9=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ 4x=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=\dfrac{9}{4} \end{cases}$

b) $2x^2-7x-4=0 \Rightarrow x=\dfrac{7\pm\sqrt{\left(-7\right)^2-4\cdot 2\cdot\left(-4\right)}}{2\cdot 2}=\dfrac{7\pm\sqrt{49+32}}{4}=$

$=\dfrac{7\pm\sqrt{81}}{4}=\dfrac{7\pm 9}{4}=\begin{cases} x_1=\dfrac{16}{4} \Rightarrow x_1=4 \\ x_2=\dfrac{-2}{4} \Rightarrow x_2=-\dfrac{1}{2} \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+2y=4 \\ 3x-y=-6 \end{cases}$ (por reducción). Multiplicando la segunda ecuación por dos: $\begin{cases} 2x+2y=4 \\ 6x-2y=-12 \end{cases}$. Ahora, sumando ambas ecuaciones tenemos: $8x=-8 \Rightarrow x=-1$. Sustituyendo en la primera ecuación: $2x+2\left(-1\right)=4 \Rightarrow$ $\Rightarrow 2x-2=4 \Rightarrow 2x=6 \Rightarrow x=3$.

d) $\begin{cases} 3x-y=-9 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$ (por sustitución o igualación). Despejando y de la primera ecuación: $y=3x+9$. Sustituyendo en la segunda ecuación: $2x+3x+9=-1 \Rightarrow 5x=-10 \Rightarrow x=-2$. Sustituyendo a su vez este valor en, por ejemplo, la primera ecuación: $3\left(-2\right)-y=-9 \Rightarrow -6-y=-9 \Rightarrow -6+9=y \Rightarrow y=3$.

9. **[1 punto]** Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$.

La ecuación de la recta es de la forma $y = mx + n$. Como pasa por los puntos $(1,1)$ y $(7,3)$ podemos formar el siguiente sistema: $\begin{cases} 1 = m + n \\ 3 = 7m + n \end{cases}$. Restando ambas ecuaciones: $-2 = -6m \Rightarrow m = \frac{-2}{-6} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$. Sustituyendo m en la primera ecuación: $1 = \frac{1}{3} + n \Rightarrow n = 1 - \frac{1}{3} \Rightarrow n = \frac{2}{3}$. Así pues, la ecuación de la recta es $y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

10. **[1 punto]** Dada la parábola $y = x^2 - 6x + 5$, se pide:

a) Puntos de corte con los ejes.

Con el eje X, hacemos $y = 0$. Entonces $x^2 - 6x + 5 = 0$. Las soluciones de la ecuación de segundo grado anterior son $x = 5$ y $x = 1$. Por tanto, los puntos de corte con el eje X son $(5,0)$ y $(1,0)$.

Con el eje Y, hacemos $x = 0$. Entonces $y = 0^2 - 6 \cdot 0 + 5 \Rightarrow y = 5$. Por tanto, el punto de corte con el eje Y es el $(0,5)$.

b) Vértice.

La coordenada x del vértice viene dada por la expresión $x = -\frac{b}{2a}$. Entonces $x = -\frac{-6}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 3$. Para hallar la coordenada y de la parábola sustituimos la coordenada $x = 3$ en la ecuación de tal parábola: $y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 - 18 + 5 \Rightarrow y = -4$. Por tanto, el vértice es el punto $V(3,-4)$.

c) Representación gráfica.