

Vectores y rectas

- 1.- Calcula el valor de k sabiendo que el módulo del vector $\vec{v} = (k, 3)$ es 5.
- 2.- Si $\vec{v} = (3, 4)$, hallar un vector unitario de su misma dirección y sentido.
- 3.- Halla las coordenadas del baricentro del triángulo de vértices $A(1, 2)$, $B(-3, 4)$ y $C(-1, 3)$.
- 4.- Hallar las coordenadas de C , sabiendo que $B(2, -2)$ es el punto medio de AC , $A(-3, 1)$.
- 5.- Averiguar si están alineados los puntos: $A(-2, -3)$, $B(1, 0)$ y $C(6, 5)$.
- 6.- Calcula D para que el cuadrilátero $A(-1, -2)$, $B(4, -1)$, $C(5, 2)$ y D sea un paralelogramo.
- 7.- Las coordenadas de los extremos del segmento AB son $A(2, -1)$ y $B(8, -4)$. Hallar las coordenadas del punto C que divide a AB en dos partes tales que AC es la mitad de CB .
- 8.- Si el segmento AB de extremos $A(1, 3)$, $B(7, 5)$, se divide en cuatro partes iguales, ¿cuáles son las coordenadas de los puntos de división?
- 9.- Hallar el simétrico del punto $A(4, -2)$ respecto de $M(2, 6)$.
- 10.- Hallar el simétrico del punto $A(3, -2)$ respecto de $M(-2, 5)$.
- 11.- Del triángulo ABC se sabe $A(2, 1)$, $B(1, 0)$ y el baricentro $G(2/3, 0)$, calcula C .
- 12.- Dados $A(3, 2)$ y $B(5, 4)$ halla un punto C , alineado con A y B , tal que $CA/CB = 3/2$
- 13.- Hallar un vector unitario de la misma dirección que el vector $\vec{v} = (8, -6)$.
- 14.- Una recta pasa por el punto $A(-1, 3)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (2, 5)$. Da su ecuación vectorial, paramétricas y continua.
- 15.- Escribir la ecuación punto pendiente de:
 - a) Una recta que pasa por el punto $A(-1, 3)$ y tiene un vector director $\vec{v} = (2, 5)$.
 - b) Una recta que pasa por los puntos $A(-2, -3)$ y $B(4, 2)$.
 - c) Una recta que pasa por $A(-2, -3)$ y tiene una inclinación de 45° .
- 16.- Escribir la ecuación general de la recta que:
 - a) Pasa por $A(1, 5)$ y tiene como vector director $\vec{v} = (-2, 1)$.
 - b) Pasa por $A(1, 5)$ y tiene como pendiente $m = -2$.
- 17.- Hallar la ecuación explícita de la recta que pasa por $A(1, 5)$ y tiene como pendiente $m = -2$.
- 18.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(1, 3)$ y $B(2, -5)$.
- 19.- Escribe de todas las formas posibles la ecuación de la recta que pasa por $A(1, 2)$ y $B(-2, 5)$.
- 20.- Hallar la pendiente y la ordenada en el origen de la recta $3x + 2y - 7 = 0$.
- 21.- Estudiar la posición relativa de las rectas de ecuaciones:

1) $2x + 3y - 4 = 0$	2) $x - 2y + 1 = 0$	3) $3x - 2y - 9 = 0$
4) $x + 6y - 8 = 0$	5) $2x - 4y - 6 = 0$	6) $2x + 3y + 9 = 0$
- 22.- ¿Son secantes las rectas $r \equiv x + y - 2 = 0$ y $s \equiv x - 2y + 4 = 0$? En caso afirmativo calcular el punto de corte.
- 23.- Clasificar el triángulo determinado por los puntos:
 - a) $A(6, 0)$, $B(3, 0)$ y $C(6, 3)$
 - b) $A(4, -3)$, $B(3, 0)$ y $C(0, 1)$
- 24.- De un paralelogramo $ABCD$ conocemos $A(1, 3)$, $B(5, 1)$, $C(-2, 0)$. Halla las coordenadas de D .
- 25.- Se tiene el cuadrilátero $ABCD$ cuyos vértices son $A(3, 0)$, $B(1, 4)$, $C(-3, 2)$ y $D(-1, -2)$. Comprueba que es un paralelogramo y determina su centro.
- 26.- De un paralelogramo se conoce un vértice, $A(8, 0)$, y el punto de corte de las dos diagonales, $Q(6, 2)$. También sabemos que otro vértice se encuentra en el origen de coordenadas. Calcular:
 - a) Los otros vértices
 - b) Las ecuaciones y longitud de las diagonales.
- 27.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por $A(1, 5)$, y es paralela a la recta $2x + y + 2 = 0$
- 28.- Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -3)$ y es paralela a la recta que une los puntos $(4, 1)$ y $(-2, 2)$.
- 29.- La recta $3x + ny - 7 = 0$ pasa por el punto $A(3, 2)$ y es paralela a la recta $mx + 2y - 13 = 0$. Calcula m y n .
- 30.- Dado el triángulo ABC , de coordenadas $A(0, 0)$, $B(4, 0)$ y $C(4, 4)$; calcula la ecuación de la mediana que pasa por el vértice B .
- 31.- Los puntos $A(-1, 3)$ y $B(3, -3)$ son vértices de un triángulo isósceles que tiene su vértice C en la recta $2x - 4y + 3 = 0$. Si AC y BC son los lados iguales, calcula las coordenadas del vértice C .

SOLUCIONES

Ejercicio n° 1.

$$5 = \sqrt{k^2 + 9} \quad 25 = k^2 + 9 \quad k = \pm 4$$

Ejercicio n° 2.

$$|\vec{v}| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \quad \vec{w} = \frac{1}{5}(3, 4) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$$

Ejercicio n° 3.-

$$G\left(\frac{1-3-1}{3}, \frac{2+4+6}{3}\right) = G(-1, 4)$$

Ejercicio n° 4.-

$$2 = \frac{-3 + x_c}{2} \quad 4 = -3 + x_c \quad x_c = 7$$

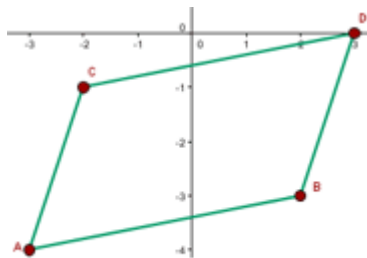
$$C(7, -5)$$

$$-2 = \frac{1 + y_c}{2} \quad -4 = 1 + y_c \quad y_c = -5$$

Ejercicio n° 5.-

$$\frac{1+2}{6-1} = \frac{0+3}{5-0} \quad \frac{3}{5} = \frac{3}{5} \quad SI$$

Ejercicio n° 6.-



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$(4+1, -1+2) = (5-x_D, 2-y_D)$$

$$5 = 5 - x_D \quad x_D = 0$$

$$1 = 2 - y_D \quad y_D = 1$$

$$D(0, 1)$$

Ejercicio n° 7.-

$$\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$$

$$(x-2, y+1) = \frac{1}{2}(8-x, -4-y)$$

$$x-2 = \frac{1}{2}(8-x) \quad x = 4$$

$$C(4, -2)$$

$$y+1 = \frac{1}{2}(-4-y) \quad y = -2$$

Ejercicio n° 8.-



Q es el punto medio del segmento AB

$$Q\left(\frac{1+7}{2}, \frac{3+5}{2}\right) = Q(4, 4)$$

P es el punto medio del segmento AQ

$$P\left(\frac{1+4}{2}, \frac{3+4}{2}\right) = P\left(\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

R es el punto medio del segmento QB

$$R\left(\frac{4+7}{2}, \frac{4+5}{2}\right) = R\left(\frac{11}{2}, \frac{9}{2}\right)$$

Ejercicio n° 9.-

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MA'}$$

$$(2-4, 6+2) = (x-2, y-6)$$

$$x-2 = -2$$

$$x = 0$$

$$A'(0, 14)$$

$$y-6 = 8$$

$$y = 14$$

Ejercicio n° 10.-

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{MA'}$$

$$(-2-3, 5+2) = (x+2, y-5)$$

$$x+2 = -5$$

$$x = -7$$

$$A'(-7, 12)$$

$$y-5 = 7$$

$$y = 12$$

Ejercicio n° 11.-

$$\frac{2}{3} = \frac{2+1+x}{3}$$

$$x = -1$$

$$C(-1, -1)$$

$$0 = \frac{1+0+y}{3}$$

$$y = -1$$

Ejercicio n° 12.-

$$\frac{\overrightarrow{CA}}{\overrightarrow{CB}} = \frac{3}{2}$$

$$\overrightarrow{CA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CB}$$

$$(3-x, 2-y) = \frac{3}{2}(5-x, 4-y)$$

$$3-x = \frac{3}{2}(5-x)$$

$$x = 9$$

$$C(9, 8)$$

$$2-y = \frac{3}{2}(4-y)$$

$$y = 8$$

Ejercicio nº 13.-

$$|\vec{v}| = \sqrt{64 + 36} = 10 \qquad \vec{u} = \frac{1}{10}(8, -6) = \left(\frac{4}{5}, -\frac{3}{5}\right)$$

Ejercicio nº 14.-

Ecuación vectorial. $(x, y) = (-1, 3) + k \cdot (2, 5)$

Ecuaciones paramétricas.
$$\begin{cases} x = -1 + 2k \\ y = 3 + 5k \end{cases}$$

Ecuación continua.
$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5}$$

Ejercicio nº 15.-

a) $y - 3 = \frac{5}{2}(x + 1)$ b) $m = \frac{2+3}{4+2} = \frac{5}{6}; y + 3 = \frac{5}{6}(x + 2)$ c) $\operatorname{tg} 45^\circ = 1; y + 3 = x + 2$

Ejercicio nº 16.-

a) $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-5}{1} \qquad x - 1 = -2y + 10 \qquad x + 2y - 11 = 0$

b) $y - 5 = -2(x - 1) \qquad y - 5 = -2x + 2 \qquad 2x + y - 7 = 0$

Ejercicio nº 17.-

$$y - 5 = -2(x - 1) \qquad y - 5 = -2x + 2 \qquad y = -2x + 7$$

Ejercicio nº 18.-

$$\frac{x-1}{2-1} = \frac{y-3}{-5-3} \qquad -8x + 8 - y - 3 \qquad 8x + y - 11 = 0$$

Ejercicio nº 19.-

Ecuación que pasa por dos puntos $\frac{x-1}{-2-1} = \frac{y-2}{5-2}$

Ecuación vectorial $(x, y) = (1, 2) + k \cdot (-3, 3)$

Ecuaciones paramétricas $\begin{cases} x = 1 - 3k \\ y = 2 + 3k \end{cases}$ Ecuación continua $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{3}$

Ecuación general $x + y - 3 = 0$ Ecuación explícita $y = -x + 3$

Ecuación punto-pendiente $y - 2 = -1 \cdot (x - 1)$

Ejercicio nº 20.-

$$3x + 2y - 7 = 0$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$

$$m = -\frac{3}{2}$$

$$b = \frac{7}{2}$$

Ejercicio nº 21.-

Las rectas 1 y 4 son coincidentes, porque todos sus coeficientes son proporcionales: $\frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{-4}{-8}$

Las rectas 2 y 5 y las 1 y 6 son paralelas respectivamente, ya que existe proporcionalidad entre los coeficientes de x y de y, pero no en el término independiente.

$$\frac{1}{2} = \frac{-2}{-4} \neq \frac{1}{-6}$$

$$\frac{2}{2} = \frac{3}{3} \neq \frac{-4}{9}$$

Ejercicio nº 22.-

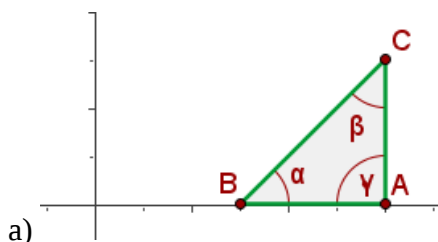
$$\frac{1}{1} \neq \frac{1}{-2}$$

Sí

$$\begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

$$r \cap s = P(0, 2)$$

Ejercicio nº 23.-



$$d(\overline{AB}) = \sqrt{(3-6)^2 + (0-0)^2} = 3$$

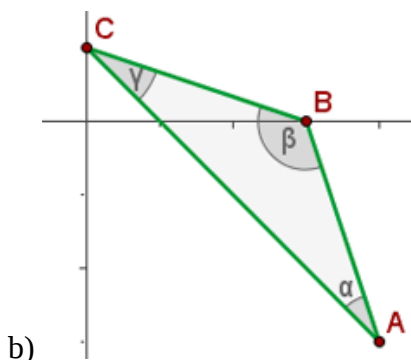
$$d(\overline{BC}) = \sqrt{(6-3)^2 + (3-0)^2} = 3\sqrt{2}$$

$$d(\overline{AC}) = \sqrt{(6-3)^2 + (3-0)^2} = 3$$

$$d(\overline{AB}) = d(\overline{BC}) \neq d(\overline{AC})$$

$$\text{Isósceles: } [d(\overline{BC})]^2 = [d(\overline{AB})]^2 + [d(\overline{AC})]^2$$

Rectángulo



$$d(\overline{AB}) = \sqrt{(3-0)^2 + (4-3)^2} = \sqrt{10}$$

$$d(\overline{BC}) = \sqrt{(0-3)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{10}$$

$$d(\overline{AC}) = \sqrt{(0-4)^2 + (1-3)^2} = 4\sqrt{2}$$

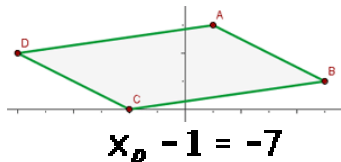
$$d(\overline{AB}) = d(\overline{BC}) \neq d(\overline{AC})$$

Isósceles

$$[d(\overline{AC})]^2 > [d(\overline{AB})]^2 + [d(\overline{BC})]^2$$

Obtusángulo

Ejercicio nº 24.-



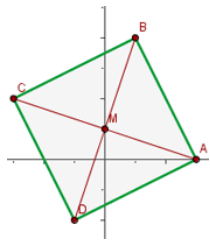
$$x_D - 1 = -7$$

$$y_D - 3 = -1$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \quad (x_D - 1, y_D - 3) = (-2 - 5, 0 - 1)$$

$$D = (-6, 2)$$

Ejercicio nº 25.-



$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \quad \overrightarrow{AB} = (1 - 3, 2 - 4) = (-2, -2) \quad \overrightarrow{DC} = (-3 - (-1), -2 - (-4)) = (-2, 2)$$

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \quad (-1 - 3, -2 - 4) = (-4, -6) \quad (-4, -6) = (-4, -6)$$

Es un paralelogramo Las diagonales se cortan en el punto medio

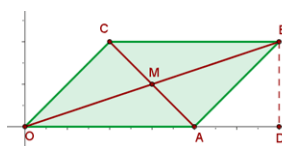
$$M\left(\frac{3-3}{2}, \frac{4-4}{2}\right) \quad M = (0, 0)$$

$$\text{Área} = d(A, B) \cdot d(C, r_{AB})$$

$$d(A, B) = \sqrt{4 + 16} = 2\sqrt{5} \quad \frac{x-3}{1-3} = \frac{y-4}{4-0} \quad r_{AB} = 2x + y - 6 = 0$$

$$d(C, r_{AB}) = \frac{|2 \cdot (-1) + (-2) - 6|}{\sqrt{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} \quad A = 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \frac{10}{\sqrt{5}} = 20 \text{ u}^2$$

Ejercicio nº 26.-



M es el punto medio de $\overline{OB}$

$$(6, 2) = \left(\frac{0+x_B}{2}, \frac{0+y_B}{2}\right)$$

$$6 = \frac{0+x_B}{2}$$

$$B(12, 4)$$

$$2 = \frac{0+y_B}{2}$$

$$6 = \frac{8+x_C}{2}$$

$$C(4, 4)$$

$$(6, 2) = \left(\frac{8+x_C}{2}, \frac{0+y_C}{2}\right)$$

$$2 = \frac{0+y_C}{2}$$

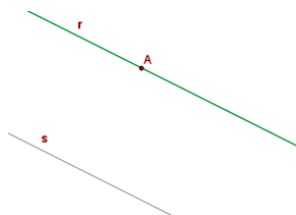
M es el punto medio de $\overline{AC}$

$$\text{Ecuación de AC} \quad \frac{x-8}{4-8} = \frac{y-0}{4-0} \quad x + y - 8 = 0$$

$$\text{Ecuación de OB} \quad \frac{x-12}{12-0} = \frac{y-4}{4-0} \quad x - 3y = 0$$

$$AC = \sqrt{(4-8)^2 + (4-0)^2} = 4\sqrt{2} \quad OB = \sqrt{(12-0)^2 + (4-0)^2} = 4\sqrt{10}$$

Ejercicio n° 27.-



$$m_r = m_s = \frac{-2}{1} \quad y - 5 = -2 \cdot (x - 1) \quad 2x + y - 7 = 0$$

Ejercicio n° 28.-

$$r \parallel s$$

$$m_r = m_s = \frac{2-1}{-2-4} = -\frac{1}{6} \quad m_r = -\frac{1}{6} \quad A(2, -3)$$

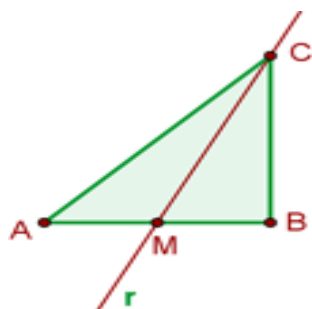
$$y + 3 = -\frac{1}{6}(x - 2) \quad x + 6y + 16 = 0$$

Ejercicio n° 29.-

$$A \in r \quad 3 \cdot 3 + n \cdot 2 - 7 = 0 \quad n = -1$$

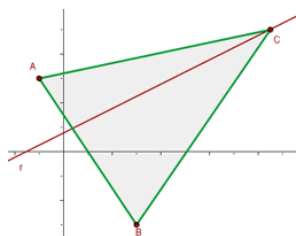
$$r \parallel s \quad \frac{3}{m} = \frac{-1}{2} \quad m = -6$$

Ejercicio n° 30.-



$$M_{AB} \left(\frac{0+4}{2}, \frac{0+0}{2} \right) \quad M_{AB} (2, 0) \quad B(4, 0) \quad \frac{x-2}{4-2} = \frac{y-0}{4-0} \quad 2x - y - 4 = 0$$

Ejercicio n° 31.-



$$C \in r \quad 2x_c - 4y_c + 3 = 0$$

$$d(\overline{AC}) = d(\overline{BC})$$

$$\sqrt{(x_c + 1)^2 + (y_c - 3)^2} = \sqrt{(x_c - 3)^2 + (y_c + 3)^2}$$

$$2x_c - 3y_c - 2 = 0$$

$$\begin{cases} 2x_c - 4y_c + 3 = 0 \\ 2x_c - 3y_c - 2 = 0 \end{cases} \quad C \left(\frac{17}{2}, 5 \right)$$