

1. **[1 punto]** Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

a) $\left[10 - 5 \cdot (-3)^2\right] : 7 - (-5) \cdot 2^2 - (-4)^2$ b) $\left[(4 - 2 \cdot 3) + (-2)^3\right] \cdot 2 + 19 - 16 : (-4)$

2. Contesta a los dos apartados siguientes relacionados con fracciones equivalentes.

a) **[0,6 puntos]** Copia y completa, razonadamente, los términos que faltan: $\frac{5}{7} = \frac{15}{84} = \frac{\quad}{\quad} = \frac{-60}{\quad}$

b) **[0,4 puntos]** Calcula, razonadamente, la fracción irreducible de $\frac{495}{330}$

3. **[1,5 puntos]** Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

a) $-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{7} - \frac{2}{14}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7}$ b) $1 + \frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{3}{\frac{11}{4} - \frac{3}{2}}$ c) $3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 : \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2\right]$

4. **[1,5 puntos]** Di qué tipo de decimal es cada uno de los siguientes y, en su caso, di cual es el período. Finalmente, exprésalos en forma de fracción.

a) 1,23

b) $5,13\overline{5}$

c) 3,09

5. **[1 punto]** Indica cuál es el **menor conjunto numérico** al que pertenecen los siguientes números ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$). Si crees que alguno no pertenece a $\mathbb{Q}$ indícalo también, diciendo que es irracional.

a) $\sqrt{4}$

b) 0,0015

c) 2,02002000200002...

d) -10

e) $\frac{5}{6}$

6. **[2 puntos]** Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.**

Sugerencia: a veces, para simplificar, es una buena técnica factorizar los números que no sean primos. ¡¡Utilízala en los apartados b) y d)!!

a) $\frac{(2^{-2})^{-2} \cdot (2^2)^{-3}}{(2^{-3})^2}$ b) $\frac{2^6 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^4}{18^{-2} \cdot (-12)^3}$ c) $(5^3)^5 \cdot (-5)^{-6} \cdot [(-5)^2]^{-4} \cdot 5^2$ d) $(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2$

7. **[1 punto]** Opera y expresa el resultado en notación científica.

a) $0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7}$ b) $\frac{(9,7 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot (8,3 \cdot 10^8)}{5 \cdot 10^3}$

Problema

8. **[1 punto]** Ana gasta la tercera parte de sus ahorros en un libro y la quinta parte del resto en un regalo para su hermana. ¿Qué fracción de sus ahorros gastó? Si le sobran 40 euros, ¿cuánto tenía ahorrado?

Soluciones

1. Realiza las siguientes operaciones combinadas con números enteros.

$$\text{a) } [10 - 5 \cdot (-3)^2] : 7 - (-5) \cdot 2^2 - (-4)^2 = [10 - 5 \cdot 9] : 7 - (-5) \cdot 4 - 16 = (10 - 45) : 7 + 20 - 16 = -35 : 7 + 20 - 16 = -5 + 20 - 16 = 15 - 16 = -1$$

$$\text{b) } [(4 - 2 \cdot 3) + (-2)^3] \cdot 2 + 19 - 16 : (-4) = [4 - 6 + (-8)] \cdot 2 + 19 + 4 = (4 - 6 - 8) \cdot 2 + 19 + 4 = (-10) \cdot 2 + 19 + 4 = -20 + 19 + 4 = -1 + 4 = 3$$

2. Contesta a los dos apartados siguientes relacionados con fracciones equivalentes.

a) Se utiliza el concepto de fracciones equivalentes (si se multiplica en cruz los resultados coinciden).

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21} = \frac{60}{84} = \frac{-60}{-84}$$

b) Se puede hacer dividiendo sucesivamente entre divisores comunes al numerador o al denominador, o se puede hacer de una sola vez dividiendo entre el máximo común divisor:

$$\frac{495}{330} = \frac{99}{66} = \frac{33}{22} = \frac{3}{2} \quad (\text{en este caso se ha dividido sucesivamente entre 5, entre 3 y entre 11}).$$

$$\frac{495}{330} = \frac{3}{2} \quad (\text{en este caso se ha dividido directamente entre el máximo común divisor de 495 y 335, que es 165}).$$

3. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas.

$$\text{a) } -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{7} - \frac{2}{14}\right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{7} = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{8}{14} - \frac{2}{14}\right) + \frac{5}{14} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{14} + \frac{5}{14} = -\frac{6}{28} + \frac{5}{14} = -\frac{6}{28} + \frac{10}{28} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

$$\text{b) } 1 + \frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{3}{\frac{11}{4} - \frac{3}{2}} = 1 + \frac{10}{3} - \frac{3}{\frac{11}{4} - \frac{6}{4}} = 1 + \frac{10}{3} - \frac{3}{\frac{5}{4}} = 1 + \frac{10}{3} - \frac{12}{5} = \frac{15}{15} + \frac{50}{15} - \frac{36}{15} = \frac{29}{15}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} - 2\right)^2 : \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2\right] &= 3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{2}\right)^2 : \left(\frac{4}{4} - \frac{1}{4}\right)^2\right] = 3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\left(-\frac{3}{2}\right)^2 : \left(\frac{3}{4}\right)^2\right] = \\ &= 3 - \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{9}{4} : \frac{9}{16}\right] = 3 - \frac{1}{2} \cdot \frac{144}{36} = 3 - \frac{144}{72} = \frac{216}{72} - \frac{144}{72} = \frac{72}{72} = 1 \end{aligned}$$

4. Di qué tipo de decimal es cada uno de los siguientes y, en su caso, di cual es el período. Finalmente, exprésalos en forma de fracción.

$$\text{a) } 1,23. \text{ Es decimal exacto. En forma de fracción es: } 1,23 = \frac{123}{100}$$

b) $5,1\overline{35}$. Es decimal periódico mixto. El período es 5. Hallemos su expresión en forma de fracción:

$$\left. \begin{array}{l} 1000x = 5135,555555... \\ 100x = 513,555555... \end{array} \right\} \Rightarrow 900x = 4622 \Rightarrow x = \frac{4622}{900} = \frac{2311}{450}$$

c) $3,0\overline{9}$. Es decimal periódico puro. El período es 09. Hallemos su expresión en forma de fracción:

$$\left. \begin{array}{l} 100x = 309,090909... \\ x = 3,090909... \end{array} \right\} \Rightarrow 99x = 306 \Rightarrow x = \frac{306}{99} = \frac{34}{11}$$

5. Indica cuál es el **menor conjunto numérico** al que pertenecen los siguientes números ($\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$). Si crees que alguno no pertenece a $\mathbb{Q}$ indícalo también, diciendo que es irracional.

a) $\sqrt{4} = 2 \in \mathbb{N}$.

b) $0,0015 \in \mathbb{Q}$, porque es decimal exacto y por tanto tendrá una expresión en forma de fracción.

c) $2,02002000200002\dots$ es irracional porque tiene infinitas cifras decimales sin formar período (no se puede poner en forma de fracción).

d) $-10 \in \mathbb{Z}$.

e) $\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$.

6. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. **Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo.**

a)
$$\frac{(2^{-2})^{-2} \cdot (2^2)^{-3}}{(2^{-3})^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-6}}{2^{-6}} = \frac{2^{-2}}{2^{-6}} = 2^{-2-(-6)} = 2^{-2+6} = 2^4 = 16$$

b)
$$\frac{2^6 \cdot 6^{-3} \cdot (-3)^4}{18^{-2} \cdot (-12)^3} = -\frac{2^6 \cdot (2 \cdot 3)^{-3} \cdot 3^4}{(2 \cdot 3^2)^{-2} \cdot (2^2 \cdot 3)^3} = -\frac{2^6 \cdot 2^{-3} \cdot 3^{-3} \cdot 3^4}{2^{-2} \cdot 3^{-4} \cdot 2^6 \cdot 3^3} = -\frac{2^3 \cdot 3^1}{2^4 \cdot 3^{-1}} = -2^{-1} \cdot 3^2 = -\frac{9}{2}$$

c)
$$(5^3)^5 \cdot (-5)^{-6} \cdot [(-5)^2]^{-4} \cdot 5^2 = 5^{15} \cdot 5^{-6} \cdot 5^{-8} \cdot 5^2 = 5^3 = 125$$

d)
$$(3^{-2})^{-3} \left(\frac{1}{27}\right)^2 = 3^6 \left(\frac{1}{3^3}\right)^2 = 3^6 \frac{1}{3^6} = 3^0 = 1$$

7. Opera y **expresa el resultado en notación científica.**

a)
$$0,486 \cdot 10^{-5} + 93 \cdot 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-7} = 48,6 \cdot 10^{-7} + 0,93 \cdot 10^{-7} - 6 \cdot 10^{-7} = (48,6 + 0,93 - 6) \cdot 10^{-7} = 43,53 \cdot 10^{-7} = 4,353 \cdot 10^{-6}$$

b)
$$\frac{(9,7 \cdot 10^{-5} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot (8,3 \cdot 10^8)}{5 \cdot 10^3} = \frac{(0,97 \cdot 10^{-4} + 7,03 \cdot 10^{-4}) \cdot (8,3 \cdot 10^8)}{5 \cdot 10^3} = \frac{(8 \cdot 10^{-4}) \cdot (8,3 \cdot 10^8)}{5 \cdot 10^3} = \frac{66,4 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^3} = 13,28 \cdot 10^1 = 1,328 \cdot 10^2$$

Problema

8. Ana gasta la tercera parte de sus ahorros en un libro y la quinta parte del resto en un regalo para su hermana. ¿Qué fracción de sus ahorros gastó? Si le sobran 40 euros, ¿cuánto tenía ahorrado?

Como gasta $\frac{1}{3}$ en el libro, le quedan $\frac{2}{3}$ de sus ahorros. De estos $\frac{2}{3}$ gasta $\frac{1}{5}$ en un regalo para su hermana. Por

tanto, la fracción de sus ahorros que gastó es: $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} + \frac{2}{15} = \frac{5}{15} + \frac{2}{15} = \frac{7}{15}$.

Le sobran pues $\frac{8}{15}$ de sus ahorros, que son 40 euros. Esto quiere decir que la fracción $\frac{1}{15}$ equivale a $40 : 8 = 5$ euros. Por tanto, tenía ahorrado $5 \cdot 15 = 75$ euros.