Modelo 3A/ Problema 1/ 2012

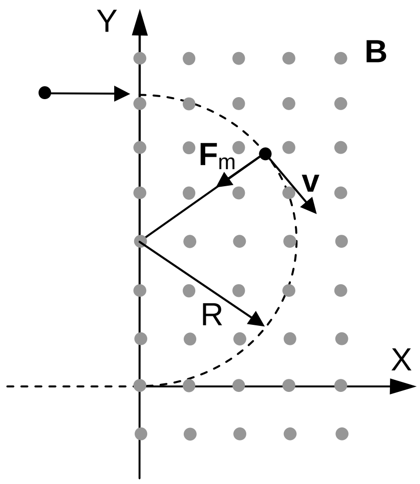
Un protón y una partícula alfa, previamente acelerados desde el reposo mediante diferencias de potencial distintas, entran en una región del espacio donde existe un campo magnético uniforme B = 2 T, que es perpendicular a las velocidades con las que llegan dichas partículas. Se observa que ambas partículas describen trayectorias circulares con el mismo radio. Sabiendo que la velocidad con la que entra el protón en el campo magnético es $v_p = 10^7$ m/s, calcule:

a) El radio de la trayectoria. (1 punto)
b) El cociente entre las velocidades de las dos partículas (v_α / v_p). (1 punto)
c) La diferencia de potencial con la que se ha acelerado cada partícula. (1 punto)

Datos: $q_p = 1.602\times10^{-19}$ C; $m_p = 1.672\times10^{-27}$ kg; $m_\alpha = 6.646\times10^{-27}$ kg.

Solución

a) $F_m = m\,a_n \quad \Leftrightarrow \quad qvB = m\dfrac{v^2}{R^2} \quad \Rightarrow \quad R = \dfrac{mv}{qB}$



$$R = \frac{(1.672\times10^{-27})\times10^{7}}{(1.602\times10^{-19})\times2} = 0.0522 \quad \text{m}$$

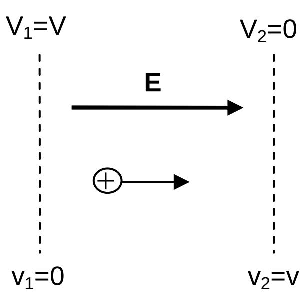
b)

$$\left.\begin{aligned} q_\alpha B &= \frac{m_\alpha v_\alpha}{R} \\ q_p B &= \frac{m_p v_p}{R} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad \frac{q_\alpha}{q_p} = \frac{m_\alpha v_\alpha}{m_p v_p} \quad \Rightarrow \quad \frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{m_p\, q_\alpha}{m_\alpha\, q_p}$$

tiene que saber que q_α=2q_p

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = \frac{(1.672\times10^{-27})\times2\times(1.602\times10^{-19})}{(6.646\times10^{-27})\times(1.602\times10^{-19})} = 0.503$$

c) Teniendo en cuenta el principio de conservación de la energía para una partícula cargada de masa m y carga q moviéndose en un campo eléctrico, resulta:



$$E_1 = E_2 \quad \Leftrightarrow \quad 0 + q\,V_1 = \frac{1}{2}m\,v_2^2 + q\,V_2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad q(V_1 - V_2) = \frac{1}{2}m\,v_2^2 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta V = \frac{m\,v_2^2}{2q}$$

$$\frac{v_\alpha}{v_p} = 0.503 \quad \Rightarrow \quad v_\alpha = 0.503\times10^{7}\ \frac{m}{s}$$

$$\Delta V_p = \frac{m_p\,v_p^2}{2q_p} \quad \rightarrow \quad \Delta V_p = \frac{(1.672\times10^{-27})\times10^{14}}{2\times(1.602\times10^{-19})} = 5.22\times10^{5} \quad \text{V}$$

$$\Delta V_\alpha = \frac{m_\alpha\,v_\alpha^2}{2q_\alpha} \quad \rightarrow \quad \Delta V_\alpha = \frac{(6.646\times10^{-27})\times(0.503\times10^{7})^2}{2\times(2\times(1.602\times10^{-19}))} = 2.62\times10^{5} \quad \text{V}$$

Modelo 3A/ Problema 2/ 2012

El trabajo de extracción del platino es 1.01×10^{-18} J. En el platino, el efecto fotoeléctrico se produce cuando la luz que incide tiene una longitud de onda menor que 198 nm. Calcule:

a) La frecuencia umbral de un electrodo de platino. (1 punto)
b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos por un electrodo de platino, en el caso de iluminar con luz de 150 nm. (1 punto)
c) La longitud de onda asociada con los electrones del apartado anterior. (1 punto)

Datos: $c = 2.98\times10^{8}$ m/s; $h = 6.62\times10^{-34}$ J/s; $m_e = 9.11\times10^{-31}$ kg; nm = 10^{-9} m

Solución ¡¡ Prestar atención a las unidades !!

$W_o=1.01\times10^{-18}$ J $\lambda_o=198$ nm

a) La frecuencia de corte o frecuencia umbral ν_o, viene dada por la expresión

$$\nu_o = \frac{W_o}{h} \quad \rightarrow \quad \nu_o = \frac{1.01\times10^{-18}}{6.62\times10^{-34}} = 1.52\times10^{15} \quad s^{-1}$$

b) $\lambda_{rad}<\lambda_o \Leftrightarrow$ hay efecto fotoeléctrico

$$E_{c,max} = E_{rad} - W_o = h\nu - W_o = \frac{hc}{\lambda} - W_o \quad \rightarrow \quad E_{c,max} = \frac{(6.62\times10^{-34})\times(2.98\times10^{8})}{150\times10^{-9}} - 1.01\times10^{-18} = 3.05\times10^{-19} \quad J$$

c) De acuerdo con la hipótesis de De Broglie la longitud de onda asociada con una partícula de momento lineal p, viene dada por la expresión:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m\,v}$$

La velocidad de los electrones es

$$v = \sqrt{\frac{2\,E_{c,max}}{m}} = \sqrt{\frac{2\times3.05\times10^{-19}}{9.11\times10^{-31}}} = 8.18\times10^{5} \quad \frac{m}{s}$$

y por lo tanto

$$\lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{(9.11\times10^{-31})\times(8.18\times10^{5})} = 8.88\times10^{-10} \quad m$$

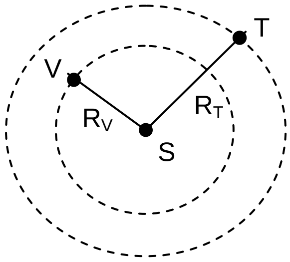
También se puede poner

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\,m\,E_c}} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{6.62\times10^{-34}}{\sqrt{2\times(9.11\times10^{-31})\times(3.05\times10^{-19})}} = 8.88\times10^{-10} \quad m$$

Modelo 3A/ Cuestión 1/ 2012

La luz solar tarda 8.31 minutos en llegar a la Tierra y 6.01 minutos en llegar a Venus. Determine el periodo orbital de Venus en torno al Sol, suponiendo que las órbitas descritas por ambos planetas son circulares y teniendo en cuenta que el periodo orbital de la Tierra respecto del Sol es de 365.25 días.

Solución



¡¡ $e = v\,t$!!

$$\left.\begin{array}{l} R_T = c\,t_T \\ R_V = c\,t_V \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{R_V}{R_T} = \frac{t_V}{t_T} \rightarrow \frac{R_V}{R_T} = \frac{6.01}{8.31} = 0.723$$

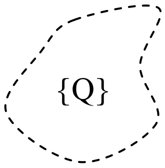
De acuerdo con la tercera ley de Kepler, $P^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_S} R^3$:

$$\left.\begin{array}{l} P_T^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_S} R_T^3 \\ P_V^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_S} R_V^3 \end{array}\right\} \Rightarrow \left(\frac{P_V}{P_T}\right)^2 = \left(\frac{R_V}{R_T}\right)^3 \Rightarrow P_V = \sqrt{\left(\frac{R_V}{R_T}\right)^3} \times P_T \rightarrow P_V = \sqrt{(0.723)^3} \times 365.25 = 224.64 \quad \text{días}$$

<u>Modelo 3A/ Cuestión 2/ 2012</u>

Considere una región del espacio donde está definido un campo electrostático E, tal que el potencial en el punto A es mayor que el potencial en el punto B ($V_A>V_B$). Si se colocase una carga puntual q en dichos puntos, ¿Qué energía potencial, U_A o U_B, sería mayor? Razone sus respuestas en función del signo de la carga.

<u>Solución</u>



- A, V_A ---------> $U_A=q\,V_A$
- B, V_B --------> $U_B=q\,V_B$

$V_A > V_B$:

Si $q > 0 \Rightarrow qV_A > qV_B \Leftrightarrow U_A > U_B$

Si $q < 0 \Rightarrow qV_A < qV_B \Leftrightarrow U_A < U_B$

Modelo 3A/ Cuestión 3/ 2012

Considere una partícula de 20 g de masa que realiza un movimiento armónico simple de amplitud 0.1 m, frecuencia angular 2 rad/s y fase inicial nula. ¿Cuál es la energía total de la partícula? Calcule también su energía cinética y su energía potencial: a) en función de la posición; b) en función del tiempo.

Solución ¡¡ Prestar atención a las unidades !!

La posición de la partícula relativa al punto de equilibrio será:

$$x(t)=A\ \mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) \quad \rightarrow \quad x(t)=0.1\ \mathrm{sen}(2t)\ \ \mathrm{m} \quad \rightarrow \quad x^2(t)=0.01\ \mathrm{sen}^2(2t)\ \ \mathrm{m}^2$$

La constante elástica del oscilador es:

$$k=m\omega^2 \quad \rightarrow \quad k=0.02\times 4=0.08\ \mathrm{N/m}$$

La energía total de la partícula será:

$$E=\frac{1}{2}k\ A^2 \quad \rightarrow \quad E=\frac{1}{2}\times 0.08\times(0.1)^2=4\times 10^{-4}\quad \mathrm{J}$$

Las energías potencial y cinética en función de la posición serán:

$$E_p=\frac{1}{2}k\ x^2 \quad \rightarrow \quad E_p=\frac{1}{2}\times 0.08\times x^2=0.04\ x^2 \quad \mathrm{J}$$

$$E_c=\frac{1}{2}k\ (A^2-x^2) \quad \rightarrow \quad E_c=\frac{1}{2}\times 0.08\times(0.01-x^2)=0.04\times(0.01-x^2) \quad \mathrm{J}$$

Las energías potencial y cinética en función del tiempo serán:

$$E_p=\frac{1}{2}\times 0.08\times(0.01\times \mathrm{sen}^2\ (2t))=4\times 10^{-4}\,\mathrm{sen}^2\ (2t) \quad \mathrm{J}$$

$$E_c=\frac{1}{2}k\ (A^2-x^2) \quad \rightarrow \quad E_c=\frac{1}{2}\times 0.08\times(0.01-0.01\,\mathrm{sen}^2(2t))=4\times 10^{-4}\ \cos^2(2t) \quad \mathrm{J}$$

También se puede poner:

La velocidad será :

$$v(t)=A\omega\ \cos(\omega t + \varphi_0) \quad \rightarrow \quad v(t)=0.2\ \cos(2t)\ \ \mathrm{m/s} \quad \rightarrow \quad v^2(t)=0.04\ \cos^2(2t)\ \ \mathrm{m^2/s^2}$$

$$E_c=\frac{1}{2}m\ v^2 \quad \rightarrow \quad E_c=\frac{1}{2}\times 0.02\times(0.04\ \cos^2(2t))=4\times 10^{-4}\ \cos^2(2t) \quad \mathrm{J}$$

Modelo 3A/ Cuestión 4/ 2012

Un núcleo radiactivo puede emitir radiación α, β o γ. a) Comente brevemente la naturaleza de las mismas. b) ¿Qué puede decir de su poder de penetración? c) Valiéndose de un esquema sencillo, indique la desviación de cada tipo de radiación al atravesar un campo magnético uniforme.

Solución

a) Comente brevemente la naturaleza de las mismas.

La radiación alfa está constituida por núcleos de ${}^{4}_{2}He$ que son emitidos por los núcleos atómicos. Su carga es Q=+2 e.

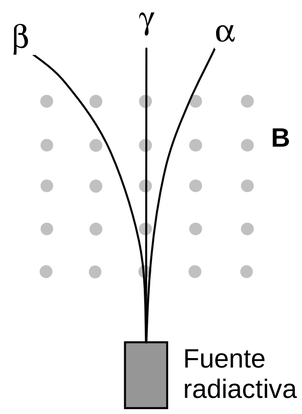
La radiación beta está formada por electrones rápidos procedentes de neutrones que se desintegran en el núcleo dando lugar a un protón y a un electrón. Su carga es Q=–e

La radiación gamma es radiación electromagnética (fotones). Su carga y su masa son nulas.

b) ¿Qué puede decir de su poder de penetración?

La radiación α es la menos penetrante, le sigue la radiación β, y por último, la más penetrante es la radiación γ.

c) En la figura adjunta se indica la desviación de cada tipo de radiación al atravesar un campo magnético.



Modelo 3B/ Problema 1/ 2012

La Estación Espacial Internacional (ISS) tiene una masa de 450 toneladas. Si se pusiera en órbita a 400 km sobre el ecuador de la Tierra, calcule:

a) **La velocidad y la aceleración orbital de la estación. (1 punto)**
b) **Las vueltas que da la estación en 24 horas. (1 punto)**
c) **La energía que sería necesaria para traspasar la estación desde la órbita de 400 km a una órbita geoestacionaria. (1 punto)**

Datos: $G = 6.67\times10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}; $M_T = 6\times10^{24}$ kg; $R_T = 6378$ km

Solución ¡¡ Prestar atención a las unidades !!

a)

$$\left.\begin{array}{l} F = \dfrac{GMm}{r^2} \\ F = \dfrac{mv^2}{r} \end{array}\right\} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow v = \sqrt{\frac{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})}{6.778\times10^6}} = 7684 \quad \frac{m}{s}$$

$$\left.\begin{array}{l} F = \dfrac{G\,M\,m}{r^2} \\ F = m\,a_{cent} \end{array}\right\} \Rightarrow a_{cent} = \frac{GM}{r^2} \rightarrow a_{cent} = \frac{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})}{(6.778\times10^6)^2} = 8.7 \quad \frac{m}{s^2}$$

$r = 6378 + 400 = 6778$ km

b)

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2(6.778\times10^6)^3}{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})}} = 5542.35 \quad s$$

Número de vueltas en 24 horas = $\dfrac{86400}{5542.35} = 15.58$

También se puede poner

$$2\,\pi\,r = v\,T \Rightarrow T = \frac{2\,\pi\,r}{v} \rightarrow T = \frac{2\pi\times(6.778\times10^6)}{7684} = 5542.35 \quad s$$

----

c)

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} \rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})\times(86400)^2}{4\pi^2}} = 4.23\times10^7 \text{ m}$$

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m\frac{GM}{r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$$

$$E_{400} = -\frac{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})\times(4.5\times10^5)}{2\times(6.778\times10^6)} = -1.328\times10^{13} \quad J$$

$$E_{GEO} = -\frac{(6.67\times10^{-11})\times(6\times10^{24})\times(4.5\times10^5)}{2\times(4.23\times10^7)} = -2.129\times10^{12} \quad J$$

$$\Delta E = E_{GEO} - E_{400} = -2.129\times10^{12} + 1.328\times10^{13} = +1.11\times10^{13} \quad J$$

ojo: hace falta suministrarle energía

Modelo 3B/ Problema 2/ 2012

Una onda transversal sinusoidal se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X, con una velocidad de 20 m/s, una frecuencia de 10 Hz, una amplitud de 5 cm y una fase inicial nula. Calcule:

a) La ecuación de la onda. (1 punto)
b) La velocidad con la que vibra en el instante t = 0.15 s, un punto de la cuerda de abscisa x = 20 cm. (1 punto)
c) La distancia entre dos puntos cuya diferencia de fase en un determinado instante es π/6 rad. (1 punto)

Solución ¡¡ Prestar atención a las unidades !!

v=20 m/s ν=10 Hz A=5 cm=0.05 m φ_o=0

a)

sentido positivo del eje X

$y(x,t) = A\ \text{sen}(kx - \omega t + \varphi_0)$

$\omega = 2\pi\nu \longrightarrow \omega = 20\pi\ s^{-1}$

$\lambda\nu = v \longrightarrow \lambda = 2\ m$

$k = 2\pi/\lambda = \omega/v \longrightarrow k = \pi\ m^{-1}$

$y(x,t) = 0.05\ \text{sen}(\pi x - 20\pi t) = 0.05\ \text{sen}\ \pi(x - 20t)\ m$

b) $v_y(t) = \left(\dfrac{\partial y}{\partial t}\right)_x \rightarrow v_y(x,t) = 0.05 \times (-20\pi) \times \cos(\pi x - 20 t) = -\pi \cos \pi (x - 20 t)\ \dfrac{m}{s}$

$v_y(0.2, 0.15) = -\pi \cos \pi(0.2 - 20 \times 0.15) = -\pi \cos(-2.8\pi) = 2.54\ \dfrac{m}{s}$

¡¡ hay que poner la calculadora en modo radianes !!

c)

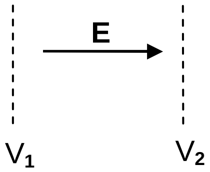
$$\left.\begin{array}{l} y(x_1,t) = 0.05\ \text{sen}\ \underbrace{\pi(x_1 - 20t)}_{\varphi_1} \\ y(x_2,t) = 0.05\ \text{sen}\ \underbrace{\pi(x_2 - 20t)}_{\varphi_2} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta = \varphi_2 - \varphi_1 = \pi(x_2 - x_1) \rightarrow \left.\begin{array}{l} \Delta = \dfrac{\pi}{6} \\ \Delta = \pi(x_2 - x_1) \end{array}\right\} \Rightarrow x_2 - x_1 = \frac{1}{6} = 0.16\ \ m$$

Modelo 3B/ Cuestión 1/ 2012

Un electrón, inicialmente en reposo, se pone en movimiento mediante la aplicación de un campo eléctrico uniforme. ¿Se desplazará hacia las regiones de mayor potencial electrostático o hacia las regiones de menor potencial electrostático? ¿Qué ocurrirá si consideramos un protón? Razone sus respuestas.

Solución

1) Sabemos que para todo campo electrostático $E = -\frac{dV}{dx}$ ($\vec{E} = -\vec{\nabla} V$), lo que equivale a decir que el campo eléctrico va en el sentido de los potenciales decrecientes.



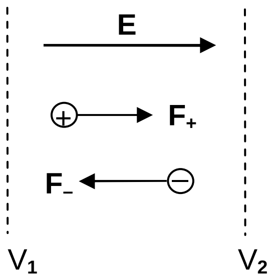
$V_1 > V_2$

2) Teniendo en cuenta que $\vec{F}_e = q\vec{E}$ resulta:

- Si q>0, la fuerza que actúa sobre la partícula tiene la misma dirección y sentido que $\vec{E}$ y por lo tanto la partícula se desplazará hacia las regiones de menor potencial electrostático.

- Si q<0, la fuerza que actúa sobre la partícula tiene la misma dirección que $\vec{E}$ pero sentido contrario y por lo tanto la partícula se desplazará hacia las regiones de mayor potencial electrostático.

También alguien podría poner



$V_1 > V_2$

Modelo 3B/ Cuestión 2/ 2012

Enuncie la ley de Faraday-Lenz. Considere ahora una espira plana circular, colocada perpendicularmente y enfrente del polo norte de un imán: a) Si el imán se está aproximando ¿aumenta o disminuye el flujo magnético a través de la espira? Justifique brevemente su respuesta. b) Dibuje la espira, e indique el sentido de la corriente inducida, según que el imán se esté aproximando o alejando a la misma.

Solución

Ley de Faraday-Lenz

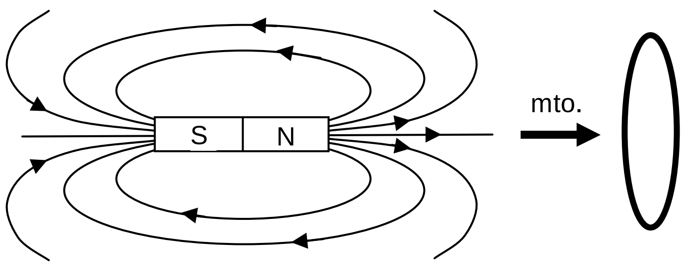
La fuerza electromotriz que da lugar a la corriente eléctrica inducida en un circuito, como consecuencia de la variación del flujo magnético que lo atraviesa, es igual a la rapidez con la que varía dicho flujo, cambiada de signo:

$$E = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

Otro enunciado
La variación del flujo magnético que atraviesa un circuito induce en éste una corriente, cuyo sentido es tal que se opone a la causa que lo produce, siendo la fuerza electromotriz

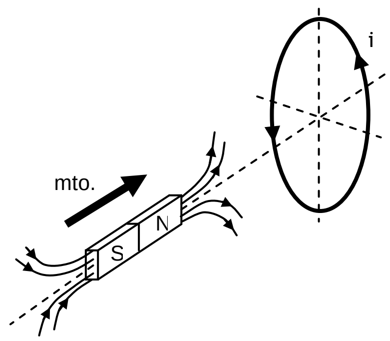
$$E = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

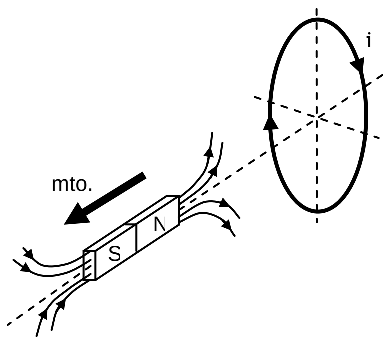
a)



Si el imán se está aproximando, aumenta el número de líneas de campo que atraviesa la superficie de la espira, y por consiguiente, aumenta el flujo del campo magnético a través de ésta.

b)





Modelo 3B/ Cuestión 3/ 2012

Cuando se habla del ojo humano como instrumento óptico, son especialmente relevantes el punto próximo y el punto remoto. Defina ambos puntos e indique brevemente su relación con la miopía y la hipermetropía.

Solución

El ojo humano puede enfocar imágenes de objetos situados entre un punto remoto y un punto próximo.

Se define:

- El punto remoto de un ojo como el lugar más lejano donde puede estar un objeto para distinguirlo con nitidez.

- El punto próximo de un ojo como el lugar más cercano en el que puede estar un objeto para distinguirlo con nitidez

Para un ojo normal o emétrope, el punto remoto está en el infinito y el punto cercano está aproximadamente a 25 cm.

Una persona miope puede enfocar los objetos cercanos, pero no ve claramente los lejanos. Esto se debe a que el punto remoto está a una distancia finita. También el punto próximo está más próximo que el de un ojo normal.

Una persona hipermétrope tiene dificultades para enfocar los objetos cercanos. Esto se debe a que el punto próximo está más lejos de lo normal. También el punto remoto está más alejado que el de un ojo normal.

Modelo 3B/ Cuestión 4/ 2012

Defina la energía de enlace por nucleón. Calcule la energía de enlace por nucleón del Mn-55, esto es, de los núcleos de manganeso de número másico 55, sabiendo que el número atómico del manganeso es 25 y su masa atómica 54.938 u.

Datos: u = $1,66\times10^{-27}$ kg; u = 931 MeV; $m_{protón}$ = 1,0073 u; $m_{neutrón}$= 1,0087u; c = 3×10^{8} m/s; eV = $1,6\times10^{-19}$J

Solución

La energía de enlace de un núcleo es la energía asociada al defecto másico de éste. Con esta idea de base, también podemos decir:

- que es la energía liberada por los nucleones aislados al unirse para formar el núcleo, o
- que es la energía que hay que aportar para descomponer el núcleo en sus nucleones.

La energía de enlace por nucleón es el cociente entre la energía de enlace y el número másico.

$\Delta m=25\times1.0073 + 30\times1.0087 - 54.938=0.5055$ u

$\Delta E=\Delta m \times c^2=0.5055\ u\times c^2=0.5055\times931\ MeV=470.62\ MeV$

Energía de enlace por nucleón para el $^{55}_{25}Mn \equiv \dfrac{\Delta E}{A} = \dfrac{470.62}{55} = 8.56 \quad MeV$