

OPCIÓN A

1.- Dada la función $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + \operatorname{sen}^2 x + 2 & \text{si } x \leq 0 \\ \sqrt[3]{x} + 2a \cos x & \text{si } 0 < x < \pi \\ \sqrt[3]{x+b} - 2 & \text{si } \pi \leq x \end{cases}$

a) Hallar los valores de **a** y **b** para que $f(x)$ sea continua en todo \mathbb{R} (explicar) [1 punto]

b) Estudia la derivabilidad en todo \mathbb{R} de la función $f(x)$ con los valores de **a** y **b** obtenidos anteriormente [1'5 puntos]

a)

$$\left\{ \begin{array}{l} f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 3 \cdot 0^2 + \operatorname{sen}^2 0 + 2 = 0 + \operatorname{sen} 0 + 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \sqrt[3]{0} + 2a \cos 0 = 0 + 2a \cdot 1 = 2a \end{array} \right. \Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2 \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2a \Rightarrow a = 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \sqrt[3]{\pi} + 2 \cdot 1 \cos \pi = \sqrt[3]{\pi} + 2(-1) = \sqrt[3]{\pi} - 2 \\ f(\pi) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \sqrt[3]{\pi+b} - 2 \end{array} \right. \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi^-} f(x) = \sqrt[3]{\pi} - 2 = f(1) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} f(x) = \sqrt[3]{\pi+b} - 2$$

$$\sqrt[3]{\pi} - 2 = \sqrt[3]{\pi+b} - 2 \Rightarrow \sqrt[3]{\pi} = \sqrt[3]{\pi+b} \Rightarrow \pi = \pi + b \Rightarrow b = 0$$

b)

$$f'(x) = \begin{cases} 6x + 2 \operatorname{sen} x \cos x & \text{si } x < 0 \\ \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2 \operatorname{sen} x & \text{si } 0 < x < \pi \\ \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} & \text{si } \pi < x \end{cases} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 6 \cdot 0 + 2 \operatorname{sen} 0 \cos 0 = 0 + 2 \cdot 0 \cdot 1 = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{0^2}} - 2 \operatorname{sen} 0 = \frac{1}{0} - 2 \cdot 0 \Rightarrow \text{Sin solución} \\ \lim_{x \rightarrow \pi^-} f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{\pi^2}} - 2 \operatorname{sen} \pi = \frac{1}{3\sqrt[3]{\pi^2}} + 0 = \frac{1}{3\sqrt[3]{\pi^2}} \\ \lim_{x \rightarrow \pi^+} f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{\pi^2}} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 0 \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \infty \Rightarrow \text{En } x = 0 \text{ No es derivable}$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow \pi^+} f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{\pi^2}} \Rightarrow \text{En } x = \pi \text{ Es derivable}$$

2.- Calcular

$$a) \int \left(5\sqrt[3]{x} - 3x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx \quad (0'75 \text{ puntos}) \qquad b) \int \frac{5}{(2x-3)^2 + 9} dx \quad (1'25 \text{ puntos})$$

$$c) \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cot g x dx \quad (0'5 \text{ puntos})$$

$$\begin{aligned} a) \int \left(5\sqrt[3]{x} - 3x^3 + \frac{2}{x^2} \right) dx &= 5 \int x^{\frac{1}{3}} dx - 3 \int x^3 dx + 2 \int x^{-2} dx = 5 \cdot \frac{1}{\frac{1}{3}+1} \cdot x^{\frac{1}{3}+1} - 3 \cdot \frac{1}{3+1} \cdot x^{3+1} + 2 \cdot \frac{1}{-2+1} \cdot x^{-2+1} \\ &= 5 \cdot \frac{1}{4} \cdot x^{\frac{4}{3}} - 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot x^4 + 2 \cdot \frac{1}{-1} \cdot x^{-1} = \frac{15}{4} \cdot \sqrt[3]{x^4} - \frac{3}{4} \cdot x^4 - 2 \cdot x^{-1} = \frac{15}{4} \cdot \sqrt[3]{x} - \frac{3}{4} \cdot x^4 - \frac{2}{x} + K \end{aligned}$$

b)

$$I = \int \frac{5}{(2x-3)^2 + 9} dx = 5 \int \frac{1}{t^2 + 9} \frac{dt}{2} = \frac{5}{2} \int \frac{dt}{t^2 + 9} = \frac{5}{2} \int \frac{dt}{9 \left(\frac{t^2}{9} + 1 \right)} = \frac{5}{18} \int \frac{dt}{\left(\frac{t}{3} \right)^2 + 1} = \frac{5}{18} \int \frac{du}{u^2 + 1}$$

$$2x-3=t \Rightarrow 2 dx = dt \Rightarrow dx = \frac{dt}{2} \qquad \qquad \qquad \frac{t}{3} = u \Rightarrow t = 3u \Rightarrow dt = 3 du$$

$$I = \int \frac{5}{(2x-3)^2 + 9} dx = \frac{15}{18} \int \frac{du}{u^2 + 1} = \frac{5}{6} \operatorname{arc tg} u = \frac{5}{6} \operatorname{arc tg} \left(\frac{t}{3} \right) = \frac{5}{6} \operatorname{arc tg} \left(\frac{2x-3}{3} \right) + K$$

c)

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin x} dx = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dt}{t} = [\ln t]_{\frac{1}{2}}^1 = \ln 1 - \ln \frac{1}{2} = 0 - (\ln 1 - \ln 2) = \ln 2$$

$$\sin x = t \Rightarrow \cos x dx = dt \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \sin \frac{\pi}{2} = 1 \\ x = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

3.- Calcular la matriz \mathbf{X} tal que $\mathbf{XA} + 3\mathbf{B} = \mathbf{C}$, siendo

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ (detalla todos los cálculos realizados)}$$

[2'5 puntos]

$$\mathbf{XA} = \mathbf{C} - 3\mathbf{B} \Rightarrow \mathbf{XAA}^{-1} = (\mathbf{C} - 3\mathbf{B})\mathbf{A}^{-1} \Rightarrow \mathbf{XI} = (\mathbf{C} - 3\mathbf{B})\mathbf{A}^{-1} \Rightarrow \mathbf{X} = (\mathbf{C} - 3\mathbf{B})\mathbf{A}^{-1}$$

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = -4 + 6 = 2 \neq 0 \Rightarrow \exists \mathbf{A}^{-1} \Rightarrow \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} (\text{adj } \mathbf{A}^t) \Rightarrow \mathbf{A}^t = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{adj}\mathbf{A}^t = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{C} - 3\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 12 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \\ \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \right. \Rightarrow \mathbf{X} = \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -7 & -5 \\ -9 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -18 & -16 \\ -46 & -32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 \\ -23 & -16 \end{pmatrix}$$

4.- Dadas las rectas secantes $r_1 : \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 3 - 4\lambda \\ z = -2 + 3\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$ y $r_2 : \begin{cases} 5x - y + z = 2 \\ -5x + y + z = 0 \end{cases}$ obtener

las ecuaciones en forma continua y en forma paramétrica de la recta \mathbf{s} que pasa por el punto de intersección de las rectas dadas y es perpendicular a ambas, explicando el procedimiento utilizado [2'5 puntos]

El vector director de la recta \mathbf{s} lo hallaremos como el producto vectorial de los vectores de las dos rectas por ser perpendicular a ellas

$$\begin{aligned} r_2 : \begin{cases} 5x - y + z = 2 \\ -5x + y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow 2z = 2 \Rightarrow z = 1 \Rightarrow 5x - y + 1 = 2 \Rightarrow y = 5x + 1 - 2 \Rightarrow y = -1 + 5x \Rightarrow \\ \begin{cases} r_1 : \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 3 - 4\lambda \\ z = -2 + 3\lambda \end{cases} \\ r_2 : \begin{cases} -1 + \lambda = \mu \\ 3 - 4\lambda = -1 + 5\mu \\ -2 + 3\lambda = 1 \end{cases} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -1 + \lambda = \mu \\ 3 - 4\lambda = -1 + 5\mu \\ -2 + 3\lambda = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ -4\lambda = -1 + 5\mu \\ 3\lambda = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ -4 = -1 + 5\mu \\ 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = 1 \\ \mu = 0 \\ 3 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 + 1 = 0 \\ y = -1 + 5 \cdot 0 = -1 \\ z = -2 + 3 \cdot 1 = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$-1 = -1 \Rightarrow \text{Sistema Compatible Determinado} \Rightarrow \text{Punto P de intersección} \Rightarrow \mathbf{P} \begin{cases} x = -1 + 1 = 0 \\ y = 3 - 4 \cdot 1 = -1 \\ z = -2 + 3 \cdot 1 = 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{r_1}} = (1, -4, 3) \\ \overrightarrow{v_{r_2}} = (1, 5, 0) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_s} = \overrightarrow{v_{r_1}} \times \overrightarrow{v_{r_2}} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 3\vec{j} + 5\vec{k} + 4\vec{i} - 15\vec{i} = -15\vec{i} + 3\vec{j} + 9\vec{k} \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{v_s} = (-15, 3, 9) \equiv (-5, 1, 3)$$

Continuación del Problema 4 de la Opción A

$$\begin{cases} \vec{v}_s = (-5, 1, 3) \\ P(0, -1, 1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{Ecuación continua} \Rightarrow s \equiv \frac{x-1}{-5} = y+1 = \frac{z-1}{3} \\ \text{Ecuación paramétrica} \Rightarrow s \equiv \begin{cases} x = -5\beta \\ y = -1 + \beta \\ z = 1 + 3\beta \end{cases} \end{cases}$$

OPCIÓN B

1..-a) Calcula la derivada de cada una de las siguientes funciones, justificando en cada caso si la función es creciente o decreciente en el punto indicado:

$$\begin{aligned} i) \quad f(x) &= \arcsen(2x) - \operatorname{tag}(3x) \quad \text{en} \quad x = 0 \\ ii) \quad g(x) &= \sqrt{e^{x^2-4} + \cos(\pi x)} \quad \text{en} \quad x = 2 \end{aligned} \quad [1'5 \text{ puntos}]$$

b) Calcular el siguiente límite, explicando como se hace $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cdot (1 - \cos x)}{\ln^3(x+1)}$ [1 punto]

a)

i)

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-(2x)^2}} \cdot 2 - \frac{1}{\cos^2(3x)} \cdot 3 = \frac{2}{\sqrt{1-4x^2}} - \frac{3}{\cos^2(3x)} \Rightarrow \\ f'(0) &= \frac{2}{\sqrt{1-4 \cdot 0^2}} - \frac{3}{\cos^2(3 \cdot 0)} = \frac{2}{\sqrt{1-0}} - \frac{3}{\cos^2 0} = \frac{2}{1} - \frac{3}{1^2} = -1 < 0 \Rightarrow \text{Decreciente} \end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{2xe^{x^2-4} - \pi \operatorname{sen}(\pi x)}{2\sqrt{e^{x^2-4} + \cos(\pi x)}} \Rightarrow g'(2) = \frac{2 \cdot 2 \cdot e^{2^2-4} - \pi \operatorname{sen}(2\pi)}{2\sqrt{e^{2^2-4} + \cos(2\pi)}} = \frac{4 \cdot e^{4-4} - \pi \cdot 0}{2\sqrt{e^{4-4} + 1}} = \frac{4 \cdot e^0 - 0}{2\sqrt{e^0 + 1}} \\ g'(2) &= \frac{4 \cdot 1}{2\sqrt{1+1}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} > 0 \Rightarrow \text{Creciente} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cdot (1 - \cos x)}{\ln^3(x+1)} &= \frac{\operatorname{sen} 0 \cdot (1 - \cos 0)}{\ln^3(0+1)} = \frac{0 \cdot (1-1)}{\ln^3 1} = \frac{0 \cdot 0}{0^3} = \frac{0}{0} = \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \cdot (1 - \cos x) + [-(-\operatorname{sen} x)] \cdot \operatorname{sen} x}{3\ln^2(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x}{3\ln^2(x+1)} = \frac{\cos 0 - \cos^2 0 + \operatorname{sen}^2 0}{3\ln^2(0+1)} = \\ &= \frac{\cos 0 - \cos^2 0 + \operatorname{sen}^2 0}{3\ln^2(0+1)} = \frac{1 - 1^2 + 0}{3 \cdot 0} = \frac{0}{0} = \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\operatorname{sen} x - 2\cos x(-\operatorname{sen} x) + 2\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{6\ln(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\operatorname{sen} x + 4\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{6\ln(x+1)} = \frac{-\operatorname{sen} 0 + 4\operatorname{sen} 0 \cdot \cos 0}{6\ln(0+1)} = \\ &= \frac{0 + 4 \cdot 0 \cdot 1}{6 \cdot 0} = \frac{0}{0} = \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + 4(\cos x \cdot \cos x - \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} x)}{6 \cdot \frac{1}{x+1}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + 4(\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x)}{6 \cdot \frac{1}{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\cos x + 4 \cos(2x)}{6 \cdot \frac{1}{x+1}} = \frac{-\cos 0 + 4 \cos(2 \cdot 0)}{6 \cdot \frac{1}{0+1}} = \frac{-1 + 4 \cdot 1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

2.- Obtener razonadamente dos números positivos, de forma que se cumplan los siguientes requisitos:

i) La suma de ambos debe ser **60**

ii) El producto del cuadrado de uno de ellos por el cubo del otro resulte de valor máximo

[2'5 puntos]

Llamando **x** e **y** a los números

$$\begin{cases} x + y = 60 \Rightarrow x = 60 - y \\ P = x^2 y^3 \end{cases} \Rightarrow P = (60 - y)^2 y^3 \Rightarrow P' = \frac{dP}{dy} = 2 \cdot (-1) \cdot (60 - y)y^3 + 3y^2(60 - y)^2 \Rightarrow$$

$$P' = \frac{dP}{dy} = (60 - y)[-2y^3 + 3y^2(60 - y)] = (60 - y)(-2y^3 + 180y^2 - 3y^3) = (60 - y)(-5y^3 + 180y^2)$$

$$P' = 5y^2(60 - y)(-y + 36) \Rightarrow P' = 0 \Rightarrow \begin{cases} y^2 = 0 \Rightarrow y = 0 \\ 60 - y = 0 \Rightarrow y = 60 \\ -y + 36 = 0 \Rightarrow y = 36 \end{cases}$$

$$P'' = 5[2y(60 - y)(36 - y) - y^2(36 - y) - y^2(60 - y)] = 5y[2(60 - y) - y(36 - y) - y(60 - y)]$$

$$P'' = 5y[(2 - y)(60 - y) - y(36 - y)]$$

$$\begin{cases} P''(0) = 5 \cdot 0 \cdot [(2 - 0)(60 - 0) - 0 \cdot (36 - 0)] = 0 \cdot (120 - 0) = 0 \Rightarrow \text{Sin definición} \\ P''(60) = 5 \cdot 60 \cdot [(2 - 60)(60 - 60) - 60 \cdot (36 - 60)] = 300 \cdot [-60 \cdot (-24)] = 300 \cdot 60 \cdot 24 > 0 \Rightarrow \text{Mínimo} \\ P''(36) = 5 \cdot 36 \cdot [(2 - 36)(60 - 36) - 36(36 - 36)] = 180 \cdot (-34) \cdot 24 < 0 \Rightarrow \text{Máximo} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 36 \\ x = 60 - 36 = 24 \end{cases}$$

Ejercicio 3.- Discutir la compatibilidad del siguiente sistema según los distintos valores del

parámetro **m**: $\begin{cases} 3x + mz = 1 \\ -x + my + 2z = m \\ 2x + 2z = 1 \end{cases}$ **[2'5 puntos]**

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 0 & m \\ -1 & m & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 6m - 2m^2 \Rightarrow \text{Si } |A| = 0 \Rightarrow 6m - 2m^2 = 0 \Rightarrow 2m(3 - m) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ 3 - m = 0 \Rightarrow m = 3 \end{cases}$$

(Para todo) $\forall m \in \mathbb{R} - \{0, 3\} \Rightarrow |A| \neq 0 \Rightarrow \text{rang}(A) = 3 = \text{Número de incognitas} \Rightarrow \text{Sist. Comp. Deter min ad}$

Si $m = 0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 2 & -1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{array} \right) \Rightarrow 0z = -3 \Rightarrow z = \frac{-3}{0} \Rightarrow \text{Sin solución} \Rightarrow$$

Sistema Incompatible

Continuación del ejercicio 3 de la opción B

Si $m = 3$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 1 \\ -3 & 9 & 6 & 6 \\ -6 & 0 & -6 & -3 \end{array} \right) \equiv \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 9 & 9 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{array} \right) \Rightarrow 0z = -1 \Rightarrow z = \frac{-1}{0} \Rightarrow \text{Sin solución} \Rightarrow$$

Sistema Incompatible

Ejercicio 4.- Dada la recta $r : \begin{cases} x = -1 + 3\lambda \\ y = -5\lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{cases} (\lambda \in \mathbb{R})$ y el punto $P(2, -2, 3)$ exterior a r

- a) Hallar la ecuación en forma general del plano π que los contiene, explicando el procedimiento utilizado **[1'5 puntos]**
 b) Obtener las ecuaciones en forma paramétrica, en forma continua y como intersección de dos planos, de la recta s que pasa por P y es perpendicular al plano π , explicando el procedimiento utilizado **[1 punto]**

a) Para determinar el plano π contamos con el vector director de la recta r , con el vector formado por el punto P y un punto R cualquiera de la recta r (tomaremos el indicado en su ecuación) y por el vector que forma por el punto P y el punto G , genérico del plano, estos tres vectores son coplanares (están contenidos en el mismo plano) y por ello el vector PG es combinación lineal de los otros dos, por lo tanto el determinante de la matriz que forman los tres es nulo y la ecuación pedida.

$$R(-1, 0, 2)$$

$$\begin{cases} \vec{v}_r = (3, -5, 2) \\ \vec{PR} = (-1, 0, 2) - (2, -2, 3) = (-3, 2, -1) \equiv (3, -2, 1) \Rightarrow \pi \equiv \begin{vmatrix} x-2 & y+2 & z-3 \\ 3 & -2 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \\ \vec{PR} = (x, y, z) - (2, -2, 3) = (x-2, y+2, z-3) \\ -4(x-2) + 3(y+2) - 15(z-3) + 6(z-3) + 5(x-2) - 6(y+2) = 0 \Rightarrow (x-2) - 3(y+2) - 9(z-3) = 0 \\ \pi \equiv x - 3y - 9z + 19 = 0 \end{cases}$$

- b) El vector director de la recta s que se quiere obtener es el director del plano ya que es perpendicular a él.

$$\vec{v}_s = \vec{v}_\pi = (1, -3, -9) \Rightarrow \begin{cases} \text{Forma continua} \Rightarrow s : x - 2 = \frac{y+2}{-3} = \frac{z-3}{-9} \\ \text{Forma paramétrica} \Rightarrow s : \begin{cases} x = 2 + \mu \\ y = -2 - 3\mu \\ z = 3 - 9\mu \end{cases} \\ \text{Intersección de planos} \Rightarrow \begin{cases} 3x + y - 4 = 0 \\ 9x + z - 21 = 0 \end{cases} \end{cases}$$