

Óptica

(2022-2023/Junio.7)

Determine las características (real/virtual, derecha/invertida, mayor/menor), tamaño y posición de la imagen formada por una lente divergente de 0,10 m de distancia focal, si se sitúa un objeto de 1 cm de tamaño a una distancia de:

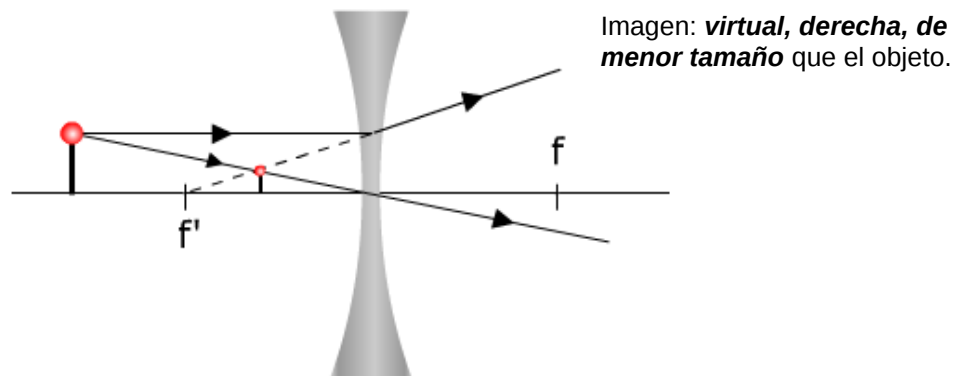
a) 15 cm de la lente.

b) 5 cm de la lente.

Realice en ambos casos el diagrama de rayos correspondiente.

Solución:

a)

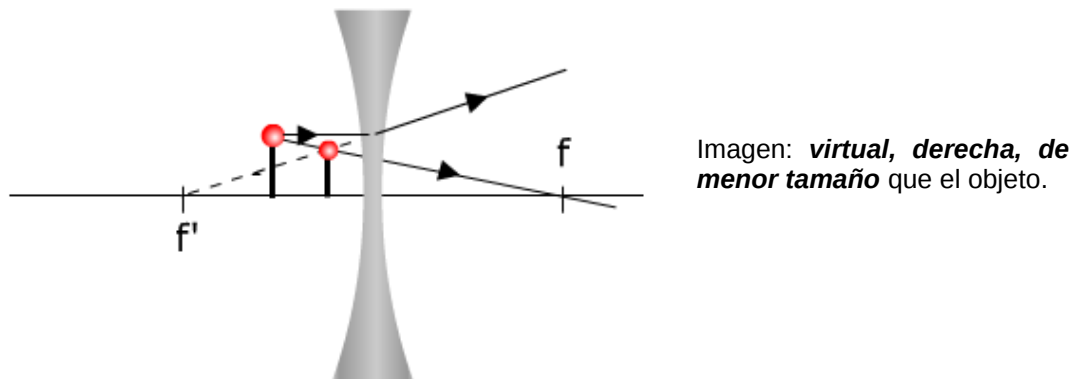


$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{-0,10} + \frac{1}{-0,15} \right) \text{m}^{-1} = -\frac{5}{0,30} \text{m}^{-1}; \quad s' = -0,06 \text{ m} = -6 \text{ cm}$$

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{-0,060 \text{ m}}{-0,15 \text{ m}} = 0,4$$

$$m = \frac{y'}{y}; \quad y' = m y = 0,4 \cdot 1 \text{ cm} = 0,4 \text{ cm} = 0,004 \text{ m}$$

b)



$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{-0,10} + \frac{1}{-0,05} \right) \text{m}^{-1} = -\frac{3}{0,10} \text{m}^{-1}; \quad s' = -0,033 \text{ m} = -3,3 \text{ cm}$$

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{-0,033 \text{ m}}{-0,05 \text{ m}} = 0,66$$

$$m = \frac{y'}{y}; \quad y' = m y = 0,66 \cdot 1 \text{ cm} = 0,66 \text{ cm} = 0,0066 \text{ m}$$

(2022-2023/Junio.8)

Una lámina delgada de ámbar de espesor homogéneo d y con índice de refracción $n_{\text{ámbar}} = 1,55$, flota sobre una capa de agua de mayor espesor y con índice de refracción $n_{\text{agua}} = 1,33$, mientras que por encima de la lámina de ámbar se encuentra el aire. Un rayo de luz monocromática de frecuencia $f = 7 \cdot 10^{14}$ Hz incide desde el agua hacia la lámina de ámbar.

- Determine las longitudes de onda y frecuencias del rayo incidente en el agua y en el ámbar.
- Calcule el ángulo de incidencia del rayo incidente sobre la superficie de interfase agua-ámbar para el que se produce reflexión total interna en la superficie de separación ámbar-aire.

Solución:

- La frecuencia de la onda es independiente del medio en el que se mueve. La longitud de onda, por el contrario, dependerá de la velocidad de propagación de la onda y esta sí que depende del medio. Por tanto:

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{c}{v}; v = \frac{c}{n} \\
 v_{\text{H}_2\text{O}} &= \frac{c}{n_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\
 v_{\text{Amb}} &= \frac{c}{n_{\text{Amb}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,55} = 1,94 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} n &= \frac{c}{v}; v = \frac{c}{n} \\ v_{\text{H}_2\text{O}} &= \frac{c}{n_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ v_{\text{Amb}} &= \frac{c}{n_{\text{Amb}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,55} = 1,94 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} v &= \lambda f; \lambda = \frac{v}{f} \\ \lambda_{\text{H}_2\text{O}} &= \frac{v_{\text{H}_2\text{O}}}{f} = \frac{2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3,23 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 323 \text{ nm} \\ \lambda_{\text{Amb}} &= \frac{v_{\text{Amb}}}{f} = \frac{1,94 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{7 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 2,77 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 277 \text{ nm} \end{aligned}$$

- Aplicando la ley de Snell a la primera refracción (agua-ámbar) y luego a la segunda (ámbar-aire); tenemos:

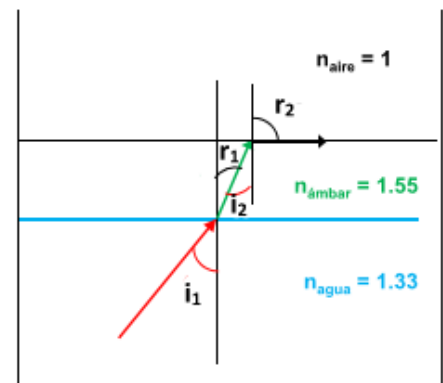
c)

$$\left. \begin{aligned} n_{\text{H}_2\text{O}} \sin(i_1) &= n_{\text{Amb}} \sin(r_1) \\ n_{\text{Amb}} \sin(i_2) &= n_{\text{Aire}} \sin(r_2) \end{aligned} \right\} n_{\text{H}_2\text{O}} \sin(i_1) = n_{\text{Aire}} \sin(r_2)$$

$$r_1 = i_2$$

Cuando se produzca la reflexión total $r_2 = 90^\circ$ e $i_2 = L$, por tanto:

$$\begin{aligned} n_{\text{H}_2\text{O}} \sin(i_1) &= n_{\text{Aire}} \sin(90^\circ) \\ \sin(i_1) &= \frac{n_{\text{Aire}}}{n_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{1,00}{1,33} = 0,7518; i_1 = 48,75^\circ = 48^\circ 45' \end{aligned}$$



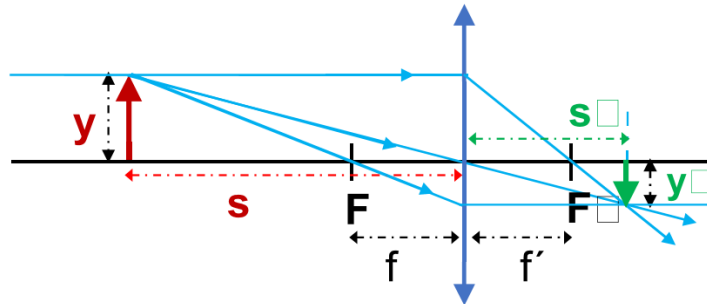
(2022-2023/Julio.7)

Un objeto de altura y se coloca a una distancia igual a $3f$ del centro de una lente convergente que tiene una distancia focal f .

- Realice un diagrama de rayos para obtener la imagen a escala que se forma del objeto.
- Justifique analíticamente si la imagen que se obtiene es real o virtual, derecha o invertida y de mayor o menor tamaño que el objeto.

Solución:

a)



(Esquema UNIOVI)

b)

$$s = -3f$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{f} + \frac{1}{-3f} \right) = \frac{2}{3}f; \quad s' = \frac{3}{2}f \text{ (m)}$$

Distancia imagen positiva. Imagen situada a la derecha de la lente, donde convergen los rayos: **imagen real**.

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{\frac{3}{2}f}{-3f} = -\frac{1}{2}; \quad m = \frac{y'}{y}; \quad y' = m y = -\frac{y}{2}$$

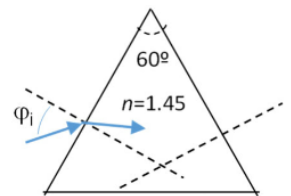
Aumento <1 : **imagen más pequeña**.

Aumento negativo: **imagen invertida**.

(2022-2023/Julio.8)

Un rayo de luz monocromática incide desde el aire con un ángulo $\varphi_1 = 45^\circ$ sobre una de las caras de un prisma triangular de material transparente, cuyas superficies planas forman un ángulo de 60° , según se ilustra en la figura adjunta.

Si el índice de refracción del material para esa radiación monocromática es $n = 1,45$, determine:



- El ángulo de refracción en la primera superficie.
- El menor valor posible del ángulo de incidencia sobre la segunda superficie para que un rayo que viaja por el interior del prisma pueda emerger a través de ella hacia el aire

Solución:

a) Refracción en la primera cara:

$$n_{\text{Aire}} \sin(\varphi_1) = n_{\text{Prisma}} \sin(r_1) \quad \sin(r_1) = \frac{n_{\text{Aire}} \sin(\varphi_1)}{n_{\text{Prisma}}} = \frac{1 \cdot \sin(45^\circ)}{1,45} = 0,4877; \quad r_1 = 29,19^\circ = 29^\circ 11' 24''$$

b) Refracción en la segunda cara:

$$n_{\text{Prisma}} \sin(i_2) = n_{\text{Aire}} \sin(r_2)$$

Como en la segunda refracción el rayo sale del vidrio hacia el aire se refracta acercándose a la normal. Al aumentar el ángulo de incidencia llegará un momento que se refracte rasante a la cara del prisma ($i_2 = L$ y $r_2 = 90^\circ$). Por encima de ese valor para el ángulo de incidencia habrá reflexión total y el rayo no saldrá del prisma. Podemos por tanto plantear:

$$n_{\text{Prisma}} \sin(L) = n_{\text{Aire}} \sin(90^\circ)$$

$$\sin(L) = \frac{n_{\text{Aire}}}{n_{\text{Prisma}}} = \frac{1,00}{1,45} = 0,6896; \quad L = 43,60^\circ = 43^\circ 36'$$

(2021-2022/Junio.4A)

Determina las características (real/virtual, derecha/invertida, mayor/menor), el tamaño y posición de la imagen formada por una lente convergente de 0.1 m de distancia focal, si se sitúa un objeto de 2 cm de tamaño a una distancia de:

- 15 cm de la lente
- 5 cm de la lente.

Realiza en ambos casos el diagrama de rayos correspondiente.

Solución:

$$a) \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{(-0,15)} \right) m^{-1} = \frac{1}{0,3} m^{-1}; \quad s' = 0,3 \text{ m}$$

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{0,3}{-0,15} = -2$$

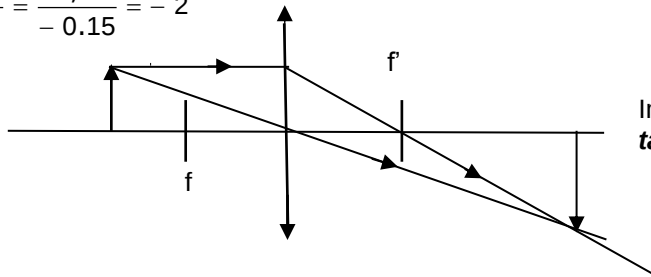


Imagen: **real, invertida doble tamaño** que el objeto.

$$b) \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{0,1} + \frac{1}{(-0,05)} \right) m^{-1} = -\frac{1}{0,10} m^{-1}; \quad s' = -0,10 \text{ m}$$

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{-0,10}{-0,05} = 2$$

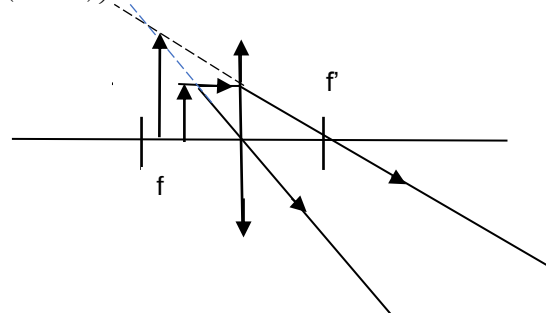


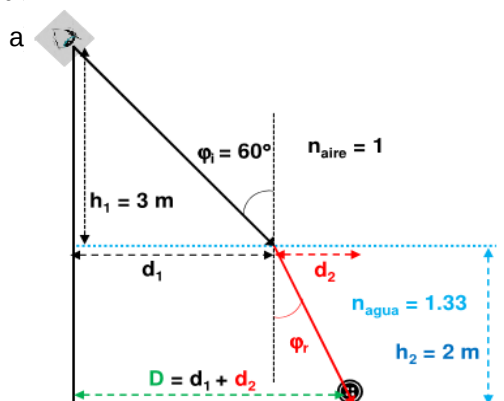
Imagen: **virtual, derecha doble tamaño** que el objeto.

(Oviedo. 2021-2022/Junio.4B)

Un bañista situado al borde de un trampolín descubre un objeto en el fondo de la piscina, que tiene una profundidad de 2 m. Para observarlo ha necesitado mirar con un ángulo de 60° respecto a la normal a la superficie del agua, estando su ojo situado a 3 m de altura sobre el agua. Dado que el valor del índice de refracción del agua es $n_{\text{agua}} = 1.33$, calcula:

- La distancia horizontal a la que se encuentra el objeto respecto a la vertical desde el borde del trampolín.
 - El ángulo límite entre ambos medios, realizando un esquema que indique la marcha del rayo.
- DATOS: $n_{\text{aire}} = 1,00$

Solución:



$$n_1 \sin(\hat{i}) = n_2 \sin(\hat{r})$$

$$\sin(\hat{r}) = \frac{n_1}{n_2} \sin(\hat{i}) = \frac{1,00}{1,33} \sin(60^\circ) = 0,6511; \quad \hat{r} = 40,6^\circ$$

Imagen: UNIOVI

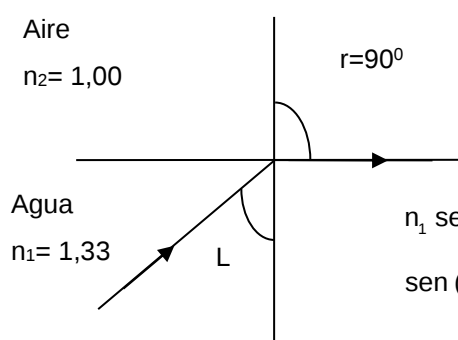
Calculamos la distancia d_2 a partir del triángulo inferior y d_1 usando el triángulo superior

$$\operatorname{tg}(\hat{i}) = \frac{d_1}{h_1}; d_1 = h_1 \operatorname{tg}(\hat{i}) = 3,0 \text{ m} \operatorname{tg}(60^\circ) = 5,2 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}(\hat{r}) = \frac{d_2}{h_2}; d_2 = h_2 \operatorname{tg}(\hat{r}) = 2,0 \text{ m} \operatorname{tg}(40,6^\circ) = 1,7 \text{ m}$$

$$d = d_1 + d_2 = (1,7 + 5,2) \text{ m} = 6,9 \text{ m}$$

- b) Cuando la luz pasa de un medio con mayor índice de refracción a otro con menor índice, el ángulo de refracción aumenta alejándose de la normal y aproximándose a la superficie que separa ambos medios. Si se aumenta el ángulo de incidencia llegará un momento que **el rayo se refracte con 90°** . El ángulo de incidencia para el que ocurre esto se llama **ángulo límite**. Para ángulos de incidencia mayores del límite la luz se refleja, no hay refracción: **reflexión total**.



$$n_1 \operatorname{sen}(\hat{L}) = n_2 \operatorname{sen}(90^\circ)$$

$$\operatorname{sen}(\hat{L}) = \frac{n_2}{n_1} \operatorname{sen}(90^\circ) = \frac{1,00}{1,33} \operatorname{sen}(90^\circ) = 0,7519; \hat{L} = 48,8^\circ$$

(Oviedo. 2021-2022/Julio.4A)

Calcula la distancia a la que debe colocarse un objeto delante de una lente convergente cuya distancia focal es de 0.50 m, para que se forme una imagen virtual, derecha y tres veces mayor que un objeto de 1 cm de altura. Realiza el trazado de rayos correspondiente, identificando los elementos principales de la lente, el objeto y la imagen formada, así como las posiciones en las que deben situarse.

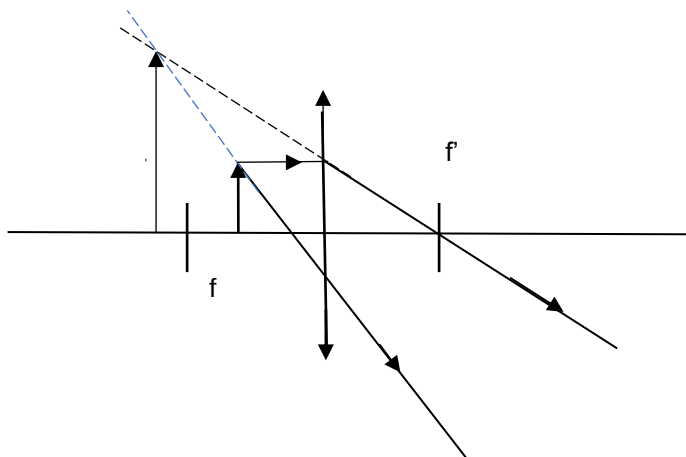
Solución:

Para que se forme una imagen virtual el objeto ha de situarse entre la lente y el foco

$$m = \frac{s'}{s}; 3 = \frac{s'}{s}; s' = 3s$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \frac{1}{3s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; s = -\frac{2}{3} f' = -\frac{2}{3} 0,50 \text{ m} = -\frac{1}{3} \text{ m} \approx -0,33 \text{ m}$$

$$s' = 3s = 3(-0,33) \text{ m} = -0,99 \text{ m}$$



(Oviedo. 2021-2022/Julio.4B)

Un rayo de luz de frecuencia $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz se propaga tiene un índice de refracción $n_0 = 1$.

- Calcula su longitud de onda en dicho medio.
- ¿Cuáles serán los valores de la frecuencia y longitud de onda del rayo si el nuevo medio por el que se propaga por un medio que tiene un índice de $n_1=1,36$?

Solución:

a)

$$f \lambda = c; \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 6 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 600 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

- b) La velocidad con que se propaga en el nuevo medio será:

$$n = \frac{c}{v}; v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,36} = 2,21 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

La frecuencia no varía, pero como la velocidad es menor la longitud de onda será menor:

$$f \lambda = v; \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,21 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 4,42 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 442 \cdot 10^{-9} \text{ m} = 442 \text{ nm}$$

(Oviedo. 2020-2021/Junio.7)

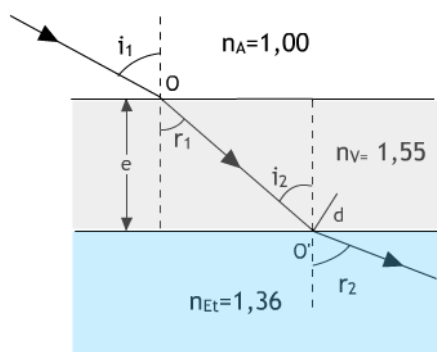
Un depósito cúbico que contiene etanol tiene unas paredes planas de 2,5 cm de grosor fabricadas con un vidrio transparente de índice de refracción 1,55. Un rayo de luz incide desde el exterior (aire) sobre la pared de vidrio del depósito formando un ángulo de $41,3^\circ$ respecto a la normal a la pared.

- Calcule el ángulo que forma el rayo de luz con la normal a la pared en contacto con el etanol.
- El depósito se vacía y se rellena con un líquido desconocido. Si la luz incide con el mismo ángulo que en el caso anterior, el rayo entra en el líquido formando un ángulo de $20,2^\circ$ con la normal. Justifique donde es mayor la velocidad de la luz, en el etanol o en el líquido desconocido.

DATOS: $n_{\text{aire}} = 1,00$; $n_{\text{EtOH}} = 1,36$

Solución:

- a)



En el esquema se pueden ver las dos refracciones que tienen lugar en la pared de vidrio.

En la primera la luz pasa del aire al vidrio (mayor índice de refracción), y se refracta acercándose a la normal:

$$n_A \sin(\hat{i}_1) = n_v \sin(\hat{r}_1)$$

En la segunda se refracta alejándose de la normal al pasar de un medio con mayor índice de refracción (vidrio) a otro con menor índice (etanol):

$$\hat{r}_1 = \hat{i}_2; n_v \sin(\hat{r}_1) = n_{\text{EtOH}} \sin(\hat{r}_2)$$

$$n_A \sin(\hat{i}_1) = n_{\text{EtOH}} \sin(\hat{r}_2)$$

Por tanto:

$$\sin(\hat{r}_2) = \frac{n_A \sin(\hat{i}_1)}{n_{\text{EtOH}}} = \frac{1,00 \sin(41,3^\circ)}{1,36} = 0,4853; \hat{r}_2 = 29,0^\circ$$

$$n_v \sin(\hat{i}_2) = n_{\text{Et}} \sin(\hat{r}_2)$$

- b) Si ahora el ángulo en la segunda refracción es menor que cuando se usaba etanol, implica que el índice de refracción del líquido ha de ser mayor y, en consecuencia, su velocidad menor que en el etanol ($n = c/v$).

También podemos efectuar el cálculo del índice de refracción del líquido usando la expresión anteriormente deducida:

$$n_A \sin(\hat{i}_1) = n_{\text{Liq}} \sin(\hat{r}_2); n_{\text{Liq}} = \frac{n_A \sin(\hat{i}_1)}{\sin(\hat{r}_2)} = \frac{1,00 \sin(41,3^\circ)}{\sin(20,2^\circ)} = 1,91$$

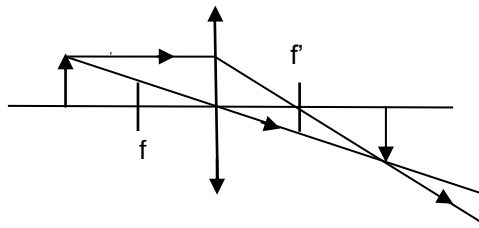
(Oviedo. 2020-2021/Junio.8)

Colocamos un objeto cuya altura es 8 cm en un punto situado 32 cm a la izquierda de una lente delgada convergente cuya distancia focal es 16 cm.

- a) Dibuje el diagrama de rayos principales en el que se muestre la formación de la imagen.
b) Determine la naturaleza de la imagen, su posición y su tamaño

Solución:

a)



b)

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{(-32)} \right) \text{cm}^{-1} = \frac{1}{32} \text{cm}^{-1}; \quad s' = 32 \text{ cm}$$

$$m = \frac{s'}{s} = \frac{(-32)}{32} = -1 \quad \text{Imagen: } \textbf{real, invertida y del mismo tamaño} \text{ que el objeto.}$$

(Oviedo. 2020-2021/Julio.7)

Una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida se sitúa entre un objeto y una pantalla, formando sobre la pantalla una imagen real, invertida y de triple tamaño que el objeto. Sabiendo que la distancia entre el objeto y la pantalla es de 8 m.

- a) Determine la distancia focal de la lente y la distancia del objeto a la lente.
b) Indique el tipo de lente utilizada y realice el trazado de rayos correspondiente.

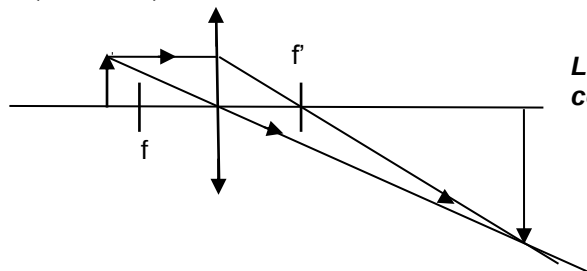
Solución:

- a) Para que forme una imagen real **la lente ha de ser convergente**.

$$\left. \begin{aligned} (-s) + s' &= 8 \\ m = \frac{s'}{s} = \frac{y'}{y} = -\frac{3y}{y} = -3; \quad \frac{s'}{s} &= -3; \quad s' = -3s \end{aligned} \right\} \begin{aligned} (-s) + (-3s) &= 8; \quad -4s = 8 \text{ m}; \quad s = -2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{(-2)} \right) \text{m}^{-1} = \frac{4}{6} \text{m}^{-1} = \frac{2}{3} \text{m}^{-1}; \quad f' = 1,5 \text{ m}$$

b)



La lente ha de ser convergente tal y como se indica en el apartado (a)

(Oviedo. 2020-2021/Julio.8)

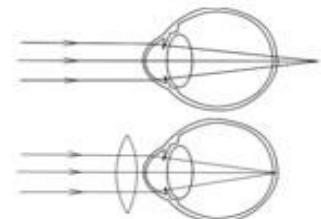
Responda razonadamente a las siguientes cuestiones:

- Describa en qué consiste la presbicia o vista cansada, justifique gráficamente cómo actúa el tipo de lente adecuado para la corrección de este defecto.
- Teniendo en cuenta que la lente correcta debe formar una imagen en el punto próximo, determine la potencia y la distancia focal de la lente que debe utilizar una persona con presbicia si su punto próximo se encuentra situado a 1 m y quiere leer a una distancia de 0,25 m. Las distancias referidas se consideran respecto a la lente.

Solución:

- La presbicia, o “vista cansada”, es un defecto similar a la hipermetropía, ya que en ambos casos los rayos convergen más allá de la retina.**

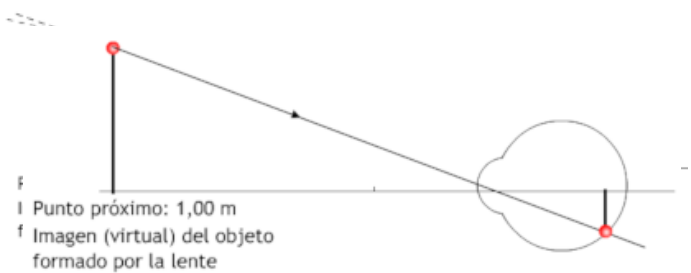
En el caso de la presbicia los músculos ciliares, debido a la pérdida de fuerza que se produce con la edad, son incapaces de tirar lo suficiente del cristalino para aumentar su curvatura a la hora de enfocar los objetos próximos. De ahí que las personas con presbicia tiendan a alejar los objetos próximos con el fin de facilitar que la imagen se forme en la retina y no más allá (visión borrosa). Para corregir el defecto hay que lograr que los rayos converjan en la retina para lo cual **se deben de usar lentes convergentes** (ver figura).



Ojo présbita (arriba).

Corrección con una lente convergente (abajo)

- El punto próximo de un ojo présbita (punto más cercano al ojo para el cual la visión no es borrosa) está más alejado de lo normal.** Para poder ver nítidamente un objeto hay que interponer **una lente que forme su imagen en el punto próximo**. El ojo “ve” la imagen formada por la lente a su distancia de visión distinta (1 m). Así la lente “aleja” el objeto del ojo a una distancia de la retina (ver Sears.Optica).



El ojo “ve” la imagen del objeto situada en su punto próximo formando una imagen nítida en la retina.

Para la lente (imagen anterior)

$$s' = -1,00 \text{ m}; s = -0,25 \text{ m}$$

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{(-1,00)} - \frac{1}{(-0,25)} \text{ m}^{-1}$$

$$P = \frac{1}{f'} = 3 \text{ dioptrías}$$

(Oviedo. 2019-2020/Junio.6)

Un objeto de 7 cm de altura se coloca 10 cm a la izquierda de una lente delgada divergente de distancia focal 25 cm.

- Dibuje el diagrama de rayos principales mostrando la formación de la imagen.
- Determine: la posición, la orientación, el tamaño y la naturaleza de la imagen.

Solución:

-

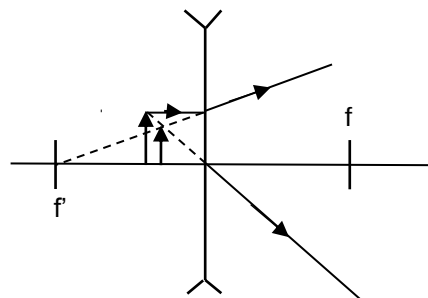


Imagen:

- Virtual.
- A la izquierda de la lente.
- Más pequeña.
- Derecha.

$$b) \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} = \left(-\frac{1}{25} - \frac{1}{10} \right) \text{cm}^{-1}; \quad s' = -7 \text{ cm}$$

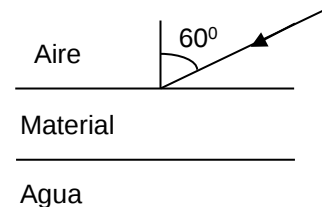
$$m = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-7 \text{ cm}}{-10 \text{ cm}} = 0,7; \quad y' = my = 0,7 \cdot 7 \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

(Oviedo. 2019-2020/Julio.6)

Colocamos entre agua y aire un material de caras planas y paralelas que tiene un espesor de 5 cm y un índice de refracción desconocido. Incidimos desde el aire con un rayo de luz monocromática de 520 nm y un ángulo de incidencia de 60° en el material.

- Realice el trazado de rayos y determine el ángulo que forma el rayo con la superficie de separación entre el material y el agua.
- La longitud de onda del rayo en el material y en el agua.
- El índice de refracción del material si con un ángulo de incidencia de 80° del rayo desde el agua sobre el material se produce reflexión total interna en el agua.

DATOS: Velocidad de la luz en el aire: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$;
índice de refracción del agua, $n_{\text{agua}} = 1,33$



Solución:

a)

$$\left. \begin{aligned} n_1 \sin i_1 &= n_2 \sin r_1 \\ n_2 \sin i_2 &= n_3 \sin r_2 \end{aligned} \right\} r_1 = i_2; \quad n_1 \sin i_1 = n_3 \sin r_2$$

$$\sin r_2 = \frac{n_1 \sin i_1}{n_3} = \frac{1,00 \sin(60^\circ)}{1,33} = 0,6511; \quad r_2 = 40,6^\circ$$

Luego el ángulo que forma el rayo con la superficie del agua será: $90^\circ - 40,6^\circ = 49,4^\circ$

b) Para el aire: $f \cdot \lambda = c; \quad f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{520 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 5,77 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$

Como la frecuencia no cambia, la longitud de onda variará al cambiar de medio, ya que lo hace la velocidad de propagación.

$$n_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{c}{v_{\text{H}_2\text{O}}}; \quad v_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{c}{n_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\lambda_{\text{H}_2\text{O}} f = v_{\text{H}_2\text{O}}; \quad \lambda_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{v_{\text{H}_2\text{O}}}{f} = \frac{2,26 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,77 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3,9 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 390 \text{ nm}$$

Para calcular la longitud de onda en el material es necesario conocer su índice de refracción, como este se calcula en el apartado (c), el cálculo de la longitud de onda solicitada se realiza a continuación.

c)

$$n_{\text{H}_2\text{O}} \sin L = n \sin 90^\circ = n$$

$$n = n_{\text{H}_2\text{O}} \sin L = 1,33 \sin 80^\circ = 1,31$$

Cálculo de la longitud de onda: $n = \frac{c}{v}; \quad v = \frac{c}{n} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,31} = 2,29 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$$\lambda f = v; \quad \lambda = \frac{v}{f} = \frac{2,29 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{5,77 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}} = 3,97 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 397 \text{ nm}$$