

1. **[1 punto]** Usa las igualdades notables para desarrollar y simplificar las siguientes expresiones:

$$\text{a) } \left(\frac{1}{3}x - \frac{9}{2}\right)^2 ; \text{ b) } \left(2x^2 + \frac{1}{2}x\right)^2$$

2. **[1,5 puntos]** Factorizar el polinomio $x^5 - 13x^3 + 12x^2$. Indica cuáles son sus raíces.

3. **[1 punto]** Hallar el valor de k para que al dividir el polinomio $4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + kx + 1$ entre $x - \frac{1}{2}$, el resto sea igual a 4.

4. **[2 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado. Simplifica las soluciones obtenidas

$$\text{a) } \frac{1}{2}(x^2 + 1) - 2(1 + 2x) = -\frac{x+5}{4} - 7 ; \text{ b) } \frac{-2x(x+1)}{5} - \frac{x+1}{2} - \frac{36}{5} = x^2 - \frac{8x+12}{2}$$

5. **[2,5 puntos]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más adecuado.

$$\text{a) } \begin{cases} \frac{2(x-3)}{3} + x = -\frac{y}{15} \\ \frac{y+1}{2} - 2(x-1) = 3 \end{cases} ; \text{ b) } \begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$$

Del segundo sistema representa gráficamente cada una de las ecuaciones para observar que el punto de corte de ambas coincide con la solución del sistema.

6. **[1 punto]** Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno?
7. **[1 punto]** Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote.

Soluciones

1. **[1 punto]** Usa las igualdades notables para desarrollar y simplificar las siguientes expresiones:

$$a) \left(\frac{1}{3}x - \frac{9}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3}x \cdot \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 - 3x + \frac{81}{4}$$

$$b) \left(2x^2 + \frac{1}{2}x\right)^2 = (2x^2)^2 + 2 \cdot 2x^2 \cdot \frac{1}{2}x + \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = 4x^4 + 2x^3 + \frac{1}{4}x^2$$

2. **[1,5 puntos]** Factorizar el polinomio $x^5 - 13x^3 + 12x^2$. Indica cuáles son sus raíces.

En primer lugar extraemos factor común: $x^5 - 13x^3 + 12x^2 = x^2(x^3 - 13x + 12)$. Ahora aplicamos la regla de Ruffini al polinomio $x^3 - 13x + 12$.

	1	0	-13	12
1		1	1	-12
	1	1	-12	0
3		3	12	
	1	4	0	
-4		-4		
	1	0		

Entonces $x^3 - 13x + 12 = (x-1)(x-3)(x+4)$. Por tanto $x^5 - 13x^3 + 12x^2 = x^2(x-1)(x-3)(x+4)$. Las raíces del polinomio son $x=0$ (doble), $x=1$, $x=3$ y $x=-4$.

3. **[1 punto]** Hallar el valor de k para que al dividir el polinomio $4x^4 - 6x^3 + 8x^2 + kx + 1$ entre $x - \frac{1}{2}$, el resto sea igual a 4.

$\frac{1}{2}$	4	-6	8	k	1
		2	-2	3	$\frac{k+3}{2}$
	4	-4	6	$k+3$	$\frac{k+3}{2} + 1$

Como el resto ha de ser igual a 4, tenemos que $\frac{k+3}{2} + 1 = 4 \Rightarrow k+3+2=8 \Rightarrow k=3$.

4. **[2 puntos]** Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado.

$$a) \frac{1}{2}(x^2 + 1) - 2(1 + 2x) = -\frac{x+5}{4} - 7 ; 2(x^2 + 1) - 8(1 + 2x) = -(x+5) - 28 ;$$

$$2x^2 + 2 - 8 - 16x = -x - 5 - 28 ; 2x^2 - 15x + 27 = 0. \text{ El discriminante es:}$$

$$\Delta = (-15)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 27 = 225 - 216 = 9. \text{ Por tanto } x = \frac{15 \pm 3}{2 \cdot 2} = \begin{cases} x_1 = \frac{18}{4} \Rightarrow x_1 = \frac{9}{2} \\ x_2 = \frac{12}{4} \Rightarrow x_2 = 3 \end{cases}$$

$$b) \frac{-2x(x+1)}{5} - \frac{x+1}{2} - \frac{36}{5} = x^2 - \frac{8x+12}{2} ; -4x(x+1) - 5(x+1) - 72 = 10x^2 - 5(8x+12) ;$$

$$-4x^2 - 4x - 5x - 5 - 72 = 10x^2 - 40x - 60 ; -14x^2 + 31x - 17 = 0 . \text{ El discriminante es:}$$

$$\Delta = 31^2 - 4 \cdot (-14) \cdot (-17) = 961 - 952 = 9 . \text{ Por tanto: } x = \frac{-31 \pm 3}{2 \cdot (-14)} = \begin{cases} x_1 = \frac{-28}{-28} \Rightarrow x_1 = 1 \\ x_2 = \frac{-34}{-28} \Rightarrow x_2 = \frac{17}{14} \end{cases}$$

5. **[2,5 puntos]** Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones por el método que consideres más adecuado.

$$a) \begin{cases} \frac{2(x-3)}{3} + x = -\frac{y}{15} \\ \frac{y+1}{2} - 2(x-1) = 3 \end{cases} ; \begin{cases} 10(x-3) + 15x = -y \\ y+1-4(x-1) = 6 \end{cases} ; \begin{cases} 10x-30+15x = -y \\ y+1-4x+4 = 6 \end{cases} ; \begin{cases} 25x+y = 30 \\ -4x+y = 1 \end{cases} . \text{ Restando ambas}$$

ecuaciones se tiene que $29x = 29 \Rightarrow x = 1$. Sustituyendo en la segunda ecuación: $-4 + y = 1 \Rightarrow y = 5$.

$$b) \begin{cases} 2x - y = 1 \\ -6x + \frac{y}{3} = 5 \end{cases} ; \begin{cases} 2x - y = 1 \\ -18x + y = 15 \end{cases} ;$$

$$\begin{cases} y = 2x - 1 \\ y = 18x + 15 \end{cases} \text{ Resolviendo por igualación:}$$

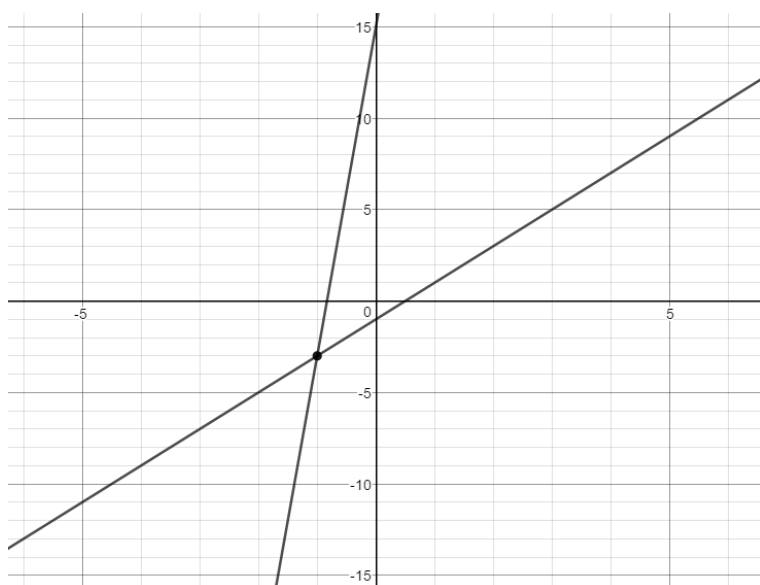
$$2x - 1 = 18x + 15 ; -16x = 16 ; x = -1 .$$

Sustituyendo en la primera ecuación:

$$y = 2 \cdot (-1) - 1 \Rightarrow y = -3$$

Tablas de valores:

	$y = 2x - 1$			$y = 18x + 15$	
x	-1	0		-1	0
y	-3	-1		-3	15



6. **[1 punto]** Javier tiene 27 años más que su hija Nuria. Dentro de ocho años, la edad de Javier doblará la de Nuria. ¿Cuántos años tiene cada uno?

Si llamamos x a la edad de Nuria, la edad de Javier será $x + 27$. Según el enunciado podemos plantear la siguiente ecuación: $x + 27 + 8 = 2(x + 8)$. Resolviendo la ecuación: $x + 35 = 2x + 16 \Rightarrow x = 19$.

Por tanto, Javier tiene 46 años y Nuria 19.

7. **[1 punto]** Se tiene un lote de baldosas cuadradas. Si se forma con ellas un cuadrado de x baldosas por lado sobran 27, y si se toman $x+1$ baldosas por lado faltan 40. Hallar las baldosas del lote.

El cuadrado de x baldosas por lado posee x^2 baldosas. El cuadrado de $x+1$ baldosas por lado tiene $(x+1)^2$ baldosas. En el primer caso el lote lo formarán $x^2 + 27$ baldosas pues sobran 27, y en el segundo caso el lote estará formado por $(x+1)^2 - 40$ baldosas pues faltan 40. Esto quiere decir que $x^2 + 27 = (x+1)^2 - 40$. Resolviendo la ecuación anterior: $x^2 + 27 = x^2 + 2x + 1 - 40 ; -2x = 1 - 40 - 27 ; -2x = -66 ; x = 33$.

Por tanto el lote está formado por $x^2 + 27 = 33^2 + 27 = 1116$ baldosas.