

1. **[1,5 puntos]** Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios.

a) $7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy$; b) $2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy$; c) $\frac{-21x^3y^4z^2}{7x^3y^2z}$

2. **[1,5 puntos]** Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos:

a) $P(-2)$; b) $P(1) + P(-1)$

3. **[1 punto]** Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, hacer las siguientes operaciones y expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado.

a) $Q(x) - P(x)$; b) $Q(x) \cdot Q(x)$

4. **[2 puntos]** Realiza las siguientes operaciones con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado.

a) $(2x^2 - 3x + 1)(-x^3 + x) - (1 - x)(2 + x^2 - x)$; b) $(-3x^2 - 2)(x - 2x^2) - x^2(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2)$

5. **[3 puntos]** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado y simplifica, si es posible, la solución obtenida.

a) $-2(1 - x) - 6(-3x + 5) = 4x - 6 - 2(1 - 2x)$

b) $\frac{1 - 2x}{4} - \frac{3x - 5}{3} = \frac{x}{2} - \frac{2x - 1}{3}$

c) $\frac{1}{2} \left(\frac{x - 2}{3} - x \right) - \frac{2(3 - x)}{4} = \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{2} \right)$

6. **[1 punto]** Dados los polinomios $P(x) = 2x^4 - x^5 + 3 - x^2$ y $Q(x) = x^3 - x - 1$, efectúa la división $P(x) : Q(x)$ y escribe el dividendo como divisor por cociente más el resto.

Soluciones

1. [1,5 puntos] Efectúa y simplifica las siguientes operaciones con monomios.

a) $7x \cdot 2xy \cdot (-3xy^5) \cdot xy = 14x^2y \cdot (-3xy^5) \cdot xy = -42x^3y^6 \cdot xy = -42x^4y^7$

b) $2x^2y \cdot (-3xy^2) \cdot 4xy = -6x^3y^3 \cdot 4xy = -24x^4y^4$

c) $\frac{-21x^3y^4z^2}{7x^3y^2z} = -3x^0y^2z^1 = -3y^2z$

2. [1,5 puntos] Dado el polinomio $P(x) = -2x^3 + 4x^2 + 4x - 1$, hallar los siguientes valores numéricos:

a) $P(-2) = -2 \cdot (-2)^3 + 4 \cdot (-2)^2 + 4 \cdot (-2) - 1 = -2 \cdot (-8) + 4 \cdot 4 - 8 - 1 = 16 + 16 - 8 - 1 = 23$

b) $P(1) + P(-1) = (-2 \cdot 1^3 + 4 \cdot 1^2 + 4 \cdot 1 - 1) + (-2 \cdot (-1)^3 + 4 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 1) =$
 $= (-2 + 4 + 4 - 1) + (2 + 4 - 4 - 1) = 5 + 1 = 6$

3. [1 punto] Dados los polinomios $P(x) = 6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6$ y $Q(x) = 2x^2 - x + 3$, hacer las siguientes operaciones y expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado.

a) $Q(x) - P(x) = (2x^2 - x + 3) - (6x^4 + x^3 + 3x^2 + 8x - 6) = 2x^2 - x + 3 - 6x^4 - x^3 - 3x^2 - 8x + 6 =$
 $= -6x^4 - x^3 - x^2 - 9x + 9$

b) $Q(x) \cdot Q(x) = (2x^2 - x + 3) \cdot (2x^2 - x + 3) = 4x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 2x^3 + x^2 - 3x + 6x^2 - 3x + 9 =$
 $= 4x^4 - 4x^3 + 13x^2 - 6x + 9$

4. [2 puntos] Realiza las siguientes operaciones con polinomios y, al igual que en el ejercicio anterior, expresa el resultado como un polinomio ordenado de mayor a menor grado.

a) $(2x^2 - 3x + 1)(-x^3 + x) - (1 - x)(2 + x^2 - x) =$
 $= -2x^5 + 2x^3 + 3x^4 - 3x^2 - x^3 + x - (2 + x^2 - x - 2x - x^3 + x^2) =$
 $= -2x^5 + 2x^3 + 3x^4 - 3x^2 - x^3 + x - 2 - x^2 + x + 2x + x^3 - x^2 =$
 $= -2x^5 + 3x^4 + 2x^3 - 5x^2 + 4x - 2$

b) $(-3x^2 - 2)(x - 2x^2) - x^2(6x - x^2 + 1) - (x + 1)(x - 2) =$
 $= -3x^3 + 6x^4 - 2x + 4x^2 - 6x^3 + x^4 - x^2 - (x^2 - 2x + x - 2) =$
 $= -3x^3 + 6x^4 - 2x + 4x^2 - 6x^3 + x^4 - x^2 - x^2 + 2x - x + 2 =$
 $= 7x^4 - 9x^3 + 2x^2 - x + 2$

5. **[3 puntos]** Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado y simplifica, si es posible, la solución obtenida.

$$\begin{aligned} \text{a) } -2(1-x) - 6(-3x+5) &= 4x - 6 - 2(1-2x) \Rightarrow -2 + 2x + 18x - 30 = 4x - 6 - 2 + 4x \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x + 18x - 4x - 4x &= -6 - 2 + 2 + 30 \Rightarrow 12x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{12} \Rightarrow x = 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1-2x}{4} - \frac{3x-5}{3} &= \frac{x}{2} - \frac{2x-1}{3} \Rightarrow 3(1-2x) - 4(3x-5) = 6x - 4(2x-1) \Rightarrow \\ \Rightarrow 3 - 6x - 12x + 20 &= 6x - 8x + 4 \Rightarrow -6x - 12x - 6x + 8x = 4 - 3 - 20 \Rightarrow \\ \Rightarrow -16x &= -19 \Rightarrow x = \frac{-19}{-16} \Rightarrow x = \frac{19}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{2} \left(\frac{x-2}{3} - x \right) - \frac{2(3-x)}{4} &= \frac{1}{3} \left(x - \frac{1}{2} \right) \Rightarrow \frac{x-2}{6} - \frac{x}{2} - \frac{6-2x}{4} = \frac{x}{3} - \frac{1}{6} \Rightarrow \\ \Rightarrow 2(x-2) - 6x - 3(6-2x) &= 4x - 2 \Rightarrow 2x - 4 - 6x - 18 + 6x = 4x - 2 \Rightarrow \\ \Rightarrow 2x - 6x + 6x - 4x &= -2 + 4 + 18 \Rightarrow -2x = 20 \Rightarrow x = \frac{20}{-2} \Rightarrow x = -10 \end{aligned}$$

6. **[1 punto]** Dados los polinomios $P(x) = 2x^4 - x^5 + 3 - x^2$ y $Q(x) = x^3 - x - 1$, efectúa la división $P(x) : Q(x)$ y escribe el dividendo como divisor por cociente más el resto.

$$\begin{array}{r} -x^5 + 2x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x + 3 \\ +x^5 \quad \quad -x^3 - x^2 \\ \hline +2x^4 - x^3 - 2x^2 + 0x + 3 \\ -2x^4 \quad \quad +2x^2 + 2x \\ \hline -x^3 + 0x^2 + 2x + 3 \\ +x^3 \quad \quad -x \quad -1 \\ \hline \quad \quad \quad x + 2 \end{array}$$

Dividendo igual a divisor por cociente más resto:

$$-x^5 + 2x^4 - x^2 + 3 = (x^3 - x - 1) \cdot (-x^2 + 2x - 1) + (x + 2)$$