Magnitudes y unidades físicas

ACTIVIDADES

1. Atendiendo a los elementos del pensamiento científico estudiados anteriormente, cuestionamiento de lo obvio, comprobación de las hipótesis y rigor y precisión en su actividad, razona cuáles de las siguientes especialidades tienen un mayor carácter científico:

psicología, microbiología, medicina, filosofía, astronomía, electrónica, sociología, política.

Microbiología, medicina, astronomía y electrónica. En las demás se abordan aspectos que escapan a la objetividad del pensamiento científico; como son las emociones o el pensamiento del ser humano

2. La astronomía y la astrología se confunden con frecuencia. La astronomía estudia los astros (planetas, estrellas, cometas, etc.), en busca de leyes generales de movimiento. La astrología analiza los movimientos de los astros, en particular, del zodiaco, y sobre esta base, extrae conclusiones sobre el destino de los sucesos humanos y terrestres.

Opina sobre el carácter científico de estas disciplinas.

Evidentemente la astronomía posee carácter científico; ya que estudia la localización de los astros, su composición y leyes que rigen sus movimientos; todo ello cuestiones objetivas. La astrología no posee dicho carácter científico. A través del estudio de los astros pretende pronosticar el destino de los seres humanos y éste será regido por las características del propio individuo, siendo capaz de cambiarlo. Evidentemente, los astros influyen sobre diferentes aspectos de los seres humanos como su estado anímico por las estaciones, pero no determinan su destino.

3. Plantea una investigación para identificar los factores que influyen en el empuje sobre los cuerpos sumergidos en líquidos. Identifica las posibles etapas del trabajo.

a) Observación y planteamiento de un problema. ¿Por qué en el seno de un mismo líquido, unos cuerpos se hunde y otros no? Y, ¿por qué, un mismo cuerpo flota en un líquido y se hunde en otro?

b) Observación y recopilación de datos. Primero manteniendo constante el líquido, se estudia la influencia del sólido. Para ello emplearemos distintas esferas sólidas (acero, corcho y plastilina) y luego una misma masa de sólido, de plastilina concretamente, con distintas formas (esfera y barca).

Para estudiar la influencia del líquido se toma una pequeña lámina de corcho y sobre ella se colocan prismas de acero para que se hunda. Este montaje se lleva a diferentes líquidos comprobándose que no se hunde lo mismo en todos ellos.

c) Formulación de hipótesis y predicción de resultados. La composición del material influye sobre el empuje. Se plantea que la masa del cuerpo es uno de los factores. Por otro lado, también influye la densidad del líquido; ya que un mismo cuerpo flota en unos líquidos y en otros no. Se plantea que el empuje aumenta con la densidad del líquido.

d) Comprobación experimental de los resultados. Empleando una probeta, dinamómetros y diferentes sólidos y líquidos; se comprueba que el empuje varía con la densidad del líquido; ya que un mismo cuerpo se hunde menos en unos líquidos que en otros.

Ahora sin variar el líquido vamos trabajando con los sólidos. Se toma una cantidad de plastilina y se hace una bola. Se comprueba que al introducirla en el agua se hunde; sin embargo, si a esa bola se le da forma de “barca” flota.

e) Interpretación de resultados y conclusión. El empuje aumenta con la densidad del líquido; así el sólido se hunde menos en los líquidos más densos.

Por otro lado, se pone de manifiesto que no es la masa del sólido el factor; sino que influye su forma. Así, si el cuerpo está completamente sumergido, el empuje es inversamente proporcional a la densidad del sólido.

$$E = m_{\text{líquido}}\, g = d_{\text{líquido}} V_{\text{líquido}}\, g = d_{\text{líquido}} V_{\substack{\text{sólido} \\ \text{sumergido}}}\, g \text{ ; al estar completamente hundido: } E = d_{\text{líquido}} \frac{m_{\text{sólido}}}{d_{\text{sólido}}} g$$

f) Generalización y elaboración de teorías. Se aplica el principio de Arquímedes no solamente a líquidos; sino a todos los fluidos. Así, se explica también el comportamiento de los globos aerostáticos.

4. Copia y completa en tu cuaderno las siguientes frases con unidades del SI.

a) La densidad del agua es d = 1000 ______.

b) El volumen de un cubo de 2 m de lado es V = ____.

c) Si recorro 54 m en 9 s, mi velocidad es v = ______.

d) La aceleración de la gravedad es g = 9,8 ____.

e) Una toma de corriente suministra un voltaje V = _____

a) $d = 1000\ \text{kg m}^{-3}$

b) $V = 8\ \text{m}^3$

c) $v = 6\ \text{m s}^{-1}$

d) $g = 9{,}8\ \text{m s}^{-2}$

e) $V = 120\ \text{V}$

5. Identifica las magnitudes vectoriales entre estas: presión, velocidad, aceleración, temperatura, fuerza, frecuencia.

Son magnitudes vectoriales la velocidad, la aceleración y la fuerza.

6. Convierte al SI las siguientes cantidades y exprésalas en notación científica:

a) 1,2 g cm^3

b) 0,00014 g

c) 450 THz

d) 550 nm

e) 1 000 000 L

f) 4,24 años-luz

a) $$\left(1{,}2\ \text{g cm}^{-3}\right)\cdot\frac{(1\ \text{kg})}{(10^3\ \text{g})}\cdot\frac{(10^6\ \text{cm}^3)}{(1\ \text{m}^3)} = 1{,}2\cdot 10^3\ \text{kg m}^{-3}$$

b) $$\left(0{,}00014\ \text{g}\right)\cdot\frac{(1\ \text{kg})}{(10^3\ \text{g})} = 1{,}4\cdot 10^{-7}\ \text{kg}$$

c) $$\left(450\ \text{THz}\right)\cdot\frac{(10^{12}\ \text{Hz})}{(1\ \text{THz})} = 4{,}5\cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

d) $$\left(550\ \text{nm}\right)\cdot\frac{(1\ \text{m})}{(10^9\ \text{nm})} = 5{,}5\cdot 10^{-7}\ \text{m}$$

e) $$\left(1000000\ \text{L}\right)\cdot\frac{(1\ \text{m}^3)}{(10^3\ \text{L})} = 1\cdot 10^3\ \text{m}^3$$

f) $$\left(4{,}24\ \text{años-luz}\right)\cdot\frac{(3\cdot 10^8\ \text{m})}{(1\ \text{s})}\cdot\frac{(365\ \text{días})}{(1\ \text{año})}\cdot\frac{(24\ \text{h})}{(1\ \text{día})}\cdot\frac{(3600\ \text{s})}{(1\ \text{h})} = 4{,}01\cdot 10^{16}\ \text{m}$$

7. En la sección Experimenta de esta página:

a) Indica cuáles son las cifras significativas de las medidas de volumen realizadas.

b) Indica también cuáles son cifras exactas y cuáles están afectadas de imprecisión.

c) Expresa el valor de la incertidumbre de cada medida.

a) La probeta proporciona una medida con dos cifras significativas; mientras que la pipeta la proporciona con tres.

b) Con la probeta el 8 (unidades) no es preciso; mientras que con la pipeta lo es el 6 (décimas).

c) La incertidumbre en la probeta es $\pm 1\,\text{mL}$; mientras que en la pipeta es $\pm 0{,}1\,\text{cm}^3$

8. El tamaño de una pantalla de ordenador o de un televisor se establece mediante la longitud de su diagonal en pulgadas (1 pulgada = 2,54 cm).

a) Si esta diagonal se determina a partir de la anchura y la altura de la pantalla, ¿es una medida directa o indirecta?

b) Mide el tamaño de varias pantallas de ordenador y televisor. Expresa tus resultados con dos y con tres cifras significativas.

a) Se trata de una medida indirecta; ya que se obtiene a través de dos longitudes aplicando el teorema de Pitágoras.

b) TV: 1.ª pantalla: 40 pulgadas y con tres c.s.: 40,0 pulgadas

2.ª pantalla: 22 pulgadas y con tres c.s.: 21,5 pulgadas

Ordenador: 34 pulgadas y con tres c.s.: 34,0 pulgadas

9. Indica las cifras significativas de estas constantes físicas:

a) Velocidad de la luz en el vacío, $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ m s^{-1}

b) Masa del electrón, $m_e = 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg

a) 3 c.s.

b) 4 c.s.

10. Redondea las siguientes medidas experimentales a dos cifras significativas y, después, exprésalas en notación científica:

a) v = 2755 m s^{-1}

b) l = 0,0927 m

c) V = 2 640 000 cm^3

d) t = 3220 s

a) 2800 m s^{-1} y en notación científica: $2{,}8 \cdot 10^3$ m s^{-1}

b) 0,093 m y en notación científica: $9{,}3 \cdot 10^{-2}$ m

c) 2 600 000 cm^3 y en notación científica: $2{,}6 \cdot 10^6$ cm^3

d) 3200 s y en notación científica: $3{,}2 \cdot 10^3$ s

11. Dos grupos A y B de alumnos han medido la caída de tensión en voltios en una resistencia y han obtenido los valores:

A: {8, 9, 7, 10, 8, 11, 10, 9}

B: {7, 7, 9, 11, 8, 11, 9, 10}

¿Qué conjunto de medidas es más preciso?

$$\text{A}\begin{cases} \bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n_i} = \dfrac{8+9+7+10+8+11+10+9}{8} = 9\ \text{V} \\ \sigma_A = \sqrt{\dfrac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\dfrac{12}{7}} = 1{,}3 \end{cases}$$

$$B \begin{cases} \bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n_i} = \dfrac{7+7+9+11+8+11+9+10}{8} = 9\ \text{V} \\ \sigma_B = \sqrt{\dfrac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\dfrac{18}{7}} = 1{,}6 \end{cases}$$

Es más preciso el conjunto A de valores; ya que la desviación estándar es menor.

12. El valor aceptado de la aceleración de la gravedad es g = 9,81 m s^{-2}. Halla el error absoluto y el error relativo que se cometen al utilizar g = 10 m s^{-2}.

$$\varepsilon_a = |x_f - \bar{x}| = |10 - 9{,}81| = 0{,}19\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_a}{\bar{x}} = \frac{0{,}19}{9{,}81} = 0{,}019 \Rightarrow 1{,}9\ \%$$

13. Utilizando un termómetro que aprecia grados, se han realizado seis medidas del punto de ebullición del galio, de los valores siguientes: {2402 °C, 2401 °C, 2406 °C, 2403 °C, 2402 °C, 2403 °C}

Expresa adecuadamente el resultado de la medida con el correspondiente error.

$\bar{x} = \dfrac{\sum x_i}{n_i} = 2402{,}8\ ^\circ\text{C}$; dado que el termómetro detecta unidades de grado $\bar{x} = 2403\ ^\circ\text{C}$.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(2402-2403)^2 + (2401-2403)^2 + (2406-2403)^2 + (2403-2403)^2 + (2403-2403)^2}{6-1}}$$

$\sigma = 1{,}73$; con lo que, el error es $\pm 2\ ^\circ\text{C}$

El resultado de la medida es: (2403 ± 2) °C

14. La longitud total de un muelle fijado al techo, cuando se le cuelgan diferentes masas, está dada en la tabla:

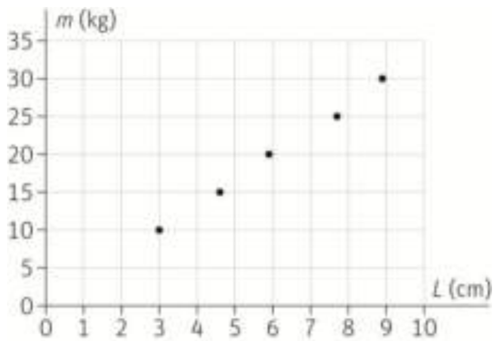
***m* (kg)**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
***L* (cm)**	**3**	**4,6**	**5,9**	**7,7**	**8,9**

a) Representa gráficamente los valores de la tabla.

b) ¿Qué tipo de relación existe entre la masa colgada y el alargamiento del muelle?

c) Trata de encontrar la relación matemática que existe entre ambas magnitudes.

a)



b) Ambas magnitudes son directamente proporcionales. Si la masa se duplica el alargamiento aproximadamente también lo hace. Así: $m = k\,L$

c)

***m* (kg)**	**10**	**15**	**20**	**25**	**30**
***L* (cm)**	**3**	**4,6**	**5,9**	**7,7**	**8,9**
***K* (kg cm^{-1})**	**3,3**	**3,3**	**3,4**	**3,3**	**3,4**

Tomando como valor más próximo al real el valor medio: $\bar{K} = \dfrac{\sum K_i}{n_i} = 3{,}3\ \text{kg}\,\text{cm}^{-1}$; y así: $m = 3{,}3\,L$

Unidad 1 Leyes fundamentales de la Química
SOLUCIONARIO

1. El azufre y el hierro se combinan originando sulfuro de hierro, según los datos de la primera fila de la tabla. Completa las otras filas de la tabla con la cantidad necesaria de sulfuro de hierro.

Azufre (g)	Hierro (g)	Sulfuro (g)
4	**7**	**11**
8	14	
2	3,5	

- Los datos de la primera fila de la tabla indican que 4 g de azufre se combinan exactamente con 7 g de hierro para formar 11 g de sulfuro de hierro, cumpliéndose la ley de conservación de la masa y sin que sobre nada de reactivos.
- En la segunda fila, partimos de 8 g de azufre, que se combinarán exactamente con 14 g de hierro, manteniéndose la misma proporción que en el caso anterior, y por tanto se formarán, según la ley de conservación de la masa, 22 g de sulfuro de hierro.
- En la tercera fila, se combinan 2 g de azufre con 3,5 g de hierro, como se encuentran en la misma proporción, no hay reactivo en exceso, se formarán exactamente 5,5 g de sulfuro de hierro.

2. El plomo se combina con el oxígeno en condiciones diferentes para formar dos óxidos de plomo distintos, según los datos de la tabla:

Plomo (g)	Oxigeno (g)
20	**1,544**
20	**3,088**

A partir de los datos, comprueba que se cumple la ley de las proporciones múltiples.

En la primera combinación, la relación entre el plomo y el oxígeno es: $\dfrac{\text{masa plomo}}{\text{masa oxígeno}} = \dfrac{20\text{ g}}{1{,}544\text{ g}}$

En la segunda combinación, la relación es: $\dfrac{\text{masa plomo}}{\text{masa oxígeno}} = \dfrac{20\text{ g}}{3{,}088\text{ g}} = \dfrac{20}{1{,}544 \cdot 2}$

Relación entre las masas de oxígeno: 1,554·2 / 1,544 = 2

Se observa, que una cantidad fija de uno de ellos, los 20g de plomo, se combina en el primer caso con 1,544g de oxígeno, y en la segunda combinación, con un múltiplo de la cantidad anterior de oxígeno, 1,554g · 2 = 3,088 g, cumpliéndose la ley de las proporciones múltiples.

3. Se sabe que 1 L de hidrógeno reacciona con 0,5 L de oxígeno para producir 1 L de agua en forma de gas (todas las cantidades están medidas en las mismas condiciones de presión y temperatura).
Indica cuánto hidrógeno y cuánto oxígeno son necesarios para producir 16 L de vapor de agua en las mismas condiciones de *p* y *T*.

Teniendo en cuenta la ley de los volúmenes de combinación, se pueden establecer las siguientes proporciones:

$$16\text{ L de agua}\cdot\frac{1\text{ L de hidrógeno}}{1\text{ L de agua}} = 16\text{ L de hidrógeno}$$

$$16\text{ L de agua}\cdot\frac{0{,}5\text{ L de oxígeno}}{1\text{ L de agua}} = 8\text{ L de oxígeno}$$

4. Al reaccionar, a igual presión y temperatura, un volumen de nitrógeno con dos volúmenes de oxígeno se obtienen dos volúmenes de dióxido de nitrógeno.
a) Interpreta la reacción según Avogadro.
b) Deduce la composición de las moléculas de nitrógeno y oxígeno.

a) La relación entre los volúmenes de combinación es:

1 vol de nitrógeno + 2 vol de oxígeno → 2 vol de óxido de nitrógeno

Interpretación de Avogadro:

1 molécula de nitrógeno + 2 moléculas de oxígeno → 2 moléculas de óxido de nitrógeno

b) Las moléculas de nitrógeno están formadas por dos átomos de nitrógeno (N_2), al igual que las moléculas de oxígeno (O_2).

5. Si 1 mol fuese equivalente a 1 docena, en un vaso con 5 mol de agua:
a) ¿Cuántas moléculas de agua habría?
b) ¿Cuántos átomos de oxígeno e hidrógeno habría?

a) En el caso de que 1 mol equivaliese a una docena de unidades, en 5 moles habría 5 docenas de moléculas, esto es, 5·12 = 60 moléculas de agua.

b) Teniendo en cuenta que una molécula de agua está formada por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno, en 60 moléculas de agua habrá 60 átomos de oxígeno y 120 átomos de hidrogeno.

6. Calcula los moles y el número de átomos de oro que contiene un lingote de 1 kg valorado en más de 40 000 euros. Masa atómica del oro (u): 197.

A partir de la masa atómica y de la masa del lingote de oro, se obtiene el número de moles:

$$1000 \text{ g de oro} \cdot \frac{1 \text{ mol de oro}}{197 \text{ g de oro}} = 5 \text{ mol de oro}$$

Conocido el número de moles y el número de Avogadro, se obtienen los átomos de oro:

$$5 \text{ mol de oro} \cdot \frac{6{,}022 \cdot 10^{23} \text{ átomo de oro}}{1 \text{ mol de oro}} = 3 \cdot 10^{24} \text{ mol de oro}$$

7. ¿Qué volumen, medido a 0 °C y 1 atm, ocuparán 64 g de un gas cuya masa molar es 32 g mol^{-1}?

A 0 ºC y 1 atm, el volumen molar de un gas es de 22,4 L. Como su masa molar es 32 g mol^{-1}, 64 g son 2 moles, por lo que su volumen será 22,4 · 2 = 44,8 L.

8. Un cilindro de almacenamiento de nitrógeno para uso industrial, de 25 L de volumen, contiene este gas a 1 bar de presión y 0 °C de temperatura.
a) Calcula los moles de nitrógeno que contiene.
b) ¿Cuántas moléculas de nitrógeno (N_2) contiene?
Masa atómica (u): N = 14,0.

a) A 1 bar de presión y 0 ºC, el volumen molar es 22,7 L. Por lo tanto, tenemos 25 / 22,7 = 1,1 mol.
b) Para calcular el número de moléculas usamos el número de Avogadro:

$$1{,}1 \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} = 6{,}63 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

9. Un globo de aire caliente ocupa un volumen de 300 m^3 a una temperatura de 25 °C. ¿Qué volumen ocupará el mismo aire si se calienta hasta una temperatura de 200 °C?

Como la presión permanece constante, se aplica la ley de Charles: el volumen ocupado por un gas es directamente proporcional a su temperatura absoluta.

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow \frac{300\,\text{m}^3}{(25+273)\text{K}} = \frac{V_2}{(200+273)\text{K}} \rightarrow V_2 = 476{,}2\,\text{m}^3$$

10. ¿Por qué aumentan de volumen los globos de helio cuando ascienden en la atmósfera?

Al ser el helio menos denso que el aire, los globos llenos de helio ascienden. Como la presión atmosférica disminuye con la altura, teniendo en cuenta la ley de Boyle (suponiendo temperatura constante), el volumen irá aumentando hasta hacerlo explotar.

11. El monóxido de dinitrógeno (antiguo óxido nitroso), N_2O, es popularmente conocido como gas de la risa.
a) Calcula el volumen ocupado por dos moles de N_2O a la presión de 1 atm y 0 °C de temperatura.
b) Un globo contiene un mol de gas de la risa y ocupa un volumen de 15 L a la presión de 1,5 atm. Calcula la temperatura a la que se encontrará el gas.

a) A partir de la ecuación general de los gases ideales, se despeja el volumen y se sustituyen los datos del enunciado en las unidades que indica la constante *R:*

$$p \cdot V = nRT \rightarrow V = \frac{nRT}{p} \rightarrow V = \frac{2\,\text{mol} \cdot 0{,}082\,\text{atmL}/\text{Kmol} \cdot 273\,\text{K}}{1\,\text{atm}} = 44{,}8\,\text{L}$$

b) De forma semejante, se despeja la temperatura de la ecuación de los gases ideales:

$$p \cdot V = nRT \rightarrow T = \frac{pV}{nRT} \rightarrow T = \frac{1{,}5\,\text{atm} \cdot 15\,\text{L}}{1\,\text{mol} \cdot 0{,}082\,\text{atmL}/\text{Kmol}} = 274{,}4\,\text{L}$$

12. Un mol de CO_2 ocupa 5 L a 27 °C. Calcula la presión que ejerce el gas utilizando:
a) La ecuación del gas ideal.
b) La ecuación de Van der Waals.
Datos: *R* = 0,082 atm L K^{-1}mol^{-1}; *a* = 3,59 atm L^2 mol^{-2}; *b* = 0,0427 L mol^{-1}.

a) $pV = nRT \rightarrow p = \dfrac{nRT}{V} \rightarrow p = \dfrac{1 \cdot 0{,}082 \cdot 300}{5} = 4{,}92$ atm

b) $\left(p + \dfrac{a}{V^2}\right)(V-b) = RT \rightarrow p = \dfrac{RT}{V-b} - \dfrac{a}{V^2} \rightarrow p = \dfrac{0{,}082 \cdot 300}{5-0{,}0427} - \dfrac{3{,}59}{5} = 4{,}24$ atm

13. Calcula la presión total en una bombona de 3 m^3 que transporta 5 t de CO_2 a 293 K.

La presión del CO_2 en el interior de la bombona se obtiene despejándola de la ecuación de los gases ideales, teniendo en cuenta que 3 m^3 equivalen a 3000 litros, y que 5 toneladas de CO_2 equivalen a 68,2 moles.

$$\text{nº moles} = \frac{\text{masa}}{\text{masa molecular}} = \frac{5\,000\,000\ \text{g}}{44\ \text{g mol}^{-1}} = 113\,636{,}4\ \text{mol}$$

$$pV = nRT \rightarrow p = \frac{nRT}{V} \rightarrow p = \frac{113\,636{,}4 \cdot 0{,}082 \cdot 293}{3000} = 910\ \text{atm}$$

14. En una bombona hay 2 000 kg de argón y 100 kg de helio a 293 K. Si la presión total de la bombona es 150 atm, determina:

a) La presión que ejerce cada gas.

b) El volumen de la bombona.

a) Conocida la presión total que ejercen los dos gases (helio y argón) y la masa de cada gas, se calculan los moles y la presión parcial de cada gas a partir de la relación entre presión parcial y fracción molar.

$$n_T = n_{He} + n_{Ar} = \frac{10^5\ \text{g}}{4\ \text{gmol}^{-1}} + \frac{2 \cdot 10^6\ \text{g}}{40\ \text{gmol}^{-1}} = 75\,000\ \text{mol}$$

$$p_{He} = x_{He} \cdot p_T = \frac{25\,000\ \text{mol}}{75\,000\ \text{mol}} \cdot 150\ \text{atm} = 50\ \text{atm}$$

$$p_{Ar} = x_{Ar} \cdot p_T = \frac{50\,000\ \text{mol}}{75\,000\ \text{mol}} \cdot 150\ \text{atm} = 100\ \text{atm}$$

b)

$$V_T = \frac{(n_A + n_B) \cdot R \cdot T}{p} = \frac{n_T \cdot R \cdot T}{p} = \frac{75\,000 \cdot 0{,}082 \cdot 293}{150} = 12\,013\ \text{L}$$

15. Actualmente, el litio es un metal de interés estratégico a nivel mundial. Su principal aplicación son las baterías recargables de ordenadores, teléfonos móviles o aviones. Calcula el porcentaje de litio en los siguientes compuestos.

a) Carbonato de litio, Li_2CO_3

b) Hidróxido de litio LiOH

c) Cloruro de litio LiCl

El tanto por ciento del litio en cada compuesto se obtiene a partir de la relación:

$$\%\ \text{Li} = \frac{\text{n} \cdot \text{masa molar del elemento}}{\text{masa molar del compuesto}} \cdot 100$$

$$\text{Carbonato de litio}\quad Li_2CO_3; \%Li = \frac{2 \cdot (7\text{g})}{74\text{g}} \cdot 100 = 19\%$$

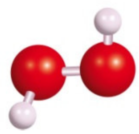
$$\text{Hidróxido de litio}\quad LiOH; \%Li = \frac{1 \cdot (7\text{g})}{24\text{g}} \cdot 100 = 29\%$$

$$\text{Cloruro de litio}\quad LiCl; \%Li = \frac{1 \cdot (7\text{g})}{42{,}5\text{g}} \cdot 100 = 16\%$$

16. Una sustancia utilizada como antiséptico está formada por un 94,12 % de oxígeno y un 5,88 % de hidrógeno.

a) Deduce su fórmula empírica.

b) Si su masa molar es 34 g mol^{-1}, deduce su fórmula molecular.



a) Con los datos de la masa atómica y los porcentajes de cada elemento, se calcula el número de átomos relativo, a partir de los cuales deducimos que la fórmula empírica es (HO).

Elemento	%	Masa atómica	Número de moles	Números enteros
Oxígeno	94,12	12,01	94,12/16 = 5,883	5,883/ 5,833= 1
Hidrógeno	5,88	1,008	5,88/1,008 = 5,833	5,833/ 5,833= 1

b) Conocida la masa molecular y la fórmula empírica, se obtiene la fórmula molecular a partir de la relación:

(HO) · $n = 34$

De lo que se deduce que (17) · $n = 2$; por lo tanto, la fórmula buscada es H_2O_2 (agua oxigenada o peróxido de hidrógeno).

17. Realiza una tabla indicando el número de partículas subatómicas para los tres isotopos del neón. Calcula los electrones suponiendo que se trata de átomos neutros.

$^{20}_{10}Ne$, $^{21}_{10}Ne$, $^{22}_{10}Ne$

Isótopo	Neutrones	Protones	Electrones
$^{20}_{10}Ne$	10	10	10
$^{21}_{10}Ne$	11	10	10
$^{22}_{10}Ne$	12	10	10

18. Calcula la masa atómica relativa del neón a partir de los resultados del espectro de masas de sus isótopos y de los datos de las masas atómicas: Ne–20: 19,9924 u; Ne–21: 20,9938 u; Ne–22: 21,9914 u.

Sustituyendo los datos de las masas atómicas de cada isótopo y su abundancia relativa, resulta:

$$A_T = \frac{19{,}9924 \cdot 90{,}92 + 20{,}9938 \cdot 0{,}26 + 21{,}9914 \cdot 8{,}82}{100} = 20{,}1713 \text{ u}$$

19. Indica qué tipo de espectroscopia sería adecuada en los siguientes casos:
a) Identificación de arsénico en el análisis forense de un cadáver.
b) Análisis de restos de un polímero en el agua de beber.
c) Análisis de trazas de cianuro de potasio en una bebida.

a) Espectroscopia de absorción atómica.
b) Espectroscopia infrarroja.
c) Espectroscopia de absorción atómica.

20. Al combinarse el carbono y el oxígeno pueden formar dióxido de carbono, si hay suficiente oxígeno, o monóxido de carbono, si el oxígeno es escaso.
En la tabla se recogen las masas de los elementos C y O y la de los productos finales CO_2 y CO en cada caso.

Masa de carbono (g)	Masa de oxígeno (g)	Masa de productos
3	8	11 g de CO_2
3	4	7 g de CO
3	10	11 g de CO_2 + 2 g de O_2
3	6	7 g de CO + 2 g de O_2

a) Indica las leyes ponderales que se cumplen a partir de los datos de la tabla y enúncialas.
b) ¿Qué problemas origina el CO_2 en la atmosfera? ¿Tienen peligro las combustiones incompletas?

a) La ley de conservación de la masa se cumple en las cuatro experiencias:
Masa de reactivos (carbono + oxígeno) = Masa del producto
La *ley de las proporciones definidas* afirma que se mantiene la proporción de combinación entre la masa de los elementos para formar un mismo compuesto. En el caso del carbono y oxígeno, para dar dióxido de carbono la relación en masa es de 3/8, y cuando forma monóxido de carbono, la relación en masa es de 3/4.
La *ley de las proporciones múltiples* afirma que cuando se combinan dos elementos para formar más de un compuesto, una masa constante de uno de ellos se combina con cantidades variables de otra, guardando una relación que se expresa por números enteros sencillos.
Las relaciones entre las masas de carbono y de oxígeno son:

$$\frac{\text{masa carbono}}{\text{masa oxígeno}} = \frac{3 \text{ g}}{8 \text{ g}}$$

$$\frac{\text{masa carbono}}{\text{masa oxígeno}} = \frac{3 \text{ g}}{4 \text{ g}}$$

Se cumple que una cantidad fija de uno de ellos, 3 g de carbono, se combina en un caso con 4 g de oxígeno, y en otro, con un múltiplo de la cantidad anterior de oxígeno, 4 · 2 = 8 g, cumpliéndose la ley de las proporciones múltiples.

b) El dióxido de carbono en la atmósfera origina el fenómeno denominado efecto invernadero, que algunos científicos relacionan con el polémico calentamiento global.
Las combustiones incompletas originan monóxido de carbono, un gas incoloro e inodoro que origina la denominada muerte dulce, por reemplazar al oxígeno en la sangre. Cuando el cerebro está varios minutos sin recibir oxígeno se produce la muerte.

21. Una caja contiene tornillos (pieza A) de 16 g cada uno, y otra caja contiene tuercas (pieza B) de 9 g cada.
a) ¿Cuál será la masa de una pieza A-B formada por un tornillo y una tuerca?
b) ¿En qué proporción se combinan A y B? ¿Qué masa de tornillos se acoplaran a 90 g de tuercas?
c) ¿Será posible combinar 80 g de tornillos con 90 g de tuercas para formar piezas A-B?, ¿sobrará alguno de los elementos?
d) Repite los apartados anteriores cuando la pieza esté formada por 1 tornillo y 2 tuercas.
e) ¿Qué leyes ponderales relacionas con el ejemplo?

a) La masa de cada pieza se obtiene sumando la masa de un tornillo y de una tuerca, esto es, 16 g + 9 g = 25 g

b) La proporción de combinación en masa para formar cada pieza será de 16 g/9 g = 1,77, de lo que se deduce que con 90g de tuercas se combinarán 160 g de tornillos.

$$\frac{\text{masa tornillo}}{\text{masa tuerca}}=\frac{16\text{ g}}{9\text{ g}}=\frac{m}{90\text{ g}}\rightarrow m=160\text{ g}$$

c) Los 80 g de tornillos (5 piezas), se combinarán con 45 g de tuercas (5 piezas), sobrando otros 45 g de tuercas que corresponden a otras 5 tuercas.

$$\frac{\text{masa tornillo}}{\text{masa tuerca}}=\frac{16\text{ g}}{9\text{ g}}=\frac{80\text{ g}}{m}\rightarrow m=45\text{ g}$$

d) Cuando la pieza está formada por 1 tornillo y 2 tuercas, la masa se obtiene sumando las masas de cada uno de los elementos:

masa de cada pieza = 16 g + 18 g = 34 g

La proporción en masa para formar cada nueva pieza será de 16 g/18 g = 0,88, de lo que se deduce que:

$$\frac{\text{masa tornillo}}{\text{masa tuerca}}=\frac{16\text{ g}}{18\text{ g}}=\frac{m}{90\text{ g}}\rightarrow m=80\text{ g}$$

Los 80 g de tornillos (5 piezas) se ensamblarán con 90 g de tuercas (10 piezas), no sobrando ningún elemento.

$$\frac{\text{masa tornillo}}{\text{masa tuerca}}=\frac{16\text{ g}}{18\text{ g}}=\frac{80\text{ g}}{m}\rightarrow m=90\text{ g}$$

e) Las relaciones que se han utilizado para resolver este ejercicio son semejantes a las relaciones indicadas en las leyes ponderales: ley de conservación de la masa, ley de las proporciones definidas y ley de las proporciones múltiples.

22. Para formar 10 g de cloruro de sodio se necesitan 6 g de cloro y 4 g de sodio.
a) Completa la tabla.
b) Enuncia la ley en la que te has basado.
c) ¿Qué ocurre al combinar 6 g de Cl con 6 g de Na?

Masa de cloro (g)	Masa de sodio (g)	Cloruro de sodio (g)	Relación Cl / Na
12	8	**20**	12/8 = 3/2
3	2	5	3/2
30	**20**	50	30/20 =3/2

a) Tabla de masas de cloro, sodio y cloruro de sodio.

b) La ley de proporciones definidas nos indica que la relación de combinación entre el cloro y el sodio para formar cloruro de sodio es de 3/2.
La ley de conservación de la masa nos indica la cantidad de cloruro de sodio que se forma en cada caso.

c) Si se combinan 6 g de cloro con 6 g de sodio, teniendo en cuenta la proporción en masa de combinación, se formaran 10 g de cloruro de sodio (6 g de cloro + 4 g de sodio), quedando 2 g de sodio en exceso.

23. El cromo forma cuatro óxidos cuyos porcentajes se indican en la tabla: Enuncia la ley de las proporciones múltiples y comprueba que se cumple para los óxidos de cromo.

Óxidos de cromo	% cromo	% oxígeno
A	**76,471**	**23,529**
B	**61,905**	**38,095**
C	**52,000**	**48,000**

Tomamos como referencia la cantidad de oxígeno que se combina con cada gramo de cromo:

$$\text{Relación óxido A: }\frac{76{,}471}{23{,}529}=3{,}250\text{ g Cr/g de O};\ \text{Relación óxido B: }\frac{61{,}905}{38{,}095}=1{,}625\text{ g Cr/g de O}$$

$$\text{Relación óxido C: }\frac{52{,}000}{48{,}000}=1{,}083\text{ g Cr/g de O}$$

Estas cantidades variables de cromo deben estar en una relación que se puede expresar mediante números enteros sencillos. Estableciendo comparativas entre los diferentes compuestos del cromo, se tienen las siguientes relaciones:

Relación cromo óxido A/óxido B: $\frac{3{,}250\text{ g}}{1{,}625\text{ g}}=2$ Relación cromo óxido A/óxido C: $\frac{3{,}250\text{ g}}{1{,}083\text{ g}}=3$

Por tanto, se cumple la ley de las proporciones definidas.

24. Los óxidos de nitrógeno son combinaciones binarias del oxígeno con el nitrógeno.
Al analizar diferentes óxidos de nitrógeno se han obtenido las siguientes composiciones centesimales:

Óxidos de nitrógeno	% Nitrógeno	% Oxígeno
A	63,636	36,364
B	46,667	53,333
C	36,842	63,158
D	30,434	69,566
E	25,926	74,074

Comprueba que se cumple la ley de las proporciones múltiples para los óxidos de nitrógeno de la tabla.
Se calculan los gramos de nitrógeno de cada óxido que se combina con cada gramo de oxígeno.

$$\text{Óxido A: } \frac{63{,}636\text{ g}}{36{,}364\text{ g}} = 1{,}750\text{ g N/g O} \ ; \ \text{Óxido B: } \frac{46{,}667\text{ g}}{53{,}333\text{ g}} = 0{,}875\text{ g N/g O}$$

$$\text{Óxido C: } \frac{36{,}842\text{ g}}{63{,}158\text{ g}} = 0{,}583\text{ g N/g O} \ ; \ \text{Óxido D: } \frac{30{,}434\text{ g}}{69{,}566\text{ g}} = 0{,}437\text{ g N/g O}$$

$$\text{Óxido E: } \frac{25{,}926\text{ g}}{74{,}074\text{ g}} = 0{,}350\text{ g N/g O}$$

Para que se cumpla la ley de las proporciones múltiples, las cantidades de nitrógeno deben estar en una relación que se puede expresar mediante números enteros sencillos. Estableciendo comparativas entre los diferentes compuestos y dividiendo por la menor de las cantidades, se tienen las relaciones:

$$\text{Relación óxido D/óxido B: } \frac{0{,}437}{0{,}875} = \frac{1}{2} \ ; \ \text{Relación óxido C/óxido A: } \frac{0{,}583}{1{,}750} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Relación óxido D/óxido A: } \frac{0{,}437}{1{,}750} = \frac{1}{4} \ ; \ \text{Relación óxido E/óxido A: } \frac{0{,}350}{1{,}750} = \frac{1}{5}$$

De forma semejante se obtienen las siguientes relaciones entre otros óxidos:

$$\frac{0{,}583}{0{,}875} = \frac{3}{2} \quad \frac{0{,}437}{0{,}583} = \frac{3}{4} \quad \frac{0{,}350}{0{,}583} = \frac{3}{5} \quad \frac{0{,}350}{0{,}437} = \frac{4}{5} \quad \frac{0{,}875}{1{,}750} = \frac{1}{2} \quad \frac{0{,}350}{0{,}875} = \frac{5}{2}$$

Se confirma que se cumple la ley de las proporciones múltiples.

25. El amoniaco es un producto muy utilizado en la limpieza y en la desinfección del hogar. Se comercializa en disolución acuosa, aunque su estado natural a temperatura ambiente es gaseoso, ya que tiene un punto de ebullición de –33 ºC.
Para obtener 2 L de gas amoniaco NH_3, se hace reaccionar 1 L de nitrógeno N_2 con 3 L de hidrógeno H_2, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura.
a) Aplica una ley volumétrica a los datos del enunciado.
b) ¿Cuantas moléculas de amoniaco se obtendrán al reaccionar 4 moléculas de nitrógeno?
c) ¿Y si reaccionan 6 moléculas de hidrógeno?
a) El enunciado indica que 1 L de nitrógeno se combina con 3 L de hidrógeno, medidos en las mismas condiciones de presión y temperatura, para dar 2 L de amoniaco. La ley volumétrica afirma que un volumen de nitrógeno se combina con 3 volúmenes de hidrógeno para originar dos volúmenes de amoniaco.
b) De la ley volumétrica se deduce que 1 molécula de nitrógeno se combina con 3 moléculas de hidrógeno para formar 2 moléculas de amoniaco. Si partimos de 4 moléculas de nitrógeno, reaccionarán con 12 moléculas de hidrógeno para formar 8 moléculas de amoniaco.
c) Con 6 moléculas de hidrógeno, reaccionarán 2 moléculas de hidrógeno para originar 4 moléculas de amoniaco.

26. Razona si son verdaderas o falsas las afirmaciones:
a) En un mol de agua hay el mismo número de moléculas que en un mol de amoniaco.
b) En un mol de agua hay el mismo número de átomos de oxígeno que de hidrógeno.
c) Un mol de agua gaseoso ocupa el mismo volumen que un mol de oxígeno gas, medidos a 0 ºC y 1 atm.
a) Verdadera. En un mol de cualquier sustancia hay el mismo número de partículas (átomos, moléculas, iones).
b) Falsa. Las moléculas no contienen necesariamente el mismo número de átomos de cada elemento. En el caso de un mol de moléculas de agua, contiene un mol de átomos de oxígeno y dos moles de átomos de hidrógeno.
c) Verdadero. Un mol de cualquier gas (oxígeno, hidrógeno, etc.), en las mismas condiciones de presión y temperatura, ocupa el mismo volumen.

27. Completa la tabla que relaciona los moles con diferentes magnitudes de sustancias en estado gaseoso. Masas atómicas (u): H = 1; C = 12; He = 4; Cl = 35,5.

Sustancia	mol	masa (g)	moléculas	Volumen (L) c.n.
HCl	**2,5**	91,25	$1{,}5\cdot10^{24}$	56
He	5	**20**	$3{,}0\cdot10^{24}$	112
CH_4	5	80	$\mathbf{3{,}0\cdot10^{24}}$	112
Cl_2	0,5	35,5	$3{,}0\cdot10^{23}$	**11,2**

Para el HCl :

$$2{,}5\text{ mol HCl}\cdot\frac{36{,}5\text{ g HCl}}{1\text{ mol HCl}}=91{,}25\text{ g HCl} \quad ; \quad 2{,}5\text{ mol HCl}\cdot\frac{6{,}022\cdot10^{23}\text{ moléculas HCl}}{1\text{ mol HCl}}=1{,}5\cdot10^{24}\text{ moléculas HCl}$$

$$2{,}5\text{ mol HCl}\cdot\frac{22{,}4\text{ L HCl}}{1\text{ mol HCl}}=56\text{ L HCl}$$

Para el Helio:

$$2{,}5\text{ g He}\cdot\frac{1\text{ mol He}}{4\text{ g He}}=5\text{ mol He} \quad ; \quad 5\text{ mol He}\cdot\frac{6{,}022\cdot10^{23}\text{ moléculas He}}{1\text{ mol He}}=3\cdot10^{24}\text{ moléculas He}$$

$$5\text{ mol He}\cdot\frac{22{,}4\text{ L He}}{1\text{ mol He}}=112\text{ L He}$$

Para el CH_4:

$$3{,}0\cdot10^{24}\text{ moléculas }CH_4\cdot\frac{1\text{ mol }CH_4}{6{,}022\cdot10^{23}\text{ moléculas }CH_4}=5\text{ mol }CH_4$$

$$5\text{ mol }CH_4\cdot\frac{16\text{ g }CH_4}{1\text{ mol }CH_4}=80\text{ g }CH_4 \quad ; \quad 5\text{ mol }CH_4\cdot\frac{22{,}4\text{ L }CH_4}{1\text{ mol }CH_4}=112\text{ L }CH_4$$

Para el Cloro:

$$11{,}2\text{ L }Cl_2\cdot\frac{1\text{ mol }Cl_2}{22{,}4\text{ L }Cl_2}=0{,}5\text{ mol }Cl_2 \quad ; \quad 0{,}5\text{ mol }Cl_2\cdot\frac{71\text{ g }Cl_2}{1\text{ mol }Cl_2}=35{,}5\text{ g }Cl_2$$

$$0{,}5\text{ mol }Cl_2\cdot\frac{6{,}022\cdot10^{23}\text{ moléculas }Cl_2}{1\text{ mol }Cl_2}=3\cdot10^{23}\text{ moléculas }Cl_2$$

28. Una de las causas de la obesidad es el excesivo consumo de productos con muchas calorías y pocos nutrientes, como las bebidas azucaradas. Para seguir una dieta saludable se recomienda reemplazar este tipo de bebidas por su versión *light* o por zumos naturales.
Cuando bebes una lata de una bebida de cola, que contiene 35 g de azúcar (sacarosa: $C_{12}H_{22}O_{11}$), indica lo que tomas expresado como:
a) Moles de sacarosa.
b) Moléculas de sacarosa.
c) Átomos de carbono, oxígeno e hidrógeno.

En primer lugar se calcula la masa molar de la sacarosa $C_{12}H_{22}O_{11}$, que resulta ser de 342 $gmol^{-1}$.

a) $$35\text{ g sacarosa}\cdot\frac{1\text{ mol sacarosa}}{342\text{ g sacarosa}}=0{,}1\text{ mol sacarosa}$$

b) $$0{,}1\text{ g sacarosa}\cdot\frac{6{,}22\cdot10^{23}\text{ moléculas sacarosa}}{1\text{ mol sacarosa}}=6{,}0\cdot10^{22}\text{ moléculas sacarosa}$$

c) Como en cada molécula de sacarosa hay 12 átomos de C, 22 de H y 11 de O, tenemos que habrá:
$6{,}0\cdot10^{22}\cdot12=7{,}2\cdot10^{23}$ átomos de C.
$6{,}0\cdot10^{22}\cdot22=1{,}32\cdot10^{24}$ átomos de H.
$6{,}0\cdot10^{22}\cdot11=6{,}6\cdot10^{23}$ átomos de O.

29. Define el concepto de mol. ¿Cuál de las siguientes cantidades contiene más moles? Masa atómica: He = 4
a) 20 g de helio b) 3 · 10^{24} átomos de helio c) 5 mol de helio d) 120 L de He a 0 °C y 1 atm

a) $20\text{ g He}\cdot\frac{1\text{ mol He}}{4\text{ g He}}=5\text{ mol He}$ b) $3{,}0\cdot10^{24}\text{ átomos He}\cdot\frac{1\text{ mol He}}{6{,}022\cdot10^{23}\text{ átomos He}}=5\text{ mol He}$

c) 5 mol He d) $1\,120\text{ L He}\cdot\frac{1\text{ mol He}}{22{,}4\text{ L He}}=5{,}4\text{ mol He}$

Los 120 L de helio contienen mayor número de moles.

30. El neumático de un coche contiene aire que se encuentra a 10 °C y 2 atm de presión.
a) Calcula qué presión ejercerá el aire si la temperatura debido al rozamiento llega a 50 °C.
b) Enuncia la ley que has utilizado.
c) ¿Por qué se aconseja medir la presión de los neumáticos a temperatura ambiente y no después de un largo trayecto?

a) Suponiendo que el volumen de la rueda es constante, se cumplirá la ley de Gay-Lussac:

$$\frac{p_1}{T_1}=\frac{p_2}{T_2}\rightarrow\frac{2\text{ atm}}{273+10\text{ K}}=\frac{p_2}{273+50\text{ K}}\rightarrow p_2=2{,}3\text{ atm}$$

b) Esta ley indica que a volumen constante, la presión de un gas es directamente proporcional a la temperatura absoluta del gas.

c) Al aumentar la temperatura del aire contenido en el interior de la rueda, consecuencia del rozamiento con el asfalto, aumenta la presión. Si después de un largo viaje, medimos la presión del aire en la rueda, obtendremos un valor superior al que tenía a temperatura ambiente, lo que podría llevar a la falsa conclusión de que están demasiado hinchados y que deberíamos quitar aire para reducir la presión. Si hiciésemos esto, cuando se enfriasen, la presión sería menor que la que recomienda el fabricante y podría ser peligroso.

31. Por su bajo punto de sublimación (–78,5 °C), el hielo seco (dióxido de carbono solido) o nieve carbónica sublima directamente de solido a gas sin dejar residuos. Si se coloca una pastilla de 10 g de hielo seco en un recipiente vacío que tiene un volumen de 5 L a 25 °C, ¿cuál será la presión en el interior del recipiente después de que se haya convertido todo el hielo seco en CO_2 gaseoso?

A partir de la ecuación general de los gases ideales, se despeja la presión y se sustituyen los datos siguientes:

– masa del hielo seco o dióxido de carbono: 10g
– masa molar del gas: 44g/mol
– volumen: 5 L
– temperatura absoluta: 273+25 K = 298K

$$p=\frac{nRT}{V}=\frac{0{,}227\cdot 0{,}082\cdot 298}{5}=1{,}1\text{ atm}$$

32. El hexafluoruro de azufre (SF_6) es un gas inodoro, incoloro, no toxico ni inflamable, con una densidad cinco veces mayor que la del aire. Entre sus aplicaciones lúdicas más asombrosas está la de colocar objetos ligeros sobre este gas. Como el empuje que experimenta el objeto es mayor que el peso, da la sensación de que los objetos flotan en el aire.
a) Calcula la presión ejercida por 2 mol de gas en un recipiente cerrado de 4 L de volumen a 27 °C.
b) Calcula su densidad a 20 °C y 1 atm de presión.

a) Sustituyendo los datos en la ecuación general de los gases, se obtiene una presión de 12,3 atm.

$$p=\frac{nRT}{V}=\frac{2\cdot 0{,}082\cdot 300}{4}=12{,}3\text{ atm}$$

b) La densidad se calcula relacionando la masa con el volumen en la ecuación de los gases, y sustituyendo la masa molar del gas, que es de 146 g mol^{-1}, la presión y la temperatura.

$$pV=nRT\rightarrow pV=\frac{m}{M}RT\rightarrow d=\frac{m}{V}=\frac{pM}{RT}=\frac{(1\text{ atm})\cdot(146\text{ atm}\,\text{mol}^{-1})}{0{,}082\cdot 293\text{ K}}=6{,}1\text{ gL}^{-1}$$

33. Una mezcla de gases contiene 5 mol de oxígeno, 2 mol de hidrógeno y 3 mol de nitrógeno. Calcula la presión parcial de cada gas si la presión total es de 2 atm.

Conocida la presión total que ejercen los tres gases (oxígeno, hidrógeno y nitrógeno) y los moles de cada uno de ellos, se calcula la presión parcial de cada gas a partir de la relación entre presión parcial y fracción molar.

$$p_{O_2}=x_{O_2}\cdot p_T=\frac{5}{10}\cdot 2\text{ atm}=1\text{ atm}\,;\ p_{H_2}=x_{H_2}\cdot p_T=\frac{2}{10}\cdot 2\text{ atm}=0{,}4\text{ atm}\,;\ p_{N_2}=x_{N_2}\cdot p_T=\frac{3}{10}\cdot 2\text{ atm}=0{,}6\text{ atm}$$

Comprobamos: suma de presiones parciales = presión total: $p_T = p_{O2} + p_{H2} + p_{N2}$ = 1 + 0,4 + 0,6 = 2 atm

34. Calcula la presión que ejercen 59,5 g del gas amoniaco almacenados en un volumen de 5 200 cm^3 a una temperatura de 320 K, utilizando:
a) La ecuación de los gases ideales. b) La ecuación de Van der Waals.
Datos: R = 0,082 atm L K^{-1} mol^{-1}, a = 4,17 atm L^2 mol^{-2}, b = 0,0371 L mol^{-1}

Primero convertimos todos los datos a las mismas unidades:59,5 g de amoniaco son 3,5 mol. 5 200 cm^3 son 5,2 L.

a) $pV=nRT\rightarrow p=\dfrac{nRT}{V}\rightarrow p=\dfrac{3{,}5\cdot 0{,}082\cdot 320}{5{,}2}=17{,}7\text{ atm}$

b) $\left(p+\dfrac{an^2}{V^2}\right)(V-nb)=nRT\rightarrow p=\dfrac{nRT}{V-nb}-\dfrac{an^2}{V^2}\rightarrow p=\dfrac{3{,}5\cdot 0{,}082\cdot 320}{5{,}2-3{,}5\cdot 0{,}0371}-\dfrac{4{,}17\cdot 3{,}5^2}{5{,}2^2}=16{,}2\text{ atm}$

35. ¿Qué información proporciona la composición centesimal? Calcula la composición centesimal de las siguientes moléculas e indica qué sustancia contiene mayor porcentaje en hidrógeno.
Masas atómicas (u): H =1; N = 14; C = 12; O = 16.
a) Agua.
b) Amoniaco.
c) Metano.

La composición centesimal indica el porcentaje en masa de todos los elementos que forman un determinado compuesto.

Para el agua: $\%H = \frac{2 \cdot (1{,}0\ g)}{18\ g} \cdot 100 = 11{,}111\%$ $\quad \%O = \frac{1 \cdot (16\ g)}{18\ g} \cdot 100 = 88{,}889\%$

Para el amoniaco: $\%N = \frac{1 \cdot (14\ g)}{17\ g} \cdot 100 = 82{,}353\%$ $\quad \%H = \frac{3 \cdot (1\ g)}{17\ g} \cdot 100 = 17{,}647\%$

Para el metano: $\%C = \frac{1 \cdot (12\ g)}{16\ g} \cdot 100 = 75\%$ $\quad \%H = \frac{4 \cdot (1\ g)}{16\ g} \cdot 100 = 25\%$

El metano contiene mayor porcentaje de hidrógeno, seguido del amoniaco y del hidrógeno.

36. Deduce qué sustancia tiene mayor porcentaje en nitrógeno para cada apartado:
a) El nitrato de potasio, KNO_3, o el nitrito de potasio, KNO_2.
b) El nitrato de potasio, KNO_3, o el nitrito de calcio, $Ca(NO_2)_2$.

a) $KNO_3: \ \%N = \frac{1 \cdot 14}{101} \cdot 100 = 13{,}9\%$ $\quad KNO_2: \ \%N = \frac{1 \cdot 14}{85} \cdot 100 = 16{,}5\%$

El nitrito de potasio tiene mayor porcentaje en nitrógeno.

b) $Ca(NO_2)_2: \ \%N = \frac{2 \cdot 14}{132} \cdot 100 = 21{,}2\%$

El nitrato de calcio tiene mayor porcentaje en nitrógeno.

37. Uno de los objetivos de la química analítica es deducir las formulas a partir de la cantidad de sus elementos que se encuentra en una mezcla. Por ejemplo la pirita, llamada “el oro de los tontos”, por su aspecto de color amarillo brillante contiene Fe y S. Una muestra de pirita tiene una masa de 29,994 g, mediante técnicas adecuadas se halla que su contenido en azufre es de 16,032 g.
a) ¿Qué cantidad de hierro contiene?
b) ¿Cuál es su composición centesimal?
c) ¿Cuál es su fórmula empírica?

a) 29,994 – 16,032 = 13,962 g de Fe.

b) S: $\frac{16{,}032 \text{ g S}}{29{,}994 \text{ g Pirita}} \cdot 100 = 53{,}45\%$ $\quad$ Fe: $\frac{13{,}962 \text{ g S}}{29{,}994 \text{ g Pirita}} \cdot 100 = 46{,}55\%$

c) S: 53,45/32,1 = 1,67 y Fe: 46,55/55,8 = 0,83.
Como 1,67/0,83 = 2, deducimos que la fórmula empírica es: FeS_2

38. El ácido acetilsalicílico, conocido comercialmente como aspirina, es un medicamento con múltiples usos: antiinflamatorio, analgésico, antipirético, etc. Está formado por carbono, hidrógeno y oxígeno. Conociendo los porcentajes de carbono (60 %) y de hidrógeno (4,48 %) y la masa molecular, 180 u, deduce:
a) La fórmula empírica $\quad$ **b) La fórmula molecular**
Masas atómicas (u): C=12, H=1, O=16

Elemento	% elemento	Masa atómica	Número de moles	Números enteros
Carbono	60	12	60/12 = 5	5 / 2,22 = 2,25 x 4 = 9
Hidrógeno	4,48	1	4,48/1 = 4,48	4,48 / 2,22 = 2 x 4 = 8
Oxígeno	100 – (60 + 4,48) = 35,32	16	35,52 /16 = 2,22	2,22 / 2,22 = 1 x 4 = 4

La fórmula empírica es $C_9H_8O_4$. Conocida la masa molar y de la relación:

$$n = \frac{\text{masa molar del compuesto}}{\text{masa molar empírica}} = \frac{180}{180} = 1$$

Se deduce que la fórmula molecular $C_9H_8O_4$ coincide con la fórmula empírica $C_9H_8O_4$.

39. A partir de la información de la tabla, relativa a los tres isótopos del oxígeno:

Isótopos	Masa (u)	Abundancia (%)
O–16	15,99491	99,759
O–17	16,99884	0,037
O–18	*X*	*Y*

a) Indica el número de partículas de cada isótopo del oxígeno y deduce el porcentaje de abundancia del O–18.

b) Sabiendo que la masa atómica relativa del oxígeno es 15,9994 u, calcula la masa del isótopo O–18.

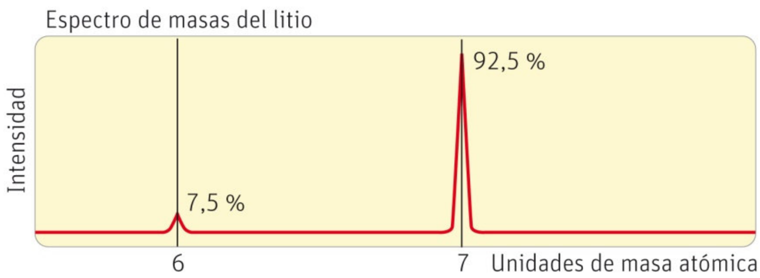
a) Se trata de calcular el valor de *Y*. Como tiene que sumar 100%: $Y = 100 - (99{,}759 + 0{,}037) = 0{,}204$

b) Sustituimos en la expresión para calcular la masa atómica relativa y despejamos *X*.

$$A_T = 15{,}9994 = \frac{15{,}99491 \cdot 99{,}759 + 16{,}99884 \cdot 0{,}037 + X \cdot 0{,}204}{100} = \frac{1596{,}265 + 0{,}204\,X}{100}$$

$$X = \frac{1599{,}94 - 1596{,}265}{0{,}204} = 18{,}014$$

40. El litio, usado en las baterías de muchos dispositivos electrónicos, tiene dos isótopos en la naturaleza. Mediante un espectrógrafo de masas se ha obtenido información sobre la abundancia de estos isótopos, reflejada en el diagrama adjunto.
Calcula la masa atómica relativa considerando que la masa de cada isótopo coincide con el número másico y analizando el espectro de masas del litio.



$$A_T = \frac{6 \cdot 7{,}5 + 7 \cdot 92{,}5}{100} = 6{,}925 \text{ u}$$

41. Actividad para resolver en SM**Savia**digital**.com**

42. Actividad para resolver en SM**Savia**digital**.com**

LA QUÍMICA Y... EL SUBMARINISMO

1. **¿A qué ley de los gases se hace referencia en el texto?**
A la Ley de Boyle, que afirma que la presión y el volumen de un gas son inversamente proporcionales, de manera que si sumergimos un globo lleno de aire, su volumen irá disminuyendo gradualmente.
2. **¿Cómo debe ascender un submarinista para que su organismo no sufra ningún problema?**
Cuando han buceado a gran profundidad, para evitar problemas, los buzos saben que deben ascender lentamente, y hacer paradas en ciertos puntos, de esta forma el organismo tiene suficiente tiempo para adaptarse a la baja presión.
3. **Tomando como densidad del agua de mar 1,03 g cm^{-3} a 25 °C, deduce la presión a 8 m de profundidad.**
La presión total que soportamos al bucear a 8m de profundidad es aproximadamente de 1,8 atm: de las que 1 atm se debe a la presión atmosférica y 0,8 atm a la presión hidrostática ejercida por el agua.

AUTOEVALUACIÓN

Las opciones correctas de la autoevaluación son:
1. c 2. c 3. d 4. b 5. c 6. c

2 Disoluciones

ACTIVIDADES

1. Calcula el porcentaje en masa de soluto en cada una de las siguientes disoluciones:

a) 15 g de H_2SO_4 en 45 g de disolución.

b) 5,0 g de HCl en 15 g de agua.

c) 20 g de KOH en 80 g de disolución.

El tanto por ciento en masa se calcula a partir de la relación:

$$\%\ \text{masa} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de disolución}} = \frac{\text{masa de soluto}}{\text{masa de soluto + masa de disolvente}} \cdot 100$$

a) $\%\ \text{masa} = \dfrac{(15\ \text{g de}\ H_2SO_4)}{(45\ \text{g de disolución})} \cdot 100 = 33\ \%$

b) $\%\ \text{masa} = \dfrac{(5{,}0\ \text{g de HCl})}{(20\ \text{g de disolución})} \cdot 100 = 25\ \%$

c) $\%\ \text{masa} = \dfrac{(20\ \text{g de KOH})}{(80\ \text{g de disolución})} \cdot 100 = 25\ \%$

2. Se ha preparado una disolución disolviendo 45 mL de tolueno en 160 mL de benceno.

a) Calcula el porcentaje en volumen del soluto.

b) ¿Qué volumen de la disolución se necesita para que contenga 1 mL de tolueno?

a) $\%\ \text{volumen} = \dfrac{(45\ \text{mL de tolueno})}{(45\ \text{mL de tolueno}) + (160\ \text{mL de benceno})} \cdot 100 = 22\ \%$

b) $(1\ \text{mL de tolueno}) \cdot \dfrac{(100\ \text{mL de disolución})}{(22\ \text{mL de tolueno})} = 4{,}5\ \text{mL de disolución}$

3. Calcula la cantidad de hidróxido de calcio $Ca(OH)_2$ que se necesita para preparar 2 litros de disolución, de concentración:

a) 0,5 mol L^{-1} b) 3,5 mol L^{-1}

Masas atómicas (u): Ca = 40,0; O = 16,0; H = 1,0

a) $(2\ \text{L de disolución}) \cdot \dfrac{(0{,}5\ \text{mol de soluto})}{(1\ \text{L de disolución})} = 1\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2$

$(1\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2) \cdot \dfrac{(74{,}0\ \text{g de}\ Ca(OH)_2)}{(1\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2)} = 74{,}0\ \text{g de}\ Ca(OH)_2$

b) $(2\ \text{L de disolución}) \cdot \dfrac{(3{,}5\ \text{mol de soluto})}{(1\ \text{L de disolución})} = 7\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2$

$(7\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2) \cdot \dfrac{(74{,}0\ \text{g de}\ Ca(OH)_2)}{(1\ \text{mol de}\ Ca(OH)_2)} = 518\ \text{g de}\ Ca(OH)_2$

4. En 100 mL de una disolución acuosa de ácido sulfúrico, H_2SO_4 hay 4,9 g de ácido. Determina:

a) La concentración en masa.

b) La concentración molar.

Masas atómicas (u): S = 32,0; O = 16,0; H = 1,0

a) $\gamma = \dfrac{\text{masa de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \dfrac{(4{,}9 \text{ g de } H_2SO_4)}{(0{,}1 \text{ L de disolución})} = 49 \text{ g L}^{-1}$

b) $c = \dfrac{\text{masa de soluto/masa molar de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \dfrac{(4{,}9 \text{ g}/98{,}0 \text{ g mol}^{-1})}{(0{,}1 \text{ L de disolución})} = 0{,}5 \text{ mol L}^{-1}$

5. Se ha preparado una disolución disolviendo 20,0 g de NaOH en 1,00 · 10^2 mL de agua.

a) Calcula la concentración molal de la disolución.

b) ¿Qué dato es necesario conocer para calcular su concentración molar?

Masas atómicas (u): Na = 23,0; O = 16,0; H = 1,0

a) La concentración molal se obtiene mediante la relación:

$$m = \frac{\text{masa de soluto/masa molar de soluto}}{\text{masa de disolvente (kg)}} = \frac{(20{,}0 \text{ g} / 40{,}0 \text{ g mol}^{-1})}{(0{,}100 \text{ kg})} = 5{,}0 \text{ mol kg}^{-1}$$

b) La concentración molar expresa los moles de soluto por litro de disolución y la concentración molal, los moles de soluto por kg de disolvente. Por tanto, si conocemos la masa de soluto y la masa de disolvente, sumando ambas se puede obtener la masa de disolución. Para pasar de masa de disolución a volumen de disolución, es necesario conocer el dato de la densidad de la disolución, que relaciona ambas magnitudes.

6. Un litro de disolución de ácido sulfúrico, H_2SO_4, de densidad 1,05 g cm^{-3}, contiene 49 g de ácido.

a) Calcula la concentración molar de la disolución.

b) Calcula su concentración molal.

a) $c = \dfrac{\text{masa de soluto/masa molar de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \dfrac{(49 \text{ g}/98 \text{ g mol}^{-1})}{(1 \text{ L de disolución})} = 0{,}5 \text{ mol L}^{-1}$

b) A partir de la densidad, calculamos la masa de un litro de disolución:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}_{\text{disolución}}}{V_{\text{disolución}}} \Rightarrow \text{masa} = \text{densidad} \cdot \text{volumen} = (1{,}05 \text{ g mL}^{-1})\ (1000 \text{ mL}) = 1050 \text{ g}$$

Si restamos la masa de soluto, 49 g, obtendremos la masa de disolvente: 1,001 kg

$$m = \frac{\text{masa de soluto / masa molar de soluto}}{\text{masa de disolvente (kg)}} = \frac{(49 \text{ g}/98 \text{ g mol}^{-1})}{(1{,}001 \text{ kg})} = 0{,}50 \text{ mol kg}^{-1}$$

7. Se mezclan 100 g de metanol, CH_3OH, con 100 g de agua. Determina:

a) La fracción molar del soluto y del disolvente.

b) El tanto por ciento en masa.

a) $\chi_{CH_3OH} = \dfrac{n_{CH_3OH}}{n_{CH_3OH} + n_{H_2O}} = \dfrac{(100 \text{ g}/32 \text{ g mol}^{-1})}{(100 \text{ g}/32 \text{ g mol}^{-1}) + (100 \text{ g}/18 \text{ g mol}^{-1})} = 0{,}36$

$$\chi_{H_2O} = \frac{n_{H_2O}}{n_{CH_3OH} + n_{H_2O}} = \frac{(100 \text{ g}/18 \text{ g mol}^{-1})}{(100 \text{ g}/18 \text{ g mol}^{-1}) + (100 \text{ g}/32 \text{ g mol}^{-1})} = 0{,}64$$

Se comprueba que la suma de ambas fracciones molares es igual a la unidad.

b) $\%\ \text{masa} = \dfrac{(100 \text{ g de soluto})}{(100 \text{ g de soluto}) + (100 \text{ g de disolvente})} \cdot 100 = 50\ \%$

8. Se ha preparado en el laboratorio 0,50 L de disolución de ácido clorhídrico, HCl, de densidad 1,18 g mL^{-1}, que contiene 3,65 g de ácido. Calcula:

a) La concentración molar de la disolución.

b) Su concentración molal.

c) La fracción molar del soluto y del disolvente.

a) $c = \frac{(3{,}65\text{ g}/36{,}5\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}50\text{ L de disolución})} = 0{,}20\text{ mol L}^{-1}$

b) Mediante la densidad de la disolución, se calcula la masa que corresponde al medio litro de disolución:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}_{\text{disolución}}}{V_{\text{disolución}}} \Rightarrow \text{masa} = \text{densidad} \cdot \text{volumen} = (1{,}18\text{ g mL}^{-1})\,(500\text{ mL}) = 590\text{ g}$$

En los 590 g de disolución, hay 3,65 g de soluto, de lo que se deduce que la masa de disolvente será 586,35 g.

$$\text{m} = \frac{(3{,}65\text{ g} / 36{,}5\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}586\text{ kg})} = 0{,}17\text{ mol kg}^{-1}$$

c) Para conocer la fracción molar hay que calcular los moles de soluto y de disolvente:

$$n_{\text{HCl}} = (3{,}65\text{ g}/36{,}5\text{ g mol}^{-1}) = 0{,}1\text{ mol de HCl} \qquad n_{H_2O} = (586{,}35\text{ g}/18\text{ g mol}^{-1}) = 32{,}6\text{ mol de } H_2O$$

$$\chi_{\text{soluto}} = \frac{n_{\text{soluto}}}{n_{\text{soluto}} + n_{\text{disolvente}}} = \frac{(0{,}1\text{ mol})}{(0{,}1\text{ mol}) + (32{,}6\text{ mol})} = 0{,}003$$

$$\chi_{\text{disolvente}} = \frac{n_{\text{disolvente}}}{n_{\text{soluto}} + n_{\text{disolvente}}} = \frac{(32{,}6\text{ mol})}{(0{,}1\text{ mol}) + (32{,}6\text{ mol})} = 0{,}997$$

Como se comprueba, la suma de las fracciones molares del soluto y del disolvente es igual a 1.

9. Indica cómo prepararías 100 mL de una disolución 0,10 mol L^{-1} de $CuSO_4$.

Tomando como masa molar del sulfato de cobre(II), M = 159,5 g mol^{-1}, se deduce que en 0,10 mol, habrá una masa de 15,95 g de $CuSO_4$.

Como se quieren preparar solo 100 mL, la cantidad de soluto que habrá que disolver en un matraz aforado de 0,1 L para obtener la concentración pedida (0,1 mol L^{-1}) será de 1,595 g.

10. Un ácido sulfúrico comercial tiene una riqueza en peso del 96 % y una densidad de 1,85 g mL^{-1}.

a) Determina su concentración molar.

b) Indica cómo preparar 225 mL de disolución 0,52 mol L^{-1} de este ácido.

Dato: $M(H_2SO_4)$ = 98,0 g mol^{-1}

a) La concentración molar relaciona la masa de soluto con el volumen de disolución. El dato indica el tanto por ciento en masa del soluto, que va referido a masa de disolución, por tanto, habrá que utilizar la densidad de la disolución para pasar de masa de disolución a volumen de disolución.

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}_{\text{disolución}}}{V_{\text{disolución}}} \Rightarrow \text{volumen} = \frac{\text{masa}}{\text{densidad}} = \frac{(100\text{ g})}{(1{,}85\text{ g mL}^{-1})} = 54{,}1\text{ mL}$$

$$c = \frac{\text{masa de soluto}/\text{masa molar de soluto}}{V(\text{L})\text{ de disolución}} = \frac{(96\text{ g}/98{,}0\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}0541\text{ L de disolución})} = 18{,}1\text{ mol L}^{-1}$$

b) La disolución a preparar necesita $n = cV = (0{,}52\text{ mol L}^{-1})(0{,}225\text{ L}) = 0{,}117\text{ mol}$, que se obtiene del ácido comercial cogiendo un volumen V:

$$V = \frac{n}{c} = \frac{(0{,}117\text{ mol de } H_2SO_4)}{(18{,}1\text{ mol L}^{-1})} = 6{,}5 \cdot 10^{-3}\text{ L} = 6{,}5\text{ mL}$$

Esta cantidad se diluye en agua hasta alcanzar un volumen de 225 mL.

11. A las botellas de una bebida carbónica se les ha colocado un globo después de ser abiertas y agitadas. ¿Cuál está a mayor temperatura?

En las disoluciones de gases, como el dióxido de carbono, en líquidos, la solubilidad disminuye siempre al aumentar la temperatura. Si las tres botellas contienen inicialmente la misma cantidad de gas, la que se encuentre a mayor temperatura tendrá una menor solubilidad para el gas, con lo que el globo se encontrará más hinchado. Por el contrario, el globo menos hinchado, se encontrará a menor temperatura que el resto, ya que el valor de la solubilidad del gas será mayor y habrá desprendido menos cantidad de dióxido de carbono dentro del globo.

12. La adición de sal o azúcar ha sido un método histórico de conservar alimentos. Justifica su fundamento científico sabiendo que las membranas de las bacterias son semipermeables.

La salazón es un antiguo tratamiento de conservación de alimentos proteicos, como pescado (bacalao, sardina, boquerón) y carne. Consiste en añadir grandes cantidades de cloruro de sodio (sal común), con lo que se produce una elevación de la presión osmótica, que se opone al desarrollo de microorganismos, inhibiendo los sistemas enzimáticos degradativos. Con este tratamiento los productos conservados cambian de color, sabor, aroma y textura, a causa de la desnaturalización de las proteínas y de la oxidación de lípidos.

Al igual que en el caso de la sal, la adición de una elevada cantidad de azúcar, disminuye la actividad del agua y aumenta la presión osmótica de los tejidos, con lo que se impide la proliferación microbiana. Se aplica fundamentalmente a productos vegetales (mermeladas de frutas) y leche (leche condensada).

Las bacterias son microorganismos unicelulares y las membranas de sus células son semipermeables. Si la célula de una bacteria se encuentra en un medio extracelular con una concentración osmótica mayor que la del interior de la célula, el agua saldrá de ella y la bacteria morirá. El alimento así tratado puede conservarse más tiempo.

Concentración de una disolución

13. El almíbar es una disolución concentrada de azúcar disuelta en agua. Al mezclar 60 g de azúcar en 240 g de agua:

a) ¿Cuál será el tanto por ciento en masa del almíbar?

b) ¿Qué cantidad de azúcar hay en un vaso que contiene 200 g de almíbar?

c) ¿Qué masa del almíbar contiene 25 g de azúcar?

a) $\%\ \text{masa} = \dfrac{(60\,\text{g de azúcar})}{(60\,\text{g de azúcar}) + (240\,\text{g de agua})} \cdot 100 = 20\ \%$

b) $(200\,\text{g de almíbar}) \cdot \dfrac{(20\ \text{g de azúcar})}{(100\ \text{g de almíbar})} = 40\,\text{g de azúcar}$

c) $(25\,\text{g de azúcar}) \cdot \dfrac{(100\ \text{g de almíbar})}{(20\ \text{g de azúcar})} = 125\ \text{g de almíbar}$

14. El contenido de alcohol de una bebida se expresa en grados e indica el tanto por ciento en volumen de alcohol etílico. Las cervezas "sin alcohol", según la normativa, pueden contener alcohol por debajo de 1°. Determina:

a) El volumen de alcohol que contiene 1 L de cerveza "sin alcohol" de 0,9°.

b) La masa de alcohol que contiene si la densidad del alcohol es 0,80 g mL^{-1}.

c) ¿Dónde hay más alcohol, en un 1 L de cerveza de 0,9° o en un vaso de 150 mL de cerveza de 6°?

a) $(1000\ \text{mL de cerveza}) \cdot \dfrac{(0{,}9\ \text{mL de alcohol})}{(100\ \text{mL de cerveza})} = 9\ \text{mL de alcohol}$

b) $\text{densidad} = \dfrac{\text{masa}}{\text{volumen}} \Rightarrow \text{masa} = \text{densidad} \cdot \text{volumen} = (0{,}80\ \text{g mL}^{-1})(9\ \text{mL}) = 7{,}2\ \text{g de alcohol}$

c) En el apartado anterior se ha calculado que un litro de cerveza sin alcohol contiene 7,2 g de alcohol. De forma semejante, se calcula la masa de alcohol que contiene un vaso de 150 mL de cerveza con alcohol de 6º.

$(150\ \text{mL de cerveza}) \cdot \dfrac{(6\ \text{mL de alcohol})}{(100\ \text{mL de cerveza})} = 9\ \text{mL de alcohol} \Rightarrow$ Tienen la misma cantidad de alcohol etílico.

15. Para reponer líquidos, azúcar y sales minerales tras un día de senderismo de mucho calor, se prepara una bebida isotónica. Para ello se disuelven 500 mg de bicarbonato de sodio, $NaHCO_3$, 500 mg de cloruro de sodio, NaCl, y 50 g de glucosa, $C_6H_{12}O_6$, en 750 mL de agua. Calcula:

a) El porcentaje en masa de cada soluto.

b) La fracción molar de cada soluto.

c) La concentración de cloruro de sodio en g L^{-1}, si a la bebida anterior se le añade más agua hasta completar un litro de disolución.

a) $\% \text{ en masa de } NaHCO_3 = \frac{(0,5 \text{ g de } NaHCO_3)}{(801 \text{ g de disolución})} \cdot 100 = 6,2 \cdot 10^{-2}\ \%$

$\% \text{ en masa de NaCl} = \frac{(0,5 \text{ g de NaCl})}{(801 \text{ g de disolución})} \cdot 100 = 6,2 \cdot 10^{-2}\ \%$

$\% \text{ en masa de } C_6H_{12}O_6 = \frac{(50 \text{ g de } C_6H_{12}O_6)}{(801 \text{ g de disolución})} \cdot 100 = 6,2\ \%$

b) $n_{NaHCO_3} = \frac{(0,5 \text{ g})}{(84 \text{ g mol}^{-1})} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ mol}; \quad n_{NaCl} = \frac{(0,5 \text{ g})}{(58,5 \text{ g mol}^{-1})} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$

$n_{C_6H_{12}O_6} = \frac{(50 \text{ g})}{(180 \text{ g mol}^{-1})} = 0,28 \text{ mol}; \quad n_{H_2O} = \frac{(750 \text{ g})}{(18 \text{ g mol}^{-1})} = 41,7; \quad n_{\text{totales}} = 42,0 \text{ mol}$

$\chi_{NaHCO_3} = \frac{(6 \cdot 10^{-3} \text{ mol})}{(42,0 \text{ mol})} = 1,4 \cdot 10^{-4}; \quad \chi_{NaCl} = \frac{(8,5 \cdot 10^{-3} \text{ mol})}{(42,0 \text{ mol})} = 2,0 \cdot 10^{-4}; \quad \chi_{C_6H_{12}O_6} = \frac{(0,28 \text{ mol})}{(42,0 \text{ mol})} = 6,7 \cdot 10^{-3}$

c) $\gamma = \frac{\text{masa de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \frac{(0,5 \text{ g de NaCl})}{(1 \text{ L de disolución})} = 0,5 \text{ g L}^{-1}$

16. El alcohol desnaturalizado de farmacia tiene una concentración de 96º que equivale a 96 % en volumen. Contiene 1 g L^{-1} de cloruro de benzalconio, una sustancia que le da un sabor desagradable, con la finalidad de que no se utilice en la elaboración de bebidas alcohólicas. Calcula:

a) El volumen de alcohol puro y la masa de cloruro de benzalconio en una botella de 250 mL de etanol de 96º.

b) El % en volumen del alcohol si se añade agua a la botella de 250 mL hasta completar 1 L de disolución.

a) $(250 \text{ mL de disolución}) \cdot \frac{(96 \text{ mL de alcohol})}{(100 \text{ mL de disolución})} = 240 \text{ mL de alcohol}$

$(250 \text{ mL de disolución}) \cdot \frac{(1 \text{ g de cloruro de benzalconio})}{(1000 \text{ mL de disolución})} = 0,25 \text{ g de cloruro de benzalconio}$

b) Al realizar la dilución, la cantidad de soluto es la misma, 240 mL, por lo que disminuirá el porcentaje en volumen.

$$\% \text{ volumen} = \frac{(240 \text{ mL de alcohol})}{(1000 \text{ mL de disolución})} \cdot 100 = 24\ \%$$

17. Una botella de ácido sulfúrico comercial tiene un porcentaje del 95 % en masa de ácido y una densidad de 1,8 g mL^{-1}. Calcula:

a) La concentración en g L^{-1} y en mol L^{-1}.

b) El volumen necesario para preparar 250 mL de una concentración 1 mol L^{-1}.

c) Con los datos del enunciado, ¿podrías determinar la concentración molal de la disolución del ácido comercial?

a) La botella contiene 95 g de H_2SO_4 en 100 g de disolución. Para obtener la concentración en g L^{-1} hay que relacionar la masa de la disolución con su volumen mediante la densidad, y posteriormente referirla a 1 L de disolución.

$$\gamma = \frac{(95 \text{ g de } H_2SO_4)}{(100 \text{ g de disolución})} \cdot \frac{(1{,}8 \text{ g de disolución})}{(1 \text{ mL de disolución})} \cdot \frac{(1000 \text{ mL})}{(1 \text{ L})} = 1710 \text{ gL}^{-1}$$

Para calcular la concentración molar, se transforman los gramos de soluto a moles, a partir de la masa molar del ácido sulfúrico, que es de 98,0 g mol^{-1}.

$$c = \frac{(1710 \text{ g de } H_2SO_4)}{(1 \text{ L de disolución})} \cdot \frac{(1 \text{ mol de } H_2SO_4)}{(98{,}0 \text{ g de } H_2SO_4)} = 17{,}4 \text{ mol L}^{-1}$$

b) Los moles de ácido sulfúrico que se necesitan para preparar la disolución son:

$$n = cV = (1 \text{ mol L}^{-1})(0{,}25 \text{ L}) = 0{,}25 \text{ mol}$$

que se obtienen del ácido comercial cogiendo un volumen V: $V = \frac{n}{c} = \frac{(0{,}25 \text{ mol})}{(17{,}4 \text{ mol L}^{-1})} = 0{,}0144 \text{ L} = 14{,}4 \text{ mL}$

Esta cantidad se diluye en agua hasta alcanzar un volumen de 250 mL.

c) Sí, solo se necesita el porcentaje en masa del ácido. Si el ácido es del 95 %, por cada 95 g de ácido (0,97 mol) hay 5 gramos de agua (0,005 kg), por tanto su concentración molal es:

$$m = \frac{(0{,}97 \text{ mol})}{(0{,}005 \text{ kg})} = 194 \text{ mol kg}^{-1}$$

18. Un laboratorio de control antidopaje ha encontrado en la orina de un deportista una sustancia prohibida: clembuterol, de fórmula $C_{12}H_{18}N_2Cl_2O$.

Este fármaco propicia un rápido desarrollo de la masa muscular y actúa como broncodilatador. La concentración detectada ha sido de 50 pg por mililitro de orina (1 pg = 10^{-12} g).

a) Expresa la concentración en g L^{-1}.

b) Calcula la masa molar del clembuterol e indica su concentración molar en la orina.

a) La masa de 50 picogramos, que equivale a $5 \cdot 10^{-11}$g, se encuentra en un volumen de disolución de 1 mL, que equivale a 10^{-3} L.

$$\gamma = \frac{\text{masa de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \frac{(5 \cdot 10^{-11} \text{ g})}{(10^{-3} \text{ L})} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ gL}^{-1}$$

b) La masa molar del clembuterol es de 277 g·mol^{-1}.

$$c = \frac{\text{masa de soluto}/\text{masa molar de soluto}}{V(\text{L}) \text{ de disolución}} = \frac{(5 \cdot 10^{-11} \text{ g})/(277 \text{ g mol}^{-1})}{(10^{-3} \text{ L})} = 1{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ mol L}^{-1}$$

19. Indica cómo prepararías en el laboratorio 500 mL de una disolución 0,5 mol L^{-1} de ácido clorhídrico, HCl, a partir de una botella de HCl comercial del 36 % en masa y densidad 1,2 g mL^{-1}.

a) ¿Qué volumen del ácido clorhídrico concentrado hay que pipetear?

b) ¿Qué cantidad de agua hay que añadir al ácido comercial para obtener los 500 mL de ácido diluido?

a) En primer lugar se calcula la masa de soluto necesaria para preparar medio litro de disolución 0,5 mol L^{-1}

$$(0{,}5 \text{ L de disolución}) \cdot \frac{(0{,}5 \text{ mol de HCl})}{(1 \text{ L de disolución})} \cdot \frac{(36{,}5 \text{ g de HCl})}{(1 \text{ mol de HCl})} = 9{,}1 \text{ g de HCl}$$

Como el HCl comercial es del 36 % y densidad 1,2 g mL^{-1}, se calcula el volumen que contiene los 9,1 g de HCl.

$$(9{,}1 \text{ g de HCl}) \cdot \frac{(100 \text{ g de disolución})}{(36 \text{ g de HCl})} \cdot \frac{(1 \text{ mL de disolución})}{(1{,}2 \text{ g de disolución})} = 21 \text{ mL de HCl}$$

b) Dicho volumen de HCl se añade a un matraz aforado de medio litro, completando con agua hasta enrase. La cantidad de agua necesaria es la diferencia entre 500 mL totales y los 21 mL de HCl, que resulta 479 mL.

20. Se dispone de una disolución de NaCl en agua con una concentración de 0,5 mol L^{-1}. ¿Cuál será la concentración, en g L^{-1} de la disolución que resulta de añadir 50 mL de agua a 1 L de la disolución anterior?

La concentración molar indica que la disolución contiene 0,5 moles de NaCl, que equivalen a 58,5/2 = 29,25 g de NaCl, en un litro de disolución (1000 mL). Si se añaden 50 mL de agua, el número de moles de NaCl no cambia, pero el volumen final será de 1050 mL (1,05 L) de disolución. De lo que resulta que la concentración en g L^{-1} es:

$$\gamma = \frac{\text{masa de soluto}}{V\,(\text{L})\text{ de disolución}} = \frac{(29{,}25\text{ g de NaCl})}{(1{,}05\text{ L de disolución})} = 27{,}9\text{ g L}^{-1}$$

21. En un matraz aforado de 100 mL se disuelven en agua 20,0 g de hidróxido de sodio, NaOH. La densidad de la disolución es de 1,10 · 10^3 kg m^{-3}.

a) Determina su concentración en g L^{-1} y en mol L^{-1}.

b) Calcula su concentración molal y la fracción molar del soluto.

a) $$\gamma = \frac{\text{masa de soluto}}{V(\text{L})\text{ de disolución}} = \frac{(20{,}0\text{ g})}{(0{,}1\text{ L})} = 2{,}00\cdot 10^2\text{ g L}^{-1}$$

$$c = \frac{\text{masa de soluto}/\text{masa molar de soluto}}{V\,(\text{L})\text{ de disolución}} = \frac{(20{,}0\text{ g})/(40\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}1\text{ L})} = 5\text{ mol L}^{-1}$$

b) Para calcular la concentración molal, previamente hay que conocer la masa de los 100 mL de disolución, para ello se utiliza el dato de la densidad, 1,10·10^3 kg m^{-3}, o lo que es lo mismo 1,10 g mL^{-1}.

$$m = \left(1{,}10\text{ g mL}^{-1}\right)\cdot\left(100\text{ mL}\right) = 110\text{ g}$$

Conocida la masa de la disolución, se obtiene la masa de disolvente, por diferencia entre la masa de la disolución (110 g) y la masa del soluto (20,0 g), resultando 90 g de disolvente.

$$\text{m} = \frac{n_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolvente}}\text{ (kg)}} = \frac{(20{,}0\text{ g})/(40\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}09\text{ kg})} = 5{,}6\text{ mol kg}^{-1}$$

Para calcular la fracción molar, se necesita conocer el número de moles del soluto y del disolvente

$$n_{\text{NaOH}} = (20{,}0\text{ g}/40\text{ g mol}^{-1}) = 0{,}5\text{ mol de NaOH};\ n_{\text{H}_2\text{O}} = (90\text{ g}/18\text{ g mol}^{-1}) = 5\text{ mol de H}_2\text{O}$$

$$\chi_{\text{NaOH}} = \frac{(0{,}5\text{ mol de NaOH})}{(0{,}5\text{ mol de NaOH}) + (5\text{ mol de H}_2\text{O})} = 0{,}09$$

22. El ácido nítrico, HNO_3, es un reactivo muy común en el laboratorio y con múltiples aplicaciones. Por ejemplo, se utiliza para fabricar explosivos como la nitroglicerina y el trinitrotolueno (TNT) y fertilizantes (nitrato de amonio). Las botellas de 1 L de ácido nítrico, HNO_3, del laboratorio tienen un porcentaje del 96,0 % en masa y una densidad de 1,50 g mL^{-1}.

a) ¿Cuántos moles de HNO_3 contiene cada botella?

b) ¿Qué volumen del ácido concentrado contiene 1 mol de HNO_3?

c) ¿Qué volumen del ácido concentrado es necesario para preparar 2,00 · 10^2 mL de una disolución 1,50 mol L^{-1} de ácido nítrico?

a) Como cada botella contiene un volumen de un litro, calculamos la concentración molar de la disolución y obtendremos el número de moles en un litro de disolución.

$$c = \frac{(96{,}0\text{ g de HNO}_3)}{(100\text{ g de disolución})}\cdot\frac{(1\text{ mol de HNO}_3)}{(63\text{ g de HNO}_3)}\cdot\frac{(1{,}50\text{ g de disolución})}{(1\text{ mL de disolución})}\cdot\frac{(1000\text{ mL})}{(1\text{ L})} = 22{,}9\text{ mol L}^{-1}$$

b) $$c = \frac{\text{moles de soluto}}{V(\text{L})\text{ de disolución}} \Rightarrow V(\text{L}) = \frac{(1\text{ mol})}{(22{,}9\text{ mol L}^{-1})} = 0{,}0437\text{ L} = 43{,}7\text{ mL}$$

c) Se calculan los moles necesarios para preparar 2,00 10^2 mL de una disolución 1,50 mol L^{-1} de ácido nítrico.

$$(0{,}200\text{ L de disolución})\cdot\frac{(1{,}50\text{ mol de HNO}_3)}{(1\text{ L de disolución})} = 0{,}300\text{ mol de HNO}_3$$

Y de forma semejante al apartado anterior, se obtiene el volumen de la disolución concentrada:

$$c = \frac{\text{moles de soluto}}{V(\text{L})\text{ de disolución}} \Rightarrow V(\text{L}) = \frac{(0{,}300\text{ mol})}{(22{,}9\text{ mol L}^{-1})} = 0{,}0131\text{ L} = 13{,}1\text{ mL}$$

23. El ácido clorhídrico es una disolución acuosa del gas HCl. Es el principal componente del jugo gástrico, con la función de favorecer la digestión de los alimentos. Suponiendo que se encuentra en un porcentaje del 3,00 % en masa y una densidad 1,03 g mL^{-1}:

a) ¿Qué cantidad de HCl se forma en el estómago si se producen 3,00 L de jugo gástrico al día?

b) Calcula la concentración molar del jugo gástrico.

c) Se prepara una disolución disolviendo 5,00 mL de ácido concentrado del 36,0 % en masa y densidad 1,18 g mL^{-1} en agua hasta una masa final de 100,0 g. ¿Tendrá una concentración mayor o menor que la del jugo gástrico?

a) $(3000 \text{ mL de disolución}) \cdot \dfrac{(1{,}03 \text{ g de disolución})}{(1 \text{ mL de disolución})} \cdot \dfrac{(3{,}00 \text{ g de HCl})}{(100 \text{ g de disolución})} = 92{,}7 \text{ g de HCl}$

b) Se parte del dato del porcentaje del 3,00 % en masa, y con el dato de la masa molar y de la densidad se llega hasta la concentración molar.

$$c = \frac{(3{,}00 \text{ g de HCl})}{(100 \text{ g de disolución})} \cdot \frac{(1 \text{ mol de HCl})}{(36{,}5 \text{ g de HCl})} \cdot \frac{(1{,}03 \text{ g de disolución})}{(1 \text{ mL de disolución})} \cdot \frac{(1000 \text{ mL})}{(1 \text{ L})} = 0{,}85 \text{ mol L}^{-1}$$

c) La concentración del jugo gástrico es del 3,00 % en masa, para efectuar la comparación con la concentración de la nueva disolución preparada, se calcula la masa de HCl y sabiendo que la masa final de la disolución es de 100,0 g, se obtiene el % directamente.

$$(5{,}00 \text{ mL de disolución}) \cdot \frac{(1{,}18 \text{ g de disolución})}{(1 \text{ mL de disolución})} \cdot \frac{(36{,}0 \text{ g de HCl})}{(100{,}0 \text{ g de disolución})} = 2{,}12 \text{ g de HCl}$$

Como esta masa se encuentra en 100,0 g de disolución, el % en masa es del 2,12 %, siendo una concentración menor que la del jugo gástrico, que es del 3,00 %.

24. Para elaborar un producto de limpieza que elimine manchas de cal y de óxido de hierro se necesita preparar 1,0 L de ácido clorhídrico 0,50 mol L^{-1}, comercialmente denominada Salfuman.

a) Calcula el número de moles contenidos en 1,0 L de la disolución.

b) Al añadir 0,50 L de una disolución 2,0 mol L^{-1} de HCl a la disolución anterior, ¿cuál será la nueva concentración molar?

c) Si se quiere preparar el producto de limpieza a partir de una disolución de HCl del 5,0 % en masa y de densidad 1,0 g mL^{-1} y otra disolución 0,10 mol L^{-1} de HCl, ¿qué volumen habrá que tomar de cada una?

a) $(1 \text{ L de disolución}) \cdot \dfrac{(0{,}5 \text{ mol de HCl})}{(1 \text{ L de disolución})} = 0{,}5 \text{ mol de HCl}$

b) Al añadir la segunda disolución, el número de moles y el volumen final cambia, por lo que habrá que calcularlos para obtener la concentración molar.

$(0{,}5 \text{ L de disolución}) \cdot \dfrac{(2{,}0 \text{ mol de HCl})}{(1 \text{ L de disolución})} = 1{,}0 \text{ mol de HCl}$ $\qquad c = \dfrac{(1{,}0 \text{ mol de HCl} + 0{,}5 \text{ mol de HCl})}{(1{,}5 \text{ L de disolución})} = 1{,}0 \text{ mol L}^{-1}$

c) En primer lugar calculamos la concentración molar de la disolución de HCl del 5,0 %, utilizando la masa molar (36,5 g mol^{-1}) y la densidad de esta disolución (1 g mL^{-1}):

$$\frac{(5{,}0 \text{ g de HCl})}{(100 \text{ g de disolución})} \cdot \frac{(1 \text{ mol de HCl})}{(36{,}5 \text{ g de HCl})} \cdot \frac{(1{,}0 \text{ g de disolución})}{(1 \text{ mL de disolución})} \cdot \frac{(1000 \text{ mL})}{(1 \text{ L})} = 1{,}4 \text{ mol L}^{-1}$$

A continuación se obtiene una ecuación que relaciona los moles de esta primera disolución (1,4 mol L^{-1}) en un volumen V_1, a partir del concepto de concentración molar: $c_1 = \dfrac{n_1}{V_1} \Rightarrow n_1 = c_1V_1 = 1{,}4\,V_1$

De igual forma se obtiene otra ecuación que relaciona los moles de la segunda disolución (0,10 mol L^{-1}) en un volumen V_2: $c_2 = \dfrac{n_2}{V_2} \Rightarrow n_2 = c_2V_2 = 0{,}10\,V_2$

La suma de ambos moles debe ser igual a 0,50 moles: $n_1 + n_2 = 1{,}4\,V_1 + 0{,}10\,V_2 = 0{,}50 \text{ mol}$

Como la suma de ambos volúmenes es igual a 1 litro: $V_1 + V_2 = 1\text{ L}$

Se establece un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas que nos permita calcular cada volumen. Resultando que $V_1 = 3{,}1 \cdot 10^2$ mL y $V_2 = 6{,}9 \cdot 10^2$ mL.

25. En la industria alimentaria se utiliza el grado Brix (°Bx) como una medida de la concentración de azúcares en líquidos. Cada °Bx equivale a un 1 % en masa de sacarosa ($C_{12}H_{22}O_{11}$).

a) Si un mosto de uva tiene 16 °Bx, ¿cuál es su concentración equivalente de sacarosa en gramos de sacarosa por kilogramo de disolución?

b) Si mezclamos 100 g de esa disolución con 400 g de agua, ¿cuál será la molalidad de la nueva disolución?

a) $\dfrac{(16\text{ g de sacarosa})}{(100\text{ g de mosto})} \cdot \dfrac{(1000\text{ g de mosto})}{(1\text{ kg de mosto})} = 160\text{ g de sacarosa kg}^{-1}$

b) En 100 g de disolución de sacarosa del 16 % en masa hay 16 g de sacarosa, como la masa molar es de 342 g mol^{-1}, equivalen a 16 g /342 g mol^{-1} = 0,0468 mol de sacarosa.

Al añadir agua, la masa final de la disolución aumenta hasta 500 g. Con estos datos ya se puede calcular la molalidad o concentración molal.

$$\text{m} = \frac{n_{\text{soluto}}}{m_{\text{disolvente}}\ (\text{kg})} = \frac{(16\text{ g})/(342\text{ g mol}^{-1})}{(0{,}5\text{ kg})} = 0{,}094\text{ mol kg}^{-1}$$

Solubilidad

26. La gran demanda de alimentos de origen vegetal hace necesaria la utilización de fertilizantes. El cloruro de potasio y el nitrato de potasio son dos fuentes de potasio, elemento fundamental para el crecimiento de las plantas. En la siguiente tabla se indica el efecto de la temperatura en la solubilidad de estas dos sales.

Sal	Solubilidad (g/100 mL agua)	
	20 ºC	80 ºC
Cloruro de potasio	33	50
Nitrato de potasio	33	168

a) ¿Cómo afecta la temperatura a la solubilidad de ambas sales?

b) ¿En qué sal se produce mayor variación de la solubilidad con la temperatura?

c) Se disuelve cloruro de potasio en 500 g de agua, a 80 °C, hasta saturación y posteriormente se deja enfriar hasta 20 °C, ¿qué cantidad de sal cristalizará?

d) Si la sal disuelta a saturación fuese nitrato de potasio, ¿cuánta sal cristalizaría al descender de 80 °C a 20 °C?

a) De los datos de solubilidad que se incluyen en la tabla, se deduce que para las dos sales al aumentar la temperatura se produce un aumento de la solubilidad.

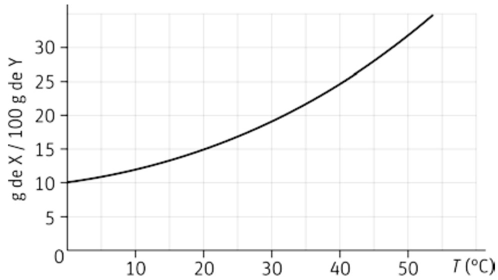
b) Este comportamiento no es el mismo para ambas sales, en el caso del nitrato de potasio el aumento de la solubilidad con la temperatura es muyo mayor que en el caso del cloruro de potasio

c) La solubilidad a 80 ºC del cloruro de potasio es de 50 g en 100 g de agua, por lo tanto, en 500 g de agua se podrán disolver totalmente hasta 250 g de cloruro de potasio. A 20 ºC la solubilidad de la sal es de 33 g en 100 g de agua, por lo que en 500 g de agua, solo se podrán disolver como máximo 165 g de la sal.

Al enfriar la disolución desde 80 ºC hasta 20 ºC, de los 250 g de sal que se encontraban disueltos, solo podrán seguir estando 165 g, el resto, 85 g de cloruro de potasio, cristalizará.

d) De forma semejante al apartado anterior, la solubilidad a 80 ºC del nitrato de potasio es de 168 g en 100 g de agua, por lo que en 500 g de agua se podrán disolver 840 g de sal. A la temperatura de 20 ºC, la cantidad máxima que se puede disolver de nitrato de potasio es de 165 g. En consecuencia, al descender de 80 ºC a 20 ºC, cristalizará la diferencia entre 840 g y 165 g, que resulta ser de 675 g de nitrato de potasio.

27. La gráfica muestra la solubilidad de un soluto X en un disolvente Y a diferentes temperaturas.



a) ¿Qué relación existe entre la solubilidad y la temperatura para dicha sustancia?

b) Indica la solubilidad del soluto a 20 °C y a 40 °C.

c) Si se mezclan 90 g de soluto X con 500 g de disolvente Y, a una temperatura de 30 °C, ¿se disolverá todo el soluto? ¿Y si se realiza a 0 °C?

d) ¿Qué sucederá si se disuelven 25 g de X en 100 g de Y a una temperatura de 40 °C y luego se deja enfriar hasta una temperatura de 0 °C?

a) De la gráfica se deduce que al aumentar la temperatura aumenta la solubilidad de la sustancia X.

b) A la temperatura de 20 ºC la solubilidad es de 15 g de X/100g de Y.

A la temperatura de 40 ºC, la solubilidad es mayor, de 25 g de X/100 g de Y.

c) A 30 ºC la solubilidad de X es de 20 g/100 g de Y, por lo tanto en 500 g del disolvente Y se podrán disolver 100 g de X. Si mezclamos 90 g de X en 500 g de disolvente, se podrá disolver toda la masa de X.

A 0 ºC, la solubilidad de X es de 10 g/100 g de Y, de manera que en 500 g de disolvente Y se podrán disolver 50 g de X. Si hemos mezclado 90 g de X en los 500 g de disolvente Y, quedarán sin disolver 40 g.

d) A 40 ºC la solubilidad de X es de 25 g/100 g de Y, y a 0 ºC la solubilidad disminuye hasta 10 g/100 g de Y. Como consecuencia, cristalizarán 15 g de X.

28. Las bebidas carbónicas son disoluciones de CO_2 en líquido. Estas disoluciones siguen la ley de Henry, según la cual la concentración de un gas en un líquido es proporcional a la presión del gas sobre la disolución, $c = \lambda p$, donde λ es característico de cada pareja disolvente-soluto, y suele disminuir con la presión.

a) ¿Por qué al mirar al trasluz una botella de cerveza cerrada no se ven burbujas de gas? ¿Por qué se desprenden al destapar la botella?

b) ¿Por qué al agitar la botella se desprenden burbujas de manera violenta?

a) Las botellas de bebidas carbónicas contienen dióxido de carbono disuelto a una presión mayor que la atmosférica y no se observan en la botella si no modificamos la temperatura, la presión o la agitación. Al destapar la botella, la presión del interior disminuye para equilibrarse con la presión exterior, por lo que la solubilidad disminuye y se observa un desprendimiento de burbujas de dióxido de carbono.

b) Al agitar una botella de bebida carbónica, como las de cava y champagne, se genera una onda de presión que se propaga en la bebida reduciendo su solubilidad y formándose burbujas bajo presión. Al abrir la botella y disminuir bruscamente la presión y la solubilidad, las burbujas encuentran una zona de escape, siendo proyectadas hacia el exterior y arrastrando consigo el líquido de la bebida, llegando a formar un espectacular chorro.

Propiedades coligativas

29. La urea, $CO(NH_2)_2$, es el principal producto formado en el metabolismo de las proteínas. Si la presión de vapor del agua pura es 24 mm de Hg y la de una disolución acuosa de urea es 23 mm de Hg.

a) Calcula la fracción molar de la urea.

b) La orina humana contiene una media de 20,0 gramos por litro. Calcula la disminución de la presión de vapor de la orina suponiendo que está formada por urea y agua.

a) $\Delta p = p^0 \chi_0 \Rightarrow \chi_0 = \dfrac{\Delta p}{p^0} = \dfrac{(1\ \text{mm de Hg})}{(24\ \text{mm de Hg})} = 0{,}04$

b) La fracción molar de la urea se calcula mediante el cociente entre el número de moles de urea (20,0 g/60 g mol^{-1} = 0,333 mol) y el número de moles totales (20,0 g/60 g mol^{-1} + 1000 g/18 g mol^{-1}) = 55,9 mol

$$\Delta p = p^0 \chi_0 = (24\ \text{mm de Hg}) \cdot \frac{(0{,}333\ \text{mol})}{(55{,}9\ \text{mol})} = 0{,}14\ \text{mm de Hg}$$

30. Un litro de disolución contiene 1 mol de un soluto disuelto a 0 °C de temperatura.

a) Calcula la presión osmótica de la disolución.

b) ¿Qué volumen tendría que tener la disolución para que la presión osmótica fuese la mitad?

c) ¿Cuál será la presión osmótica a 27 °C?

a) $\pi V = nRT \Rightarrow \pi = cRT = \left(1\ \text{mol}\,\text{L}^{-1}\right)\left(0{,}082\ \text{atm}\,\text{L}\,\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}\right)\left(273\ \text{K}\right) = 22{,}4\ \text{atm}$

b) De la expresión de la presión osmótica, se deduce que es inversamente proporcional al volumen. Por lo tanto, si la presión osmótica se reduce a la mitad, el volumen se duplicará, pasando de 1 litro a 2 litros.

c) $\pi V = nRT \Rightarrow \pi = cRT = \left(1\ \text{mol}\,\text{L}^{-1}\right)\left(0{,}082\ \text{atm}\,\text{L}\,\text{K}^{-1}\,\text{mol}^{-1}\right)\left(300\ \text{K}\right) = 24{,}6\ \text{atm}$

31. Cuando se pronostican fuertes nevadas, y con el fin de evitar la formación de hielo, se añade sal común en las calles y carreteras:

a) ¿Qué concentración molal de una disolución de cloruro de sodio disminuye el punto de congelación hasta –10 °C?

b) Si el soluto disuelto fuese cloruro de potasio, ¿cambiaría el punto de congelación si mantenemos la misma concentración? (Se supone que las disoluciones de los apartados a) y b) cumplen las leyes de Raoult)

K_c (agua) = 1,86 °C kg mol^{-1}

a) Conocida la constante crioscópica del agua, con el descenso crioscópico se obtiene la concentración molal.

$$\Delta T_c = K_c \text{m} \Rightarrow \text{m} = \frac{(10\ ºC)}{(1{,}86\ ºC\ \text{kg mol}^{-1})} = 5{,}4\ \text{mol}\,\text{kg}^{-1}$$

b) No cambiaría. El descenso en el punto de congelación es una propiedad coligativa que solo depende de la concentración de soluto, no de la clase de soluto.

32. Se añaden 5,00 · 10^2 g de una sustancia anticongelante de masa molar 62,0 g mol^{-1} a 2,00 · 10^3 g de agua.

a) Calcula el punto de congelación de la disolución.

b) ¿Se congelará el líquido de refrigeración del motor un día en que la temperatura sea de –5 °C? ¿Y si la temperatura es de –20 °C?

c) ¿Qué cantidad habría que añadir para que no se congelase a –20 °C?

d) Calcula el punto de ebullición de la disolución.

K_c (agua) = 1,86 °C kg mol^{-1} y K_e (agua) = 0,52 °C kg mol^{-1}

a) Con los datos del enunciado se obtiene la concentración molal:

$$\text{m} = \frac{\text{masa de soluto/masa molar de soluto}}{\text{masa de disolvente (kg)}} = \frac{(5{,}00 \cdot 10^2\ \text{g} / 62{,}0\ \text{g mol}^{-1})}{(2{,}00\ \text{kg})} = 4{,}03\ \text{mol kg}^{-1}$$

Como la K_c del agua tiene un valor conocido de 1,86 ºC kg mol^{-1}, se puede calcular el descenso crioscópico a partir de la relación: $\Delta T_c = K_c \text{m} = (1{,}86\ ºC\,\text{kg}\,\text{mol}^{-1}) \cdot (4{,}03\ \text{mol kg}^{-1}) = 7{,}5\ ºC$

Como el descenso crioscópico es de 7,5 ºC, el punto de congelación de las disolución será de –7,5 ºC.

b) Si la temperatura es de –5 ºC, como no se alcanza el punto de congelación, que es de –7,5 ºC, el liquido de refrigeración permanecerá en estado líquido y no se congelará. Pero a la temperatura de –20 ºC, más baja que el punto de congelación, el líquido anticongelante se transforma en sólido y se congelará.

c) Para que el descenso crioscópico llegue 20 ºC, se calcula la concentración molal de la disolución.

$$\Delta T_c = K_c m \Rightarrow m = \frac{(20\ ºC)}{(1{,}86\ ºC\ kg\,mol^{-1})} = 10{,}8\ mol\ kg^{-1}$$

De lo que se deduce que la cantidad de anticongelante necesaria es de 10,8 mol por kg de agua, o lo que es lo mismo 670 g de anticongelante por kg de agua o 1,34 · 10^3 g de anticongelante por cada dos kg de agua.

d) Conocida la K_e y la concentración molal, m, se calcula el aumento ebulloscópico a partir de la relación:

$$\Delta T_e = K_e m = (0{,}52\ ºC\ kg\ mol^{-1}) \cdot (4{,}03\ mol\ kg^{-1}) = 2{,}1\ ºC$$

Como el aumento es de 2,1 ºC, el punto de ebullición de la disolución será de 102,1 ºC

33. Una disolución acuosa contiene 1,20 g de un polímero y 140 g de agua. La densidad de la disolución a 18 °C es de 1,02 g mL^{-1} y la presión osmótica es de 4,20 · 10^{-3} atm. Calcula:

a) El volumen de la disolución.

b) La concentración molar de la disolución.

c) La masa molar del polímero.

a) La masa total de la disolución es igual a la masa del soluto y del disolvente, resultando 141,2 g. A partir del dato de la densidad, se deduce que dicha masa corresponde a un volumen de:

$$(141{,}2\ \text{g de disolución}) \cdot \frac{(1\ \text{mL de disolución})}{(1{,}02\ \text{g de disolución})} = 138\ \text{mL de disolución}$$

b) $\pi = cRT \Rightarrow c = \dfrac{\pi}{RT} = \dfrac{(4{,}20 \cdot 10^{-3}\ atm)}{(0{,}082\ atm\ L\ K^{-1}\ mol^{-1})(291\ K)} = 1{,}76 \cdot 10^{-4}\ mol\ L^{-1}$

c) Conocida la concentración molar y sabiendo que 1,20 g del polímero se encuentran en 138 mL de disolución, utilizando la expresión de la concentración molar calculamos la masa molar del polímero.

$$M = \frac{m}{cV} = \frac{(1{,}20\ g)}{(1{,}76 \cdot 10^{-4}\ mol\ L^{-1})(0{,}138\ L)} = 4{,}94 \cdot 10^4\ g\,mol^{-1}$$

34. Los motores de explosión pueden utilizar como refrigerante agua. Cuando el tiempo es muy frio el agua puede congelarse, por ello se añade al agua algún anticongelante, concretamente el etanodiol o etilenglicol ($C_2H_6O_2$). Suponiendo comportamiento ideal:

a) ¿Cuánto etilenglicol hay que añadir a 1 L de agua destilado para que la mezcla congele a –15 °C?

b) En caso de una bajada brusca de temperatura hay quien recomienda sustituir el agua por vino. ¿A qué temperatura congelará un vino que contiene 115 g dm^{-3} de alcohol y cuya densidad es 0,982 kg dm^{-3}?

K_c (agua) = 1,86 °C kg mol^{-1}

a) Primero se calcula la molalidad de la disolución necesaria para que el descenso crioscópico sea de 15 ºC.

$$\Delta T_c = K_c m \Rightarrow m = \frac{(15\ ºC)}{(1{,}86\ ºC\ kg\ mol^{-1})} = 8{,}06\ mol\ kg^{-1}$$

De la molalidad se deduce que la cantidad necesaria será de 8,06 moles por cada kilogramo o litro de agua. Como la masa molar es de 62 g·mol^{-1}, la masa buscada es de 500 g de etilenglicol por cada litro de agua.

b) Sabiendo que la masa molar del etanol es de 46 g·mol^{-1}, los moles que equivalen a 115 g son 2,5 mol, que se encuentran en 1 litro de disolución. Conocida la densidad de la disolución, se deduce que la masa que contiene dicho litro es de 0,982 kg, de los cuales, 115 g son de etanol y la diferencia entre 982 g y 115 g serán de agua (867 g). A partir de estos datos, se calcula la concentración molal de la disolución:

$$m = \frac{\text{masa de soluto/masa molar de soluto}}{\text{masa de disolvente (kg)}} = \frac{(115\ g / 46\ g\ mol^{-1})}{0{,}867\ kg} = 2{,}88\ mol\ kg^{-1}$$

Con el resultado de la molalidad y el dato de la constante crioscópica se calcula el descenso crioscópico:

$$\Delta T_c = K_c m = (1{,}86\ ºC\ kg\ mol^{-1}) \cdot (2{,}88\ mol\ kg^{-1}) = 5{,}36\ ºC$$

Como el descenso crioscópico es de 5,36 ºC, el vino soportará temperaturas hasta –5,36 ºC sin congelarse. Para temperaturas ambientales menores a este valor, el vino no será eficaz utilizado como anticongelante.

35. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

36. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La química y… los deportistas

1. ¿Qué es una bebida isotónica?

Las bebidas isotónicas son aquellas que contienen una concentración de solutos (sales minerales) semejante a la del plasma de nuestro organismo. Estas bebidas se recomiendan tomar cuando es necesario reponer sales minerales eliminadas a través del sudor por el organismo, durante esfuerzos prolongados y cuando la temperatura ambiente es elevada.

2. Indica qué le sucede a las células del organismo si se le inyecta una disolución de mayor concentración que la del interior de las células. ¿Y qué ocurriría si la disolución tiene menor concentración que la celular?

Si se inyecta una disolución de mayor concentración que la del interior de las células, para contrarrestar el aumento de la presión osmótica, la célula absorbe agua del exterior y se hincha, fenómeno denominado turgencia.

Si la disolución inyectada tuviese menor concentración, se produce una disminución de la presión osmótica del interior de la célula, y para contrarrestar esta disminución, la célula expulsa agua hacia el entorno y se arruga, fenómeno denominado plasmólisis.

AUTOEVALUACION

1. **¿Qué sustancia añadirías al parabrisas de un coche para quitar el hielo que impide la visibilidad al conducir?**

   a) Agua

   b) Sal común (cloruro de sodio)

   c) Alcohol etílico (etanol)

   d) Arena

   c

2. **¿Para qué se añade líquido anticongelante al circuito de refrigeración de un motor?**

   a) Para evitar que se congele la gasolina.

   b) Para aumentar la presión de vapor del agua.

   c) Para disminuir el punto de congelación del agua.

   d) Para disminuir el punto de ebullición del agua.

   c

3. **La solubilidad a 20 ºC del azúcar es de 1300 g/1 L de agua. ¿Qué sucederá al mezclar 2 kg de azúcar con 1 L de agua?**

   a) Se disuelven solo 1300 g de azúcar.

   b) Se disuelve todo el azúcar.

   c) Quedan sin disolver 700 g de azúcar.

   d) Quedan sin disolver 300 g de azúcar.

   c

4. **Una botella de 0,5 L de capacidad, que contiene una disolución de NaOH de concentración 3 mol·L^{-1}, ¿cuánto contiene de NaOH?**

   a) 3 mol

   b) 1,5 g

   c) 9·10^{24} moléculas

   d) 1,5 mol

   d

5. **¿En qué volumen de disolución 1 mol L^{-1} de ácido clorhídrico hay los mismos moles de soluto que en 2 L de una disolución 0,5 mol L^{-1} de HCl?**

   a) 500 mL

   b) 0,5 L

   c) 1 L

   d) 100 mL

   c

6. **Una disolución acuosa del 5 % en masa contiene:**

   a) 5 g de soluto por cada 100 g de agua.

   b) 5 g de soluto por cada 50 g de disolución.

   c) 5 g de soluto por cada 95 g de disolución.

   d) 5 g de soluto por cada 95 g de agua.

   d

3 Las reacciones químicas

ACTIVIDADES

1. Ajusta las siguientes ecuaciones químicas:

a) $Na + Cl_2 \rightarrow NaCl$

b) $H_2CO_3 + Na \rightarrow Na_2CO_3 + H_2$

c) $Ca(OH)_2 + HCl \rightarrow CaCl_2 + H_2O$

d) $C_5H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

e) $S_2Fe + O_2 \rightarrow Fe_2O_3 + SO_2$

f) $(NH_4)_2Cr_2O_7 \rightarrow Cr_2O_3 + N_2 + H_2O$

g) $CH_3OH + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$

h) $MnO_2 + HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2 + H_2O$

a) $2\ Na + Cl_2 \rightarrow 2\ NaCl$

b) $H_2CO_3 + 2\ Na \rightarrow Na_2CO_3 + H_2$

c) $Ca(OH)_2 + 2\ HCl \rightarrow CaCl_2 + 2\ H_2O$

d) $2\ C_5H_6 + 13\ O_2 \rightarrow 10\ CO_2 + 6\ H_2O$

e) $4\ S_2Fe + 11\ O_2 \rightarrow 2\ Fe_2O_3 + 8\ SO_2$

f) $(NH_4)_2Cr_2O_7 \rightarrow Cr_2O_3 + N_2 + 4\ H_2O$

g) $2\ CH_3OH + 3\ O_2 \rightarrow 2\ CO_2 + 4\ H_2O$

h) $MnO_2 + 4\ HCl \rightarrow MnCl_2 + Cl_2 + 2\ H_2O$

2. En la reacción de formación del vapor de agua:

$$2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(g)$$

a) ¿Cuántos moles de O_2 reaccionan para formar 6 mol de H_2O?

b) ¿Cuántas moléculas de O_2 reaccionan con $1{,}2 \cdot 10^{24}$ moléculas de H_2?

Relaciones que se pueden establecer a partir de la ecuación ajustada:

$2\ H_2(g)$	+	$O_2(g)$	$\rightarrow$	$2\ H_2O(g)$
2 moléculas		1 molécula		2 moléculas
2 mol		1 mol		2 mol
$1{,}2 \cdot 10^{24}$ moléculas		$6{,}0 \cdot 10^{23}$ moléculas		$1{,}2 \cdot 10^{24}$ moléculas

De lo que se deduce:

a) Para formar 6 moléculas de agua se necesitan 3 moléculas de oxígeno.

$$(6 \text{ mol de } H_2O) \cdot \frac{(1 \text{ mol de } O_2)}{(2 \text{ mol de } H_2O)} = 3 \text{ mol de } O_2$$

b) Con $1{,}2 \cdot 10^{24}$ moléculas (2 mol) de hidrógeno, reaccionan $6{,}0 \cdot 10^{23}$ moléculas (1 mol) de oxigeno.

$$(1{,}2 \cdot 10^{24} \text{ moléculas de } H_2) \cdot \frac{(6{,}0 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } O_2)}{(1{,}2 \cdot 10^{24} \text{ moléculas de } H_2)} = 6{,}0 \cdot 10^{23} \text{ moléculas de } O_2$$

3. **Ajusta y clasifica, según la reagrupación de átomos, las siguientes ecuaciones químicas:**

a) $\mathbf{AgNO_3 + Cu \rightarrow Cu(NO_3)_2 + Ag}$

b) $\mathbf{CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2}$

c) $\mathbf{Al + O_2 \rightarrow Al_2O_3}$

d) $\mathbf{Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + Cu}$

e) $\mathbf{HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O}$

f) $\mathbf{HgO \rightarrow Hg + O_2}$

g) $\mathbf{KClO_3 \rightarrow KCl + O_2}$

a)	$2\ AgNO_3 + Cu \rightarrow Cu\ (NO_3)_2 + 2\ Ag$	Reacción de sustitución
b)	$CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$	Reacción de descomposición
c)	$2\ Al + 3\ O_2 \rightarrow 2\ Al_2O_3$	Reacción de síntesis
d)	$Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + Cu$	Reacción de sustitución
e)	$HCl + NaOH \rightarrow NaCl + H_2O$	Reacción de doble sustitución
f)	$2\ HgO \rightarrow 2\ Hg + O_2$	Reacción de descomposición
g)	$2\ KClO_3 \rightarrow 2\ KCl + 3\ O_2$	Reacción de descomposición

4. **Nuestro cuerpo obtiene la energía de sustancias químicas como la glucosa ($C_6H_{12}O_6$), que durante la oxidación celular se combina con oxígeno para formar dióxido de carbono y agua.**

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Si una persona consume una pastilla de glucosa de 18 g, ¿cuántos moles y gramos de oxígeno se consumirán?

c) Calcula los moles de agua formados.

d) ¿Qué cantidad de glucosa debe tomar para producir 88 g de dióxido de carbono?

a) Ecuación ajustada de la combustión de la glucosa:

$$C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2 \rightarrow 6\ CO_2 + 6\ H_2O$$

b) Primero se calculan los moles de glucosa, y después, utilizando los coeficientes estequiométricos como factor de conversión, se obtienen los moles de oxígeno.

$$(18\text{ g de }C_6H_{12}O_6)\cdot\frac{(1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)}{(180\text{ g de }C_6H_{12}O_6)}=0{,}1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6$$

$$(0{,}1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)\cdot\frac{(6\text{ mol de }O_2)}{(1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)}=0{,}6\text{ mol de }O_2$$

Utilizando la masa molar del oxígeno como factor de conversión se calcula la masa que se obtiene de oxígeno:

$$(0{,}6\text{ mol de }O_2)\cdot\frac{(32\text{ g de }O_2)}{(1\text{ mol de }O_2)}=19\text{ g de }O_2$$

c) Conocidos los moles de glucosa y los coeficientes estequiométricos de la ecuación ajustada, se obtienen los moles de agua que se forman

$$(0{,}1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)\cdot\frac{(6\text{ mol de }H_2O)}{(1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)}=0{,}6\text{ mol de }H_2O$$

d) De forma semejante al primer apartado:

$$(88\text{ g de }CO_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CO_2)}{(44\text{ g de }CO_2)}\cdot\frac{(1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)}{(6\text{ mol de }CO_2)}=\frac{1}{3}\text{ mol de }C_6H_{12}O_6$$

$$\left(\frac{1}{3}\text{ mol de }C_6H_{12}O_6\right)\cdot\frac{(180\text{ g de }C_6H_{12}O_6)}{(1\text{ mol de }C_6H_{12}O_6)}=60\text{ g de }C_6H_{12}O_6$$

5. El metano, CH_4, combustible principal del gas natural, arde en presencia de oxígeno produciendo dióxido de carbono y agua.

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Calcula el volumen de oxígeno necesario para quemar 10 L de metano medidos a 2 atm y 27 ºC.

c) ¿Qué volumen de agua se formará?

d) ¿Qué volumen de metano desprenderán 30 L de dióxido de carbono en las mismas condiciones?

a) Ecuación ajustada de la combustión del metano:

$$CH_4(g) + 2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(g)$$

b) En las mismas condiciones de presión y temperatura, las relaciones entre los volúmenes de combinación son las mismas que las relaciones entre los moles indicados por los coeficientes estequiométricos. Si la relación estequiométrica entre el metano y el oxígeno es un mol de metano por cada dos moles de oxígeno, también será un volumen de metano por cada dos volúmenes de oxígeno. Por lo tanto, si reaccionan 10 L de metano se necesitarán 20 L de oxígeno.

c) En las mismas condiciones de presión y temperatura, el volumen de agua será igual al volumen de oxígeno, esto es 20 L, ya que se encuentran en la misma proporción de moles y de volumen. Lo que significa que por cada dos moles de oxígeno se formarán dos moles de agua y por cada dos volúmenes de oxígeno se formarán dos volúmenes de agua.

d) Para obtener 30 L de dióxido de carbono, en las mismas condiciones de presión y temperatura, se necesitarán 30 L de metano, ya que se encuentran en la misma proporción de moles y de volumen.

6. El ácido clorhídrico concentrado reacciona con el carbonato de calcio, $CaCO_3$, produciendo cloruro de calcio, $CaCl_2$, agua y desprendiendo dióxido de carbono gaseoso, CO_2.

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Calcula la masa de carbonato necesaria para que se desprendan 132 g de dióxido de carbono.

c) Calcula el volumen de dióxido de carbono desprendido a 1 atm y 0 ºC si se han obtenido 90 g de agua.

d) Repite el apartado anterior siendo las condiciones de la reacción 1,2 atm y 50 ºC.

a) Reacción química ajustada entre el ácido clorhídrico y el carbonato de calcio:

$$2\ HCl(aq) + CaCO_3(s) \rightarrow CaCl_2(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

b) Con la masa de dióxido de carbono, se calculan los moles que contiene y mediante la relación que indica la ecuación ajustada, se obtienen los moles de carbonato de calcio. Conocida la masa molar del carbonato de calcio (100 g mo^{-1}l) se deduce su masa.

$$(132\text{ g de }CO_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CO_2)}{(44\text{ g de }CO_2)} = 3\text{ mol de }CO_2$$

$$(3\text{ mol de }CO_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CaCO_3)}{(1\text{ mol de }CO_2)}\cdot\frac{(100\text{ g de }CaCO_3)}{(1\text{ mol de }CaCO_3)} = 300\text{ g de }CaCO_3$$

c) A partir de los moles de agua y teniendo en cuenta que el volumen de un gas a 1 atm y 0 ºC equivale a 22,4 L, se obtiene el volumen de dióxido de carbono en dichas condiciones:

$$(90\text{ g de }H_2O)\cdot\frac{(1\text{ mol de }H_2O)}{(18\text{ g de }H_2O)} = 5\text{ mol de }H_2O$$

$$(5\text{ mol de }H_2O)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CO_2)}{(1\text{ mol de }H_2O)}\cdot\frac{(22{,}4\text{ L de }CO_2)}{(1\text{ mol de }CO_2)} = 112\text{ L de }CO_2$$

d) Para calcular el volumen en otras condiciones se utiliza la ecuación de los gases ideales.

$$(5\text{ mol de }H_2O)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CO_2)}{(1\text{ mol de }H_2O)} = 5\text{ mol de }CO_2$$

$$pV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow V = \frac{(5\text{ mol})\left(0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{ mol}^{-1}\right)(323\text{ K})}{(1{,}2\text{ atm})} = 110\text{ L de }CO_2$$

7. **El cinc reacciona con el ácido clorhídrico para dar cloruro de cinc e hidrógeno.**

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Calcula el volumen de ácido clorhídrico 2 mol L^{-1} necesario para disolver una muestra del metal de 21,8 g.

c) ¿Qué cantidad de hidrógeno se puede formar a partir de 500 mL de ácido clorhídrico de concentración 0,8 mol L^{-1}?

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el zinc y el ácido clorhídrico:

$$2\ HCl(aq) + Zn(s) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$$

b) Primero se calculan los moles de zinc a partir de la masa molar. A continuación, mediante las relaciones de la ecuación ajustada, se deducen los moles de ácido clorhídrico que se combinan. Finalmente, se calcula el volumen de la disolución de ácido clorhídrico, conocida la concentración.

$$(21{,}8\text{ g de Zn})\cdot\frac{(1\text{ mol de Zn})}{(65{,}4\text{ g de Zn})}\cdot\frac{(2\text{ mol de HCl})}{(1\text{ mol de Zn})}=0{,}67\text{ mol de HCl}$$

$$(0{,}67\text{ mol de HCl})\cdot\frac{(1\text{ L de HCl})}{(2\text{ mol de HCl})}=0{,}33\text{ L de HCl}$$

c) Con el dato de la concentración se calculan los moles de ácido clorhídrico y con la relación de la ecuación ajustada, se obtienen los moles de hidrógeno.

$$(0{,}5\text{ L de HCl})\cdot\frac{(0{,}8\text{ mol de HCl})}{(1\text{ L de HCl})}\cdot\frac{(1\text{ mol de H}_2)}{(2\text{ mol de HCl})}=0{,}2\text{ mol de H}_2$$

8. **El yoduro de potasio, KI, reacciona con el nitrato de plomo(II), $Pb(NO_3)_2$, formándose nitrato de potasio, KNO_3, y precipitando el insoluble yoduro de plomo(II), PbI_2.**

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Calcula el volumen de KI de concentración 0,5 mol L^{-1} que reaccionará con 100 mL de $Pb(NO_3)_2$, de concentración 2 mol L^{-1}.

a) Ecuación ajustada de la reacción:

$$2\ KI(aq) + Pb(NO_3)_2(aq) \rightarrow 2\ KNO_3(aq) + PbI_2(aq)$$

b) Conocido el volumen y la concentración del nitrato de plomo(II), se calculan los moles que contiene, y mediante la ecuación ajustada, se deducen los moles de yoduro de potasio. Seguidamente, a partir de la concentración del yoduro de potasio disponible, se obtiene el volumen que reaccionará de KI.

$$(0{,}1\text{ L de Pb(NO}_3)_2)\cdot\frac{(2\text{ mol de Pb(NO}_3)_2)}{(1\text{ L de Pb(NO}_3)_2)}=0{,}2\text{ mol de Pb(NO}_3)_2$$

$$(0{,}2\text{ mol de Pb(NO}_3)_2)\cdot\frac{(2\text{ mol de KI})}{(1\text{ mol de Pb(NO}_3)_2)}=0{,}4\text{ mol de KI}$$

$$(0{,}4\text{ mol de KI})\cdot\frac{(1\text{ L de KI})}{(0{,}5\text{ mol de KI})}=0{,}8\text{ L de KI}$$

9. **En un matraz se combinan 3 moles de oxígeno con 4 moles de hidrógeno para formar agua.**

a) Indica cuál es el reactivo limitante.

b) Calcula la cantidad de agua que se formará.

c) Indica la cantidad de reactivo que quedará sin reaccionar.

a) Ecuación ajustada de la formación de agua

$$2\ H_2 + O_2 \rightarrow 2\ H_2O$$

A partir de los datos de ambos reactivos se calculan los moles de agua que se pueden formar:

$$(3\ \text{mol de } O_2) \cdot \frac{(2\ \text{mol de } H_2O)}{(1\ \text{mol de } O_2)} = 6\ \text{mol de } H_2O$$

$$(4\ \text{mol de } H_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } H_2O)}{(1\ \text{mol de } H_2)} = 4\ \text{mol de } H_2O$$

El reactivo limitante es el H_2, por ser el que origina menor cantidad de producto (4 mol de H_2O).

b) El hidrógeno limita la cantidad de producto que se puede obtener, por consiguiente, se podrán formar como máximo 4 mol de agua.

c) Con 4 mol de hidrógeno se combinan exactamente 2 mol de oxígeno:

$$(4\ \text{mol de } H_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } O_2)}{(2\ \text{mol de } H_2)} = 2\ \text{mol de } O_2$$

Como inicialmente se mezclaban 3 mol de oxígeno y 2 mol de ellos se han combinado con los 4 mol de hidrógeno, al final de la reacción en el matraz habrá: 1 mol de oxígeno que permanece en exceso sin reaccionar y 4 mol de agua que se han formado.

10. En un proceso se combinan 100 g de hidrógeno con 100 g de oxígeno para formar agua oxigenada.

a) Indica razonadamente cuál es el reactivo limitante.

b) Calcula la cantidad de producto que se formará.

c) Indica las cantidades de cada sustancia al final del proceso.

a) Ecuación ajustada de la síntesis del agua oxigenada:

$$H_2 + O_2 \rightarrow H_2O_2$$

La relación de combinación exacta (relación estequiométrica) entre los reactivos es:

$$\frac{(1\ \text{mol de } H_2)}{(1\ \text{mol de } O_2)} = 1$$

Expresamos las cantidades de los reactivos en moles:

$$(100\ \text{g de } H_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } H_2)}{(2\ \text{g de } H_2)} = 50\ \text{mol de } H_2$$

$$(100\ \text{g de } O_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } O_2)}{(32\ \text{g de } H_2O)} = 3{,}1\ \text{mol de } O_2$$

Relación de combinación entre los reactivos a partir de los datos:

$$\frac{(50\ \text{mol de } H_2)}{(3{,}1\ \text{mol de } O_2)} = 16$$

Como el valor de esta relación es mayor que el valor obtenido de la relación estequiométrica ($16 > 1$), se deduce que el reactivo puesto en el numerador se encuentra en exceso, el hidrógeno, y el oxígeno en defecto (reactivo limitante).

b) La cantidad de producto se obtiene a partir de la cantidad de oxígeno que es reactivo limitante.

$$(3{,}1\ \text{mol de } O_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } H_2O_2)}{(1\ \text{mol de } O_2)} = 3{,}1\ \text{mol de } H_2O_2$$

c) Como la reacción entre el hidrógeno y el oxígeno se produce mol a mol. Los moles que reaccionan de hidrógeno serán los mismos que los de oxígeno, esto es, 3,1 mol de hidrógeno.

La cantidad de hidrógeno que permanece sin reaccionar será la diferencia entre los moles iniciales, que son de 50 mol, y los 3,1 que reaccionan, resultando 46,9 mol de hidrógeno en exceso.

Como conclusión, al final de la reacción, quedarán 3,1 mol de agua oxigenada, 46,9 mol de hidrógeno y nada de oxígeno.

11. En la fermentación de la glucosa, $C_6H_{12}O_6$, se produce etanol, C_2H_5OH, y dióxido de carbono en presencia de oxígeno.

a) Escribe ajustada la reacción química.

b) Si se parte de 180 g de glucosa y se obtienen 85 g de C_2H_5OH, ¿cuál será el rendimiento del proceso?

c) Calcula la masa de etanol si el rendimiento de la reacción anterior fuese del 75 %.

d) ¿Sería posible obtener 100 g de etanol a partir de 180 g de glucosa?

a) Ecuación ajustada de la fermentación de la glucosa:

$$C_6H_{12}O_6(s) \rightarrow 2\ C_2H_5OH(l) + 2\ CO_2(g)$$

b) Para calcular el rendimiento es necesario conocer la cantidad teórica y la cantidad real de C_2H_5OH.

En primer lugar se deduce la cantidad teórica que se formará de etanol a partir de los 180 g de glucosa:

$$(180 \text{ g de } C_6H_{12}O_6)\cdot\frac{(1 \text{ mol de } C_6H_{12}O_6)}{(180 \text{ g de } C_6H_{12}O_6)}\cdot\frac{(2 \text{ mol de } C_2H_5OH)}{(1 \text{ mol de } C_6H_{12}O_6)}\cdot\frac{(46 \text{ g de } C_2H_5OH)}{(1 \text{ mol de } C_2H_5OH)} = 92 \text{ g de } C_2H_5OH$$

$$r(\%) = \frac{\text{cantidad real de producto}}{\text{cantidad teórica de producto}}\cdot 100 = \frac{85 \text{ g}}{92 \text{ g}}\cdot 100 = 92\ \%$$

c) Si el rendimiento fuese del 75 %, la masa de etanol se obtendría de la ecuación del rendimiento:

$$r(\%) = \frac{\text{cantidad real}}{\text{cantidad teórica}}\cdot 100 \Rightarrow \text{cantidad real} = \frac{r(\%)\cdot \text{cantidad teórica}}{100} = \frac{75\cdot(92 \text{ g})}{100} = 69 \text{ g de } C_2H_5OH$$

d) Por cada mol de glucosa (180 g) se pueden obtener como máximo dos moles de etanol (92 g); por tanto, es imposible obtener una cantidad de etanol mayor a 92 g, que equivaldría a un rendimiento del 100 %.

12. Para determinar la riqueza de una muestra de cinc se tomaron 50 g del mineral y se trataron con ácido clorhídrico del 37 % en masa y densidad 1,18 g m L^{-1} consumiéndose 120 mL del ácido. Calcula:

a) La cantidad del ácido consumida.

b) La cantidad del cinc que ha reaccionado.

c) La riqueza del cinc en la muestra.

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el zinc y el ácido clorhídrico:

$$2\ HCl(aq) + Zn(s) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$$

La masa de ácido puro que hay en los 120 mL de HCl comercial se obtiene a partir de la densidad y de la concentración de la disolución.

$$(120 \text{ mL de HCl})\cdot\frac{(1{,}18 \text{ g de HCl})}{(1 \text{ mL de HCl})}\cdot\frac{(37 \text{ g de HCl})}{(100 \text{ g de HCl})} = 52{,}4 \text{ g de HCl puro}$$

$$(52{,}4 \text{ g de HCl})\cdot\frac{(1 \text{ mol de HCl})}{(36{,}5 \text{ g de HCl})} = 1{,}44 \text{ mol de HCl}$$

b) De la ecuación ajustada se deduce la cantidad de zinc que reacciona con 1,44 mol de ácido:

$$(1{,}44 \text{ mol de HCl})\cdot\frac{(1 \text{ mol de Zn})}{(2 \text{ mol de HCl})}\cdot\frac{(65{,}4 \text{ g de Zn})}{(1 \text{ mol de Zn})} = 47{,}1 \text{ g de Zn}$$

c) Conocida la masa de la muestra del mineral de zinc y la masa que contiene de zinc puro, se obtiene la riqueza en zinc del mineral a partir de la relación:

$$r(\%) = \frac{\text{cantidad real de producto}}{\text{cantidad teórica de producto}}\cdot 100 = \frac{(47{,}1 \text{ g})}{50 \text{ g}}\cdot 100 = 94\ \%$$

13. Identifica de las siguientes reacciones redox la sustancia reductora y la oxidante.

a) $4\ Fe(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ Fe_2O_3(s)$

b) $2\ H_2O_2(aq) \rightarrow 2\ H_2O(l) + O_2(g)$

c) $CuO(s) + H_2(g) \rightarrow Cu(s) + H_2O(g)$

d) $Zn(s) + 2\ HCl(aq) \rightarrow ZnCl_2(aq) + H_2(g)$

a) El hierro, Fe, actúa como agente reductor y se oxida. El oxígeno, O_2, actúa como agente oxidante y se reduce.

b) El agua oxigenada, H_2O_2, actúa como oxidante al reducirse y formar H_2O, y a la vez, actúa como agente reductor al oxidarse y formar O_2.

c) El óxido de cobre(II), CuO, actúa como agente oxidante y se reduce. El hidrógeno, H_2, actúa como agente reductor y se oxida.

d) El cinc, Zn, actúa como reductor y se oxida. El ácido clorhídrico, HCl, actúa como agente oxidante y se reduce.

Reacciones y ecuaciones químicas

14. Los trajes espaciales llevan unos depósitos de hidróxido de litio para absorber el dióxido de carbono producido en la respiración de los astronautas con el fin de que no se alcancen concentraciones peligrosas. Los productos que se forman son carbonato de litio y agua.

a) Escribe la ecuación química ajustada.

b) Interpreta la ecuación ajustada a nivel de moléculas, de moles y de gramos.

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el hidróxido de litio y el dióxido de carbono:

$$2\ LiOH + CO_2 \rightarrow Li_2CO_3 + H_2O$$

b) Interpretación molecular: 2 moléculas de hidróxido de litio se combinan con una molécula de dióxido de carbono para formar una molécula de carbonato de litio y una molécula de agua.

Interpretación en moles: 2 mol de hidróxido de litio se combinan con 1 mol de dióxido de carbono para formar 1 mol de carbonato de litio y 1 mol de agua.

Interpretación en masa: 48 gramos de hidróxido de litio se combinan con 44 g de dióxido de carbono para formar 74 gramos de carbonato de litio y 18 gramos de agua.

Tanto el hidróxido de litio como el carbonato de litio son sustancias iónicas que forman cristales, pero en relación a los cálculos se considera la fórmula como una unidad estructural.

15. Para fabricar bollos y bizcochos se añade un gasificante, que contiene bicarbonato de sodio. Al hornearse, el bicarbonato, $NaHCO_3$, se descompone en carbonato de sodio, Na_2CO_3, agua y dióxido de carbono. Este gas es el responsable de que salgan esponjosos los bollos.

a) Escribe la ecuación química ajustada.

b) Indica las posibles interpretaciones de la ecuación química ajustada.

a) Ecuación ajustada de la descomposición del bicarbonato de sodio.

$$2\ NaHCO_3(s) \rightarrow Na_2CO_3(aq) + CO_2(g) + H_2O(l)$$

b) Interpretación molecular: 2 moléculas de bicarbonato de sodio se descomponen formando una molécula de carbonato de sodio, una molécula de dióxido de carbono y una molécula de agua.

Interpretación en moles: 2 mol de bicarbonato de sodio se descomponen formando 1 mol de carbonato de sodio, 1 mol de dióxido de carbono y 1 mol de agua.

Interpretación en masa: 168 gramos de bicarbonato de sodio se descomponen formando 106 gramos de carbonato de sodio, 44 gramos de dióxido de carbono y 18 gramos de agua.

Tanto el bicarbonato de sodio como el carbonato de sodio son sustancias iónicas que forman cristales, pero en relación a los cálculos se considera la fórmula como una unidad estructural.

16. La cocina de gas funciona por reacción del gas con oxígeno, dando dióxido de carbono y agua.

a) Si el gas es propano (C_3H_8), escribe la reacción y ajusta la ecuación.

b) En condiciones de combustión imperfecta se puede producir monóxido de carbono en lugar de dióxido de carbono. Escribe la reacción ajustada.

a) Ecuación ajustada de la combustión completa del propano:

$$C_3H_8(g) + 5\ O_2(g) \rightarrow 3\ CO_2(g) + 4\ H_2O(l)$$

b) Ecuación ajustada de la combustión imperfecta del propano

$$C_3H_8(g) + \frac{7}{2}\ O_2(g) \rightarrow 3\ CO(g) + 4\ H_2O(l)$$

17. Ajusta e interpreta las siguientes ecuaciones:

a) **$Ca + V_2O_5 \rightarrow CaO + V$**

b) **$C_6H_6 + O_2 \rightarrow CO_2 + H_2O$**

c) **$NH_3 + O_2 \rightarrow NO + H_2O$**

d) **$H_2SO_4 + Al(OH)_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + H_2O$**

a) $5\ Ca + V_2O_5 \rightarrow 5\ CaO + 2\ V$

5 mol de calcio se combinan con 1 mol de óxido de vanadio(V) para formar 5 mol de óxido de calcio y 2 mol de vanadio.

b) $C_6H_6 + \frac{15}{2}\ O_2 \rightarrow 6\ CO_2 + 3\ H_2O$

1 mol de C_6H_6 reacciona con 7,5 mol de oxígeno para formar 6 mol de dióxido de carbono y 3 mol de agua.

c) $2\ NH_3 + \frac{5}{2}\ O_2 \rightarrow 2\ NO + 3\ H_2O$

2 mol de amoniaco reaccionan con 2,5 mol de oxígeno para formar 2 mol de óxido de nitrógeno(II) y 3 mol de agua.

d) $3\ H_2SO_4 + 2\ Al(OH)_3 \rightarrow Al_2(SO_4)_3 + 6\ H_2O$

3 mol de ácido sulfúrico se neutralizan con 2 mol de hidróxido de aluminio para formar 1 mol de sulfato de aluminio y 6 mol de agua

18. Escribe ajustadas las ecuaciones que representan a las siguientes reacciones:

a) La reacción de síntesis del cloruro de sodio a partir de sus elementos.

b) La reacción de descomposición del óxido de mercurio(II) en sus elementos.

c) La reacción de sustitución entre el cinc y el sulfato de cobre(II).

d) La reacción de doble sustitución, o neutralización, entre el ácido sulfúrico y el hidróxido de calcio.

a) $2\ Na + Cl_2 \rightarrow 2\ NaCl$

b) $2\ HgO \rightarrow 2\ Hg + O_2$

c) $Zn + CuSO_4 \rightarrow ZnSO_4 + Cu$

d) $H_2SO_4 + Ca(OH)_2 \rightarrow CaSO_4 + 2\ H_2O$

19. ¿Qué productos se obtienen en las siguientes reacciones?

a) **$HBr \rightarrow$ (descomposición)**

b) **$K + Cl_2 \rightarrow$ (síntesis)**

c) **$Al + CuCl_2 \rightarrow$ (sustitución)**

d) **$Fe_2S_3 \rightarrow$ (descomposición)**

a) $2\ HBr \rightarrow H_2 + Br_2$ Productos: hidrógeno y bromo.

b) $2\ K + Cl_2 \rightarrow 2\ KCl$ Producto: cloruro de potasio.

c) $2\ Al + 3\ CuCl_2 \rightarrow 2\ AlCl_3 + 3\ Cu$ Productos: cloruro de aluminio y cobre.

d) $Fe_2S_3 \rightarrow 2\ Fe + 3\ S$ Productos: hierro y azufre.

20. Clasifica, copia en tu cuaderno y completa las siguientes ecuaciones. Ajusta las ecuaciones químicas:

a) **$H_2 + \square \rightarrow HBr$**

b) **$C_2H_2 + O_2 \rightarrow CO_2 + \square$**

c) **$Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + \square$**

d) **$H_3PO_4 + \square \rightarrow AlPO_4 + H_2O$**

a) $H_2 + Br_2 \rightarrow 2\ HBr$ Reacción de síntesis (redox).

b) $C_2H_2 + \frac{5}{2}\ O_2 \rightarrow 2\ CO_2 + H_2O$ Reacción de combustión (redox).

c) $Fe + CuSO_4 \rightarrow FeSO_4 + Cu$ Reacción de sustitución (redox).

d) $H_3PO_4 + Al(OH)_3 \rightarrow AlPO_4 + 3\ H_2O$ Reacción de doble sustitución (neutralización ácido-base).

Cálculos con masa y volumen

21. Al añadir agua al carburo de calcio, CaC_2, se produce hidróxido de calcio, $Ca(OH)_2$, y etino o acetileno, C_2H_2.

a) Escribe y ajusta la reacción.

b) Calcula cuántos gramos de CaC_2 y de agua se necesitan para obtener 2,10 L de C_2H_2 a 27 °C y 760 mm de Hg.

a) Ecuación ajustada: $CaC_2(s) + 2\ H_2O(l) \rightarrow C_2H_2(g) + Ca(OH)_2(aq)$

b) Utilizando la ecuación de los gases ideales obtenemos los moles de C_2H_2:

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT} \Rightarrow n = \frac{(1\ \text{atm})(2{,}10\ \text{L})}{(0{,}082\ \text{atm L K}^{-1}\text{mol}^{-1})(300\ \text{K})} = 8{,}54 \cdot 10^{-2}\ \text{mol de } C_2H_2$$

Con los moles de acetileno, la relación que indica la ecuación ajustada y las masas molares, se obtienen los gramos de las sustancias carburo de calcio y de agua.

$$(8{,}54 \cdot 10^{-2}\ \text{mol de } C_2H_2) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } CaC_2)}{(1\ \text{mol de } C_2H_2)} \cdot \frac{(64\ \text{g de } CaC_2)}{(1\ \text{mol de } CaC_2)} = 5{,}47\ \text{g de } CaC_2$$

$$(8{,}54 \cdot 10^{-2}\ \text{mol de } C_2H_2) \cdot \frac{(2\ \text{mol de } H_2O)}{(1\ \text{mol de } C_2H_2)} \cdot \frac{(18\ \text{g de } H_2O)}{(1\ \text{mol de } H_2O)} = 3{,}07\ \text{g de } H_2O$$

22. Los grupos especiales de la policía utilizan dispositivos cegadores para detener a los delincuentes en sus escondites. Uno de sus componentes es el Mg, que arde con el oxígeno desprendiendo una luz cegadora y forma óxido de magnesio.

a) Si uno de estos dispositivos contiene 1,2 g de magnesio, ¿qué cantidad se formará de óxido de magnesio?

b) Calcula los moles y gramos de oxígeno que habrán reaccionado con el magnesio.

c) ¿Qué cantidad debería contener para obtener $3 \cdot 10^{23}$ moléculas de óxido de magnesio?

a) Ecuación ajustada de la combustión del magnesio:

$$2\ Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2\ MgO(s)$$

Utilizando la masa molar del magnesio (24,3 g mol^{-1}) calculamos sus moles:

$$(1{,}2\ \text{g de Mg}) \cdot \frac{(1\ \text{mol de Mg})}{(24{,}3\ \text{g de Mg})} = 0{,}049\ \text{mol de Mg}$$

Con la relación estequiométrica obtenemos los moles de MgO:

$$(0{,}049\ \text{mol de Mg}) \cdot \frac{(2\ \text{mol de MgO})}{(2\ \text{mol de Mg})} = 0{,}049\ \text{mol de MgO}$$

A partir de la masa molar, se calculan los gramos de MgO:

$$(0{,}049\ \text{mol de MgO}) \cdot \frac{(40{,}3\ \text{g de MgO})}{(1\ \text{mol de MgO})} = 2{,}0\ \text{g de MgO}$$

b) De forma semejante al apartado anterior:

$$(0{,}049\ \text{mol de Mg}) \cdot \frac{(1\ \text{mol de } O_2)}{(2\ \text{mol de Mg})} = 0{,}025\ \text{mol de } O_2$$

$$(0{,}025\ \text{mol de } O_2) \cdot \frac{(32\ \text{g de } O_2)}{(1\ \text{mol de } O_2)} = 0{,}80\ \text{g de } O_2$$

c) Utilizando la constante de Avogadro como factor de conversión calculamos los moles de MgO:

$$(3 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas de MgO}) \cdot \frac{(1\ \text{mol de MgO})}{(6{,}02 \cdot 10^{23}\ \text{moléculas de MgO})} = 0{,}5\ \text{mol de MgO}$$

$$(0{,}5\ \text{mol de MgO}) \cdot \frac{(2\ \text{mol de Mg})}{(2\ \text{mol de MgO})} = 0{,}5\ \text{mol de Mg} \qquad (0{,}5\ \text{mol de Mg}) \cdot \frac{(24{,}3\ \text{g de Mg})}{(1\ \text{mol de Mg})} = 12\ \text{g de Mg}$$

23. La mezcla pirotécnica más utilizada en los fuegos artificiales es la formada por nitrato de potasio, KNO_3, carbono y azufre. La mezcla arde formando dióxido de carbono, CO_2, sulfuro de potasio, K_2S, y nitrógeno. Si la mezcla contiene 101 g de nitrato de potasio, calcula:

a) Las cantidades de azufre y carbón con las que reaccionará.

b) La masa que se obtendrá de N_2 medido a 25 ºC y 1 atm.

c) El volumen que se emite de CO_2 a 20 ºC y 1 atm.

a) Ecuación ajustada de la combustión de la pólvora:

$$2\ KNO_3(s) + 3\ C(s) + S(s) \rightarrow 3\ CO_2(g) + K_2S(s) + N_2(g)$$

Cálculo de los moles de nitrato de potasio a partir de su masa molar:

$$(101\text{ g de KNO}_3)\cdot\frac{(1\text{ mol de KNO}_3)}{(101\text{ g de KNO}_3)} = 1\text{ mol de KNO}_3$$

Las cantidades de carbono y de azufre se obtienen a partir de las relaciones estequiométricas:

$$(1\text{ mol de KNO}_3)\cdot\frac{(3\text{ mol de C})}{(2\text{ mol de KNO}_3)} = 1{,}5\text{ mol de C}$$

$$(1\text{ mol de KNO}_3)\cdot\frac{(1\text{ mol de S})}{(2\text{ mol de KNO}_3)} = 0{,}5\text{ mol de S}$$

b) Cálculo de la masa de nitrógeno a partir de los moles de nitrato de potasio y de la relación estequiométrica entre el nitrógeno y el nitrato de potasio. La masa del gas no depende de las condiciones de presión y temperatura, como sí sucede con su volumen.

$$(1\text{ mol de KNO}_3)\cdot\frac{(1\text{ mol de N}_2)}{(2\text{ mol de KNO}_3)}\cdot\frac{(28\text{ g de N}_2)}{(1\text{ mol de N}_2)} = 14\text{ g de N}_2$$

c) Cálculo de los moles que se forman de dióxido de carbono:

$$(1\text{ mol de KNO}_3)\cdot\frac{(3\text{ mol de CO}_2)}{(2\text{ mol de KNO}_3)} = 1{,}5\text{ mol de CO}_2$$

El volumen del dióxido de carbono, se obtiene a partir de la ecuación de los gases:

$$pV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow V = \frac{(1{,}5\text{ mol})\left(0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{ mol}^{-1}\right)(293\text{ K})}{(1\text{ atm})} = 36\text{ L de CO}_2$$

24. Las estufas de terraza son calefactores que utilizan la combustión de gas butano, C_4H_{10}, para emitir calor.

a) Escribe la ecuación de combustión.

b) Si una estufa está conectada a una botella que contiene 15 kg de butano, ¿qué cantidad de oxígeno se necesita para quemar todo el butano?

c) Si el consumo de la estufa es de 0,7 kg h^{-1}, ¿en cuánto tiempo emitirá 112 L de CO_2 a 0 ºC y 1 atm?

d) ¿Por qué crees que el Ayuntamiento de París ha prohibido este tipo de estufas?

a) Ecuación ajustada de la combustión del butano

$$C_4H_{10}(g) + \frac{13}{2}O_2(g) \rightarrow 4\ CO_2(g) + 5\ H_2O(l)$$

b) Cálculo de los moles de butano a partir de su masa molar (58 g mol^{-1}):

$$(15000\text{ g de C}_4\text{H}_{10})\cdot\frac{(1\text{ mol de C}_4\text{H}_{10})}{(58\text{ g de C}_4\text{H}_{10})} = 259\text{ mol de C}_4\text{H}_{10}$$

El cálculo de los moles de oxígeno se realiza teniendo en cuenta la relación estequiométrica entre este reactivo y el butano:

$$(259\text{ mol de C}_4\text{H}_{10})\cdot\frac{\left(\frac{13}{2}\text{ mol de O}_2\right)}{(1\text{ mol de C}_4\text{H}_{10})} = 1{,}68\cdot 10^3\text{ mol de O}_2$$

c) Primero se calculan los moles de dióxido de carbono sabiendo que a 0 ºC y 1 atm ocupa 22,4 L, como cualquier otro gas. A continuación, mediante la relación estequiométrica se obtienen los moles de butano, y con la masa molar, la masa de butano que se consume. Finalmente, se establece una relación con el dato del consumo de butano para obtener el tiempo.

$$(112\text{ L de }CO_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de }CO_2)}{(22{,}4\text{ L de }CO_2)}=5\text{ mol de }CO_2$$

$$(5\text{ mol de }CO_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de }C_4H_{10})}{(4\text{ mol de }CO_2)}\cdot\frac{(58\text{ g de }C_4H_{10})}{(1\text{ mol de }C_4H_{10})}=72{,}5\text{ g de }C_4H_{10}$$

$$(72{,}5\text{ g de }C_4H_{10})\cdot\frac{(3600\text{ s})}{(700\text{ g de }C_4H_{10})}=373\text{ s}$$

d) Este tipo de estufas que utilizan combustibles fósiles emiten dióxido de carbono, por lo que contaminan el aire de las ciudades.

Cálculos con reactivos en disolución

25. El hierro reacciona con sulfato de cobre(II) para formar sulfato de hierro(II) y cobre metálico. Determina la masa de cobre que se obtiene si disponemos de 300 mL de sulfato de cobre(II) de densidad 1,04 g mL^{-1}.

Ecuación ajustada de la reacción: $Fe + CuSO_4 \rightarrow Cu + FeSO_4$

Calculamos los moles de sulfato de cobre(II) a partir de su densidad y de su masa molar.

$$(300\text{ mL de }CuSO_4)\cdot\frac{(1{,}04\text{ g de }CuSO_4)}{(1\text{ mL de }CuSO_4)}\cdot\frac{(1\text{ mol de }CuSO_4)}{(159{,}5\text{ g de }CuSO_4)}=1{,}96\text{ mol de }CuSO_4$$

De la ecuación ajustada, se deduce que por cada mol de sulfato de cobre(II) se obtiene 1 mol de cobre, por tanto, se obtendrán 1,96 mol de cobre, que con el dato de la masa molar, equivalen a:

$$(1{,}96\text{ mol de Cu})\cdot\frac{(63{,}5\text{ g de Cu})}{(1\text{ mol de Cu})}=124{,}5\text{ g de Cu}$$

26. Algunos extintores aprovechan la reacción entre el bicarbonato de sodio, $NaHCO_3$, y el ácido sulfúrico. Al mezclar ambos reactivos en el interior del extintor se genera una presión, causada por la formación del gas dióxido de carbono, que impulsa hacia fuera al agua. También se produce sulfato de sodio, Na_2SO_4. Un extintor de este tipo contiene 0,750 kg de $NaHCO_3$ disuelto en 10 L de agua, junto a un recipiente de ácido sulfúrico del 70 % en masa y densidad 1,4 kg L^{-1}.

a) Escribe y ajusta la reacción que tiene lugar.

b) Calcula el volumen de ácido que reaccionará.

c) Indica la cantidad de CO_2 que se formará.

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el bicarbonato de sodio y el ácido sulfúrico:

$$2\ NaHCO_3(aq) + H_2SO_4(aq) \rightarrow Na_2SO_4(aq) + 2\ CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$$

b) Primero se calculan los moles de $NaHCO_3$, a continuación, mediante la relación estequiométrica y la masa molar del ácido sulfúrico se obtienen los moles de ácido puro. Finalmente se calcula el volumen de disolución que proporciona esos moles.

$$(750\text{ g de }NaHCO_3)\cdot\frac{(1\text{ mol de }NaHCO_3)}{(84\text{ g de }NaHCO_3)}=8{,}93\text{ mol de }NaHCO_3$$

$$(8{,}93\text{ mol de }NaHCO_3)\cdot\frac{(1\text{ mol de }H_2SO_4)}{(2\text{ mol de }NaHCO_3)}\cdot\frac{(98\text{ g de }H_2SO_4)}{(1\text{ mol de }H_2SO_4)}=438\text{ g de }H_2SO_4$$

$$(438\text{ g de }H_2SO_4)\cdot\frac{(100\text{ g de }H_2SO_4)}{(70\text{ g de }H_2SO_4)}\cdot\frac{(1000\text{ mL de }H_2SO_4)}{(1400\text{ g de }H_2SO_4)}=447\text{ mL de }H_2SO_4=0{,}447\text{ L de }H_2SO_4$$

c) Utilizando la relación en la ecuación ajustada entre el bicarbonato de sodio y el dióxido de carbono:

$$(8{,}93\text{ mol de }NaHCO_3)\cdot\frac{(2\text{ mol de }CO_2)}{(2\text{ mol de }NaHCO_3)}=8{,}93\text{ mol de }CO_2$$

27. Para que podamos beber agua potable todos los días, el agua es tratada en la potabilizadora con una sustancia química: el hipoclorito de sodio, NaClO, que actúa como desinfectante. Esta sustancia se obtiene por disolución de cloro elemental en una disolución acuosa de hidróxido de sodio. Como resultado se forma hipoclorito de sodio, cloruro de sodio y agua.

a) Calcula el volumen de gas cloro, en condiciones normales, que reacciona con 10 L de una disolución de hidróxido de sodio 4 mol L^{-1}.

b) ¿Qué cantidad se formará de NaClO?

c) Si queremos obtener 149 g de NaClO, ¿qué volumen se necesita de disolución de NaOH 4 mol L^{-1}?

a) Ecuación ajustada entre el cloro y el hidróxido de sodio para formar hipoclorito de sodio, cloruro de sodio y agua.

$$Cl_2(g) + 2\ NaOH(aq) \rightarrow NaClO(aq) + NaCl(aq) + H_2O(l)$$

Cálculo de los moles de NaOH que hay en 10 L de disolución:

$$(10 \text{ L de NaOH}) \cdot \frac{(4 \text{ mol de NaOH})}{(1 \text{ L de NaOH})} = 40 \text{ mol de NaOH}$$

Cálculo del volumen de cloro que reacciona:

$$(40 \text{ mol de NaOH}) \cdot \frac{(1 \text{ mol de } Cl_2)}{(2 \text{ mol de NaOH})} \cdot \frac{(22{,}4 \text{ L de } Cl_2)}{(1 \text{ mol de } Cl_2)} = 448 \text{ L de } Cl_2$$

b) El cálculo de los moles de NaClO se realiza utilizando los coeficientes estequiométricos como factor de conversión:

$$(40 \text{ mol de NaOH}) \cdot \frac{(1 \text{ mol de NaClO})}{(2 \text{ mol de NaOH})} = 20 \text{ mol de NaClO}$$

c) Aplicamos directamente todos los factores de conversión que precisemos para determinar el volumen de disolución de NaOH.

$$(149 \text{ g de NaClO}) \cdot \frac{(1 \text{ mol de NaClO})}{(74{,}5 \text{ g de NaClO})} \cdot \frac{(2 \text{ mol de NaOH})}{(1 \text{ mol de NaClO})} \cdot \frac{(1 \text{ L de NaOH})}{(4 \text{ mol de NaOH})} = 1 \text{ L de disolución de NaOH}$$

28. El hipoclorito de sodio se añade a las piscinas como desinfectante: para prevenir la presencia de bacterias y algas. Los socorristas saben que no debe mezclarse ácido clorhídrico con hipoclorito de sodio, porque se libera un gas tóxico, el cloro, junto a cloruro de sodio y agua.

a) Escribe la ecuación ajustada.

b) ¿Qué volumen de disolución de NaClO de concentración 100 g L^{-1} reaccionaría con 250 mL de HCl 4 mol L^{-1}?

c) ¿Qué volumen de gas cloro se liberaría en condiciones normales?

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el hipoclorito de sodio y el ácido clorhídrico:

$$NaClO(aq) + 2\ HCl(aq) \rightarrow Cl_2(g) + NaCl(aq) + H_2O(l)$$

b) Se calculan los moles de HCl que reaccionan:

$$(0{,}250 \text{ L de HCl}) \cdot \frac{(4 \text{ mol de HCl})}{(1 \text{ L de HCl})} = 1 \text{ mol de HCl}$$

Utilizando la relación de la ecuación ajustada, la masa molar del NaClO y su concentración, se obtiene el volumen de disolución de NaClO:

$$(1 \text{ mol de HCl}) \cdot \frac{(1 \text{ mol de NaClO})}{(2 \text{ mol de HCl})} \cdot \frac{(74{,}5 \text{ g de NaClO})}{(1 \text{ mol de NaClO})} \cdot \frac{(1 \text{ L de NaClO})}{(100 \text{ g de NaClO})} = 0{,}37 \text{ L de disolución de NaClO}$$

c) Para el cálculo del volumen de cloro que se obtiene tenemos en cuenta que 1 mol de cloro a 0 ºC y 1 atm ocupa 22,4 L.

$$(1 \text{ mol de HCl}) \cdot \frac{(1 \text{ mol de } Cl_2)}{(2 \text{ mol de HCl})} \cdot \frac{(22{,}4 \text{ L de } Cl_2)}{(1 \text{ mol de } Cl_2)} = 11{,}2 \text{ L de } Cl_2$$

Reactivo limitante y rendimiento de una reacción

29. El cloruro de aluminio, $AlCl_3$, muy usado en la industria, se obtiene tratando limaduras de aluminio con cloro, Cl_2, según la ecuación: 2 Al(s) + 3 Cl_2(g) → 2 $AlCl_3$(s). Si se parte de 2,7 g de Al y 4,1 g de Cl_2, ¿cuál es el reactivo limitante? ¿Cuántos gramos de $AlCl_3$ se obtienen?

Con los datos de las masas de los reactivos se calculan los moles de ambos, y a partir de estos, los moles de cloruro de aluminio(III) que se podrían obtener. El reactivo que origine menos cantidad de producto, será el reactivo limitante, y nos dará la cantidad máxima de cloruro de aluminio(III) que se obtendrá.

$$(2{,}7\text{ g de Al})\cdot\frac{(1\text{ mol de Al})}{(27\text{ g de Al})}=0{,}1\text{ mol de Al}\qquad(0{,}1\text{ mol de Al})\cdot\frac{(1\text{ mol de AlCl}_3)}{(1\text{ mol de Al})}=0{,}1\text{ mol de AlCl}_3$$

$$(4{,}1\text{ g de Cl}_2)\cdot\frac{(1\text{ mol de Cl}_2)}{(71\text{ g de Cl}_2)}=0{,}0577\text{ mol de Cl}_2\qquad(0{,}0577\text{ mol de Cl}_2)\cdot\frac{(2\text{ mol de AlCl}_3)}{(3\text{ mol de Cl}_2)}=0{,}0385\text{ mol de AlCl}_3$$

$$(0{,}0385\text{ mol de AlCl}_3)\cdot\frac{(133{,}5\text{ g de AlCl}_3)}{(1\text{ mol de AlCl}_3)}=5{,}14\text{ g de AlCl}_3$$

Como consecuencia, el reactivo limitante es el cloro, y la cantidad de cloruro de aluminio(III) que se obtiene es de 0,0385 moles, y como la masa molar es de 133,5 g mol^{-1}, equivalen a 5,14 g.

30. Los arquitectos utilizan placas de titanio para recubrir edificios, debido a que es un metal que presenta una baja densidad, una elevada resistencia mecánica y una alta resistencia química frente a la oxidación.

Para obtener titanio se hacen reaccionar 350 kg de cloruro de titanio(IV) con 110 kg de magnesio fundido, formándose titanio y cloruro de magnesio.

a) Deduce cuál es el reactivo limitante.

b) Halla la cantidad teórica de titanio que se puede obtener.

c) Si la cantidad real obtenida de titanio es de 80 kg, calcula el rendimiento del proceso.

a) Ecuación ajustada de la obtención de titanio:

$$TiCl_4 + 2\,Mg \rightarrow Ti + 2\,MgCl_2$$

A partir de las masas molares de ambos reactivos y de la relación de la ecuación ajustada, se obtienen los moles de titanio que se pueden formar:

$$(350\,000\text{ g de TiCl}_4)\cdot\frac{(1\text{ mol de TiCl}_4)}{(189{,}9\text{ g de TiCl}_4)}\cdot\frac{(1\text{ mol de Ti})}{(1\text{ mol de TiCl}_4)}=1843\text{ mol de Ti}$$

$$(110\,000\text{ g de Mg})\cdot\frac{(1\text{ mol de Mg})}{(24{,}3\text{ g de Mg})}\cdot\frac{(1\text{ mol de Ti})}{(2\text{ mol de Mg})}=2263\text{ mol de Ti}$$

El reactivo limitante será el cloruro de titanio(IV), ya que origina menor cantidad de titanio.

b) La cantidad de titanio que se puede obtener a partir del cloruro de titanio, que es el reactivo limitante, es de 1843 mol, que equivalen a 88 kg de titanio.

$$(1843\text{ mol de Ti})\cdot\frac{(47{,}9\text{ g de Ti})}{(1\text{ mol de Ti})}=8{,}83\cdot10^4\text{ g de Ti}=88{,}3\text{ kg de Ti}$$

c) $r(\%)=\dfrac{\text{cantidad real de producto}}{\text{cantidad teórica de producto}}\cdot100\Rightarrow r=\dfrac{(80\text{ kg})}{(88{,}3\text{ kg})}\cdot100=90{,}6\ \%$

31. El óxido de titanio(IV) es una de las sustancias químicas más blancas que existen; refleja casi toda la radiación visible. Se utiliza para pintar electrodomésticos, automóviles, aparatos electrónicos, etc. Este pigmento blanco se obtiene industrialmente haciendo reaccionar el mineral ilmenita, $FeTiO_3$, con ácido sulfúrico. Además de óxido de titanio(IV), se forma sulfato de hierro(II) y agua.

a) Calcula la cantidad teórica de óxido de titanio(IV) que se puede obtener a partir de 4 t del mineral ilmenita y 5000 L de ácido sulfúrico 6 mol L^{-1}.

b) Si realmente se obtienen 2 t de óxido de titanio(IV), ¿cuál es la pureza del mineral?

a) Ecuación ajustada de la reacción de obtención del óxido de titanio(IV):

$$FeTiO_3 + H_2SO_4 \rightarrow TiO_2 + FeSO_4 + H_2O$$

A partir de los datos de ambos reactivos, se calculan los moles de cada uno, y a partir de estos, los moles de óxido de titanio que se pueden formar:

$$(4\cdot 10^6 \text{ g de } FeTiO_3)\cdot\frac{(1 \text{ mol de } FeTiO_3)}{(151{,}8 \text{ g de } FeTiO_3)}\cdot\frac{(1 \text{ mol de } TiO_2)}{(1 \text{ mol de } FeTiO_3)} = 2{,}64\cdot 10^4 \text{ mol de } TiO_2$$

$$(5000 \text{ L de } H_2SO_4)\cdot\frac{(6 \text{ mol de } H_2SO_4)}{(1 \text{ L de } H_2SO_4)}\cdot\frac{(1 \text{ mol de } TiO_2)}{(1 \text{ mol de } H_2SO_4)} = 3\cdot 10^4 \text{ mol de } TiO_2$$

El reactivo limitante es el $FeTiO_3$, ya que origina menor cantidad de óxido de titanio: $2{,}64\cdot 10^4$ mol de TiO_2, que equivalen a $2{,}11\cdot 10^6$ g de TiO_2.

$$(2{,}64\cdot 10^4 \text{ mol de } TiO_2)\cdot\frac{(79{,}9 \text{ g de } TiO_2)}{(1 \text{ mol de } TiO_2)} = 2{,}11\cdot 10^6 \text{ g de } TiO_2$$

a) $$r(\%) = \frac{\text{masa real de } TiO_2}{\text{masa teórica de } TiO_2}\cdot 100 \Rightarrow r = \frac{(2\cdot 10^6 \text{ g})}{(2{,}11\cdot 10^6 \text{ g})}\cdot 100 = 95\ \%$$

32. La nitroglicerina es una sustancia que se utiliza en medicina para tratar dolencias del corazón. Pero su aplicación más conocida es como explosivo. Es tan inestable que una ligera sacudida puede provocar su descomposición liberando de forma explosiva gran cantidad de gases, según la reacción:

$$C_3H_5N_3O_9 \rightarrow N_2 + CO_2 + O_2 + H_2O$$

a) Ajusta la ecuación química.

b) ¿Qué cantidad de nitrógeno se libera en la descomposición de 100 g de nitroglicerina?

c) Si la cantidad de oxígeno liberada fue de 3,3 g, calcula el rendimiento del proceso.

a) Ecuación ajustada de la descomposición de la nitroglicerina:

$$4\ C_3H_5N_3O_9 \rightarrow 6\ N_2 + 12\ CO_2 + O_2 + 10\ H_2O$$

b) Cálculo de la cantidad de nitrógeno que se libera:

$$(100 \text{ g de } C_3H_5N_3O_9)\cdot\frac{(1 \text{ mol de } C_3H_5N_3O_9)}{(227 \text{ g de } C_3H_5N_3O_9)}\cdot\frac{(6 \text{ mol de } N_2)}{(4 \text{ mol de } C_3H_5N_3O_9)} = 0{,}66 \text{ mol de } N_2$$

c) En primer lugar, se calcula la cantidad teórica de oxígeno que se desprenderá:

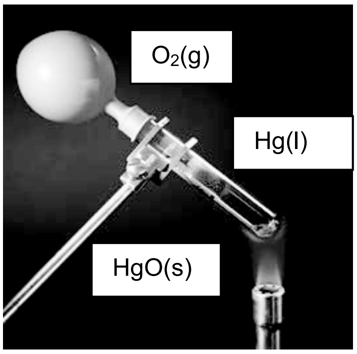
$$(100 \text{ g de } C_3H_5N_3O_9)\cdot\frac{(1 \text{ mol de } C_3H_5N_3O_9)}{(227 \text{ g de } C_3H_5N_3O_9)}\cdot\frac{(1 \text{ mol de } O_2)}{(4 \text{ mol de } C_3H_5N_3O_9)}\cdot\frac{(32 \text{ g de } O_2)}{(1 \text{ mol de } O_2)} = 3{,}5 \text{ g de } O_2$$

$$r(\%) = \frac{\text{masa real de } O_2}{\text{masa teórica de } O_2}\cdot 100 \Rightarrow r = \frac{(3{,}3 \text{ g})}{(3{,}5 \text{ g})}\cdot 100 = 94\ \%$$

Cálculos estequiométricos y laboratorio

33. La reacción de descomposición térmica del monóxido de mercurio (HgO) se puede preparar fácilmente en un laboratorio. Si calentamos el óxido se observa como al cabo de un tiempo se produce mercurio liberándose oxígeno gaseoso que recoge el globo a medida que va desapareciendo el color rojizo del HgO.

Determina qué volumen de oxígeno se produce, medido a 27 ºC y 1 atm de presión, si partimos de 4,6 g de HgO.



Ecuación ajustada de la descomposición del monóxido de mercurio:

$$2\ HgO(s) \rightarrow 2\ Hg(l) + O_2(g)$$

A partir de la masa molar del monóxido de mercurio (216,6 g mol^{-1}) y de la relación de la ecuación ajustada, se obtienen los moles de oxígeno que se pueden formar:

$$(4{,}6\text{ g de HgO})\cdot\frac{(1\text{ mol de HgO})}{(216{,}6\text{ g de HgO})}\cdot\frac{(1\text{ mol de }O_2)}{(2\text{ mol de HgO})}=0{,}011\text{ mol de }O_2$$

Con los datos de presión y temperatura, se calcula el volumen de oxígeno a partir de la ecuación de los gases ideales.

$$pV=nRT\Rightarrow V=\frac{nRT}{p}\Rightarrow V=\frac{(0{,}011\text{ mol})(0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{ mol}^{-1})(300\text{ K})}{(1\text{ atm})}=0{,}27\text{ L de }O_2$$

34. El cloro se obtiene en el laboratorio según la reacción: óxido de manganeso(IV) más ácido clorhídrico para dar cloruro de manganeso(II), agua y cloro molecular. Calcula el volumen de ácido clorhídrico 0,2 mol L^{-1} que habrá que utilizar para obtener 50 L de cloro medidos a 15 °C y 720 mm de Hg.

Dato: 1 atm = 760 mm de Hg.

Ecuación ajustada de la obtención de cloro en el laboratorio:

$$MnO_2(s) + 4\ HCl(aq) \rightarrow Cl_2(g) + MnCl_2(aq) + 2\ H_2O(l)$$

Para obtener el volumen de ácido clorhídrico hay que seguir los siguientes pasos.

Calcular los moles de cloro a partir de la ecuación de los gases ideales.

$$pV=nRT\Rightarrow n=\frac{pV}{RT}\Rightarrow n=\frac{\left(\frac{720\text{ mm de Hg}}{760\text{ mm de Hg}}\right)(50\text{ L})}{(0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{ mol}^{-1})(288\text{ K})}=2\text{ mol de }Cl_2$$

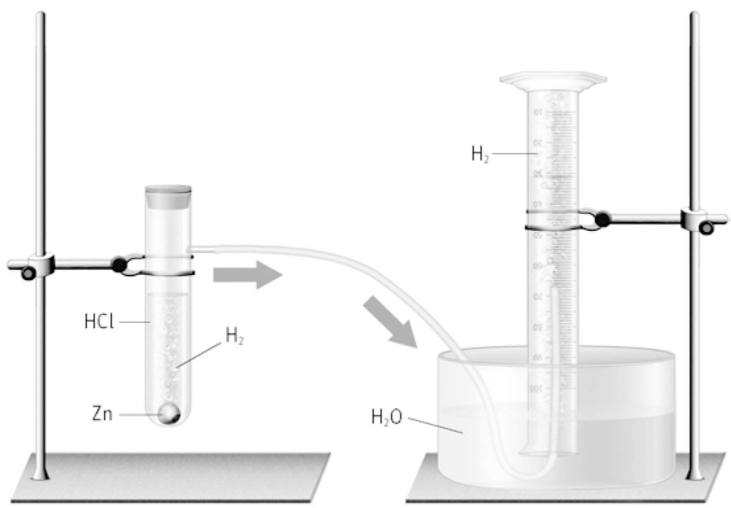
Calcular los moles de ácido necesarios, a partir de la ecuación ajustada, para obtener 2 mol de cloro.

$$(2\text{ mol de }Cl_2)\cdot\frac{(4\text{ mol de HCl})}{(1\text{ mol de }Cl_2)}=8\text{ mol de HCl}$$

Calcular el volumen de HCl 0,2 mol L^{-1} que contienen los 8 mol de ácido clorhídrico.

$$(8\text{ mol de HCl})\cdot\frac{(1\text{ L de HCl})}{(0{,}2\text{ mol de HCl})}=40\text{ L de HCl}$$

35. La forma más sencilla de obtener hidrógeno en el laboratorio es mediante la reducción del ácido clorhídrico con un metal como el magnesio recogiendo el H_2 mediante una probeta, según se muestra en el dispositivo.



a) Escribe la reacción entre el magnesio y el ácido clorhídrico.

b) Se añaden en el tubo de ensayo un trozo de magnesio de 0,24 g y 10 mL de ácido clorhídrico de concentración 37 % en masa y densidad 1,18 g mL^{-1}. Deduce el reactivo limitante.

c) Calcula la cantidad teórica que se generará de hidrógeno gas y su volumen a 20 ºC y 1 atm.

d) Se saca la probeta boca abajo con el hidrógeno en su interior. Al aproximar una llama se produce una pequeña explosión. Escribe la ecuación que representa lo que ha sucedido.

a) Ecuación ajustada de la reacción entre el magnesio y el ácido clorhídrico:

$$2\ HCl(aq) + Mg(s) \rightarrow H_2(g) + MgCl_2(aq)$$

b) Primero, se calculan los moles de cada reactivo:

$$(0{,}24\ \text{g de Mg})\cdot\frac{(1\ \text{mol de Mg})}{(24{,}3\ \text{g de Mg})} = 9{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{mol de Mg}$$

$$(10\ \text{mL de HCl})\cdot\frac{(1{,}18\ \text{g de HCl})}{(1\ \text{mL de HCl})}\cdot\frac{(37\ \text{g de HCl})}{(100\ \text{g de HCl})}\cdot\frac{(1\ \text{mol de HCl})}{(36{,}5\ \text{g de HCl})} = 0{,}12\ \text{mol de HCl}$$

Seguidamente, se calculan los moles de hidrógeno que se obtendrán en cada uno de los casos. El que origine menor cantidad, será el reactivo limitante que se consume totalmente.

$$(9{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{mol de Mg})\cdot\frac{(1\ \text{mol de H}_2)}{(1\ \text{mol de Mg})} = 9{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{mol de H}_2$$

$$(0{,}12\ \text{mol de HCl})\cdot\frac{(1\ \text{mol de H}_2)}{(2\ \text{mol de HCl})} = 0{,}060\ \text{mol de H}_2$$

De lo que se deduce que el reactivo limitante es el magnesio, por ser el que origina menos cantidad de producto.

c) En el apartado anterior, ya se ha calculado que la cantidad de hidrógeno teórica que se puede obtener es de $9{,}9\cdot 10^{-3}$ mol, que equivalen a 0,020 g de hidrogeno.

$$(9{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{mol de H}_2)\cdot\frac{(2\ \text{g de H}_2)}{(1\ \text{mol de H}_2)} = 0{,}020\ \text{g de H}_2$$

Se calcula el volumen en las condiciones indicadas utilizando la ecuación de los gases ideales.

$$pV = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{p} \Rightarrow V = \frac{(9{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{mol})(0{,}082\ \text{atm L K}^{-1}\ \text{mol}^{-1})(293\ \text{K})}{(1\ \text{atm})} = 0{,}24\ \text{L de H}_2$$

d) Ecuación de combustión del hidrógeno: $2\ H_2 + O_2 \rightarrow 2\ H_2O$

36. El vinagre es una disolución acuosa de ácido acético, CH_3COOH, que procede de la oxidación del vino. Para determinar la concentración de una muestra de vinagre se colocan 5 mL en un Erlenmeyer y se añaden unas gotas de indicador ácido-base: fenolftaleína.

Desde la bureta, se añade lentamente una disolución 0,1 mol L^{-1} de hidróxido de sodio. La neutralización se consigue cuando la fenolftaleína cambia de incolora, en disolución ácida o neutra, a violeta, en disolución básica.

a) Escribe y ajusta la reacción de neutralización que tiene lugar entre el ácido acético, CH_3COOH, y el hidróxido de sodio, NaOH.

b) La fenolftaleína torna de incolora a violeta cuando se han añadido 40 mL de hidróxido de sodio. Calcula los moles de base añadidos.

c) ¿Qué cantidad de ácido ha reaccionado exactamente con la base?

d) Calcula la concentración del vinagre en ácido acético expresada en g/100 mL.

e) ¿Qué función tiene la fenolftaleína?

a) Ecuación de neutralización entre el ácido acético y la base (hidróxido de sodio):

$$CH_3COOH(aq) + NaOH(aq) \rightarrow CH_3COONa(aq) + H_2O(l)$$

b) El cambio de color de la fenolftaleína indica que se ha llegado al punto en que el ácido reacciona totalmente con la base. Con el volumen del hidróxido de sodio y su concentración, se obtienen los moles que han reaccionado con el ácido.

$$(0{,}040\ \text{mL de NaOH})\cdot\frac{(0{,}1\ \text{mol de NaOH})}{(1\ \text{L de NaOH})} = 4\cdot 10^{-3}\ \text{mol de NaOH}$$

c) A partir de la ecuación ajustada, se deducen los moles de ácido que contenía la muestra de 5 mL de vinagre. Como reaccionan mol a mol, los moles de ácido serán los mismos que los de base.

$$\left(4 \cdot 10^{-3} \text{ mol de NaOH}\right) \cdot \frac{\left(1 \text{ mol de } CH_3COOH\right)}{\left(1 \text{ mol de NaOH}\right)} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ mol de } CH_3COOH$$

d) Los 0,004 mol de ácido acético equivalen a 0,24 g, que se encuentran en 5 mL de vinagre. Si lo referimos a 100 mL de vinagre, obtendremos la concentración en g/100 mL.

$$\left(4 \cdot 10^{-3} \text{ mol de } CH_3COOH\right) \cdot \frac{\left(60 \text{ g de } CH_3COOH\right)}{\left(1 \text{ mol de } CH_3COOH\right)} = 0{,}24 \text{ g de } CH_3COOH$$

$$\left(100 \text{ mL de vinagre}\right) \cdot \frac{\left(0{,}24 \text{ g de } CH_3COOH\right)}{\left(5 \text{ mL de vinagre}\right)} = 4{,}8 \text{ g de } CH_3COOH/100 \text{ mL de vinagre}$$

e) Indicar, mediante el cambio de color al cambiar el pH del medio, que la reacción de neutralización se ha completado.

37. **Actividad** sm**Savia**digital.com RESUELVE

38. **Actividad** sm**Savia**digital.com RESUELVE

La química y… la extinción de incendios

1. ¿Qué agente extintor utilizarías para apagar los siguientes fuegos?

a) Aceite de una sartén en llamas.

b) Un ordenador humeando por un cortocircuito.

c) Una papelera ardiendo.

a) La mejor forma de apagar un incendio de este tipo es por sofocación, colocando un paño húmedo sobre la sartén. Un extintor de dióxido de carbono o de polvo químico también son eficaces en este tipo de incendio. Debe evitarse utilizar agua porque al ser inmiscible con el aceite, el fuego asciende por las moléculas de agua y se propaga verticalmente.

b) El extintor de dióxido de carbono desplaza el oxigeno que contiene el aire y además no perjudica los circuitos del ordenador porque no deja ningún tipo de residuo sólido o líquido. El agua y el polvo químico deben evitarse, porque dañarían el ordenador.

c) Con agua, dióxido de carbono o polvo químico.

2. ¿Cómo se pueden prevenir los incendios forestales?

Todos podemos contribuir a evitar incendios forestales. Por ejemplo, no encendiendo barbacoas, ni arrojar cigarros encendidos, ni dejar botellas de vidrio que podrían hacer de efecto lupa y originar un incendio.

3. ¿A qué se debe la reacción en cadena que se produce en la mayoría de los fuegos?

El fuego se produce al reaccionar las moléculas en fase gaseosa del combustible y las moléculas de oxígeno gas, a una temperatura suficiente. La reacción en cadena se debe a que el calor desprendido se va trasmitiendo de unas moléculas a otras del combustible para que continúe ardiendo. De manera que mientras se genere el calor suficiente para automantener la reacción, el fuego se mantendrá, de lo contrario, se interrumpe la reacción en cadena y el fuego se apagará.

AUTOEVALUACION

1. **En las reacciones químicas se conserva:**

   a) El número de moléculas

   b) Los moles

   c) El número de átomos

   d) El volumen

   c

2. **Indica cuáles de las siguientes transformaciones son procesos químicos:**

   a) La descomposición del agua oxigenada en oxígeno e hidrógeno

   b) La ebullición del agua

   c) La disolución de sal común en agua

   d) La combustión del hidrógeno para originar agua

   a y d

3. **Corrige las reacciones químicas incorrectas**

   a) $4\ NH_3 + 5\ O_2 \rightarrow 4\ NO_2 + 6\ H_2O$

   b) $6\ HCl + 2\ Al \rightarrow 2\ AlCl_3 + 2\ H_2$

   c) $4\ Al + 3\ O_2 \rightarrow 2\ Fe_2O_3$

   d) $C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2\ C_2H_5OH + 3\ CO_2$

   a) $4\ NH_3 + 7\ O_2 \rightarrow 4\ NO_2 + 6\ H_2O$

   b) $6\ HCl + 2\ Al \rightarrow 2\ AlCl_3 + 3\ H_2$

   c) $4\ Al + 3\ O_2 \rightarrow 2\ Al_2O_3$

   d) $C_6H_{12}O_6 \rightarrow 2\ C_2H_5OH + 2\ CO_2$

4. **Indica la clasificación correcta para la reacción entre el cloruro de hidrógeno y el hidróxido de magnesio:**

   $$2\ HCl + Mg(OH)_2 \rightarrow MgCl_2 + 2\ H_2O$$

   a) Síntesis y redox

   b) Descomposición y precipitación

   c) Sustitución y redox

   d) Doble sustitución y ácido-base

   d

5. **En la reacción de síntesis del agua oxigenada se combinan 128 g de oxígeno con 8 g de hidrógeno. El reactivo limitante es:**

   a) El oxígeno

   b) El hidrógeno

   c) El agua oxigenada

   d) No hay reactivo limitante

   d

6. **En la neutralización de 2 mol de ácido clorhídrico con 1500 mL de hidróxido calcio 2 mol L^{-1}, la cantidad máxima de cloruro de calcio que se puede obtener es:**

   a) 2 mol **c) 1 mol**

   b) 0,5 mol **d) 1,5 mol**

   c

5 Termodinámica

ACTIVIDADES

1. El motor de un coche tiene cilindros con una capacidad de 700 cm^3. Durante su funcionamiento, la mezcla aire-combustible es comprimida en el interior de cada cilindro hasta 70 cm^3, transfiriéndose 20 J de calor hacia el exterior. Calcula:

a) El trabajo realizado sobre el gas en cada cilindro si la compresión ocurre contra una presión constante de 1 atm.

b) La variación de energía interna, interpretando el resultado.

Dato: 1 atm L = 101,3 J

a) $W = p\Delta V \Rightarrow W = (1\text{ atm})(0{,}07\text{ L} - 0{,}7\text{ L}) = -0{,}63\text{ atm L}$ $(-0{,}63\text{ atm L})\left(\dfrac{101{,}3\text{ J}}{1\text{ atm L}}\right) = -63{,}8\text{ J}$

De acuerdo con el convenio de signos, el trabajo realizado sobre el sistema (compresión) es positivo: W = 63,8 J

b) $\Delta U = Q + W = (63{,}8 - 20)\text{ J} = 43{,}8\text{ J}$

El signo positivo indica que se produce un aumento de la energía interna del sistema.

2. Utilizando los datos del ejercicio resuelto, calcula la variación de entalpía en la formación de las siguientes sustancias.

a) 180 g de agua en estado gaseoso.

b) 300 g de óxido de nitrógeno(II) gaseoso.

a) $(180\text{ g de }H_2O)\cdot\dfrac{(1\text{ mol de }H_2O)}{(18\text{ g de }H_2O)}\cdot\dfrac{(-242\text{ kJ})}{(1\text{ mol de }H_2O)} = -2420\text{ kJ}$ (energía desprendida)

b) $(300\text{ g de NO})\cdot\dfrac{(1\text{ mol de NO})}{(30\text{ g de NO})}\cdot\dfrac{(90\text{ kJ})}{(1\text{ mol de NO})} = 900\text{ kJ}$ (energía absorbida)

3. Alguien ha propuesto fabricar diamantes a partir de la oxidación del metano, según la reacción:

$$\mathbf{CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow C(diamante) + 2\,H_2O(l)}$$

Calcula la variación de entalpía del proceso conocidas las variaciones de entalpías de las siguientes reacciones:

A: $CH_4(g) + 2\,O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\,H_2O(l)$ $\Delta H_A = -890$ kJ

B: $C(diamante) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\Delta H_B = -395$ kJ

La ecuación de la formación del diamante a partir del metano (ecuación X) se puede obtener mediante la suma de la ecuación A (combustión del metano) con la inversa de la ecuación B (combustión del diamante):

Ecuación X = Ecuación A + (–Ecuación B)

Por lo que según la ley de Hess, la variación de entalpía de la reacción buscada se puede calcular como la siguiente suma algebraica de las entalpías de reacción: $\Delta H_X = \Delta H_A + (-\Delta H_B)$

Ecuación A: $CH_4(g) + 2\,O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\,H_2O(l)$ $\Delta H_A = -890$ kJ

Ecuación (–B): $CO_2(g) \rightarrow C(diamante) + O_2(g)$ $-\Delta H_B = 395$ kJ

Sumando ambas ecuaciones:

$$CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow C(diamante) + 2\,H_2O(l) \qquad \Delta H_X$$

$$\Delta H_X = \Delta H_A + (-\Delta H_B) = (-890\text{ kJ}) + (395\text{ kJ}) = -495\text{ kJ (proceso exotérmico)}$$

Como resultado se desprenden 495 kJ.

4. La variación de entalpía de la reacción de síntesis del metano no se puede calcular directamente:

$$C(grafito) + 2\ H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$$

Calcula su valor a partir de las siguientes reacciones:

A: $C(grafito) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$ $\quad \Delta H_A = -394$ kJ

B: $2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(l)$ $\quad \Delta H_B = -572$ kJ

C: $CH_4(g) + 2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$ $\quad \Delta H_C = -890$ kJ

Ecuación ajustada de la síntesis del metano:

$$C(grafito) + 2\ H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$$

Esta ecuación se puede obtener a partir de la suma de la ecuación A (combustión de un mol de grafito), más la ecuación B (combustión de dos moles de hidrógeno), más la inversa de la ecuación C (combustión de un mol de metano).

Ecuación X = Ecuación A + Ecuación B + (–Ecuación C)

Ecuación A:	$C(grafito) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$	$\Delta H_A = -394$ kJ
Ecuación B:	$2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(l)$	$\Delta H_B = -572$ kJ
Ecuación (–C):	$CO_2(g) + 2\ H_2O(l) \rightarrow CH_4(g) + 2\ O_2(g)$	$\Delta H_C = +890$ kJ

Sumando todas las ecuaciones, se obtiene la buscada:

$$C(grafito) + 2\ H_2(g) \rightarrow CH_4(g)$$

Aplicando la ley de Hess:

$\Delta H_X = \Delta H_A + \Delta H_B + (-\Delta H_C) = (-394 - 572 + 890) = -76$ kJ (proceso exotérmico)

5. Calcula la entalpía de combustión del gas metano, cuando los productos son gases, a partir de las energías de enlace.

Ecuación ajustada: $CH_4(g) + 2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(g)$

Para calcular la entalpía de la reacción a partir de las energías de enlace, hay que tener en cuenta la energía de cada clase de enlace, el número de enlaces que se rompen, o forman, y los coeficientes estequiométricos.

$$\Delta H = \sum \Delta E_{\text{enlaces rotos}} - \sum \Delta E_{\text{enlaces formados}}$$

- Se rompen 4 enlaces C–H por cada molécula de metano y dos enlaces O=O en las dos moléculas de agua.
- Se forman dos enlaces C=O en la molécula de dióxido de carbono y 4 enlaces O–H en las dos de agua.

A partir de las entalpías de enlace tabuladas se obtiene la variación de entalpía de la combustión del metano:

$$\Delta H = \left(4\ \Delta E_{\text{C-H}} + 2\ \Delta E_{\text{O=O}}\right) - \left(2\ \Delta E_{\text{C=O}} + 4\ \Delta E_{\text{O-H}}\right)$$
$$\Delta H = \left(4 \cdot 415 + 2 \cdot 494\right)\text{ kJ} - \left(2 \cdot 802 + 4 \cdot 460\right)\text{ kJ} = -796\text{ kJ}$$

Por lo tanto, la entalpía de combustión del metano es: -796 kJ mol^{-1}

6. Calcula el cambio en la entropía estándar para las siguientes reacciones a 25 °C

a) $S(s) + O_2(g) \rightarrow SO_2(g)$

b) $MgCO_3(s) \rightarrow MgO(s) + CO_2(g)$

Entropías estándar (J K^{-1} mol^{-1}):

$$S^0_{S(s)} = 32;\ S^0_{O_2(g)} = 205;\ S^0_{SO_2(g)} = 248{,}5;\ S^0_{MgCO_3(s)} = 65{,}7;\ S^0_{CO_2(g)} = 213{,}6;\ S^0_{MgO(s)} = 26{,}8$$

La variación de entropía se calcula a partir de la expresión: $\Delta S = \sum\left(n_p S^0_{\text{productos}}\right) - \sum\left(n_r S^0_{\text{reactivos}}\right)$

a) $\Delta S^0 = S^0_{SO_2} - \left(S^0_S + S^0_{O_2}\right) = \left(248{,}5 - 32 - 205\right)\text{ JK}^{-1} = 11{,}5\text{ JK}^{-1}$

b) $\Delta S^0 = \left(S^0_{MgO} + S^0_{CO_2}\right) - S^0_{MgCO_3} = \left(26{,}8 + 213{,}6 - 65{,}7\right)\text{J K}^{-1} = 174{,}7\text{ J K}^{-1}$

7. **La variación de entropía estándar de la combustión del metano para formar dióxido de carbono gas y agua líquida es de –242,8 J K^{-1}.**

a) Escribe la reacción ajustada.

b) Calcula la entropía del metano a partir de los datos.

Datos de entropía (J K^{-1} mol^{-1}): $S^0_{O_2(g)} = 205$; $S^0_{H_2O(l)} = 69,9$; $S^0_{CO_2(g)} = 213,6$

a) Ecuación ajustada: $CH_4(g) + 2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$

b) $\Delta S^0 = \left(S^0_{CO_2} + 2S^0_{H_2O}\right) - \left(S^0_{CH_4} + 2S^0_{O_2}\right) \Rightarrow S^0_{CH_4} = S^0_{CO_2} + 2S^0_{H_2O} - 2S^0_{O_2} - \Delta S^0$

$S^0_{CH_4} = \left(213,6 + 2\cdot 69,9 - 2\cdot 205 + 242,8\right)\ \text{JK}^{-1} = 186,2\ \text{JK}^{-1}$. (El valor calculado se refiere a 1 mol de metano)

$S^0_{CH_4} = 186,2\ \text{JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$

8. **Predice razonadamente el cambio de entropía de las reacciones:**

a) $I_2(s) \rightarrow I_2(g)$

b) $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

c) $2\ Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2\ MgO(s)$

a) El cambio de estado de sólido a gas va acompañado de un aumento en el desorden de las moléculas de yodo, que se separan y pasan a ocupar un volumen mayor, por tanto, aumentará la entropía ($\Delta S > 0$).

b) Al formarse más moles de productos que de reactivos, y estar uno de los productos en estado gaseoso, se originará un aumento del desorden y de la entropía ($\Delta S > 0$).

c) Al formarse dos moles de un producto sólido a partir de dos moles de un reactivo sólido y de un mol de reactivo gaseoso, se originará un aumento del orden del sistema y como consecuencia, una disminución de entropía ($\Delta S < 0$).

9. **Calcula la variación en la energía libre de Gibbs para la reacción indicada. Explica si será espontánea a 25 °C.**

$$2\ KCl(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ KClO_3(s)$$

Datos: $\Delta G^0_{KClO_3(s)} = -290$ kJ mol^{-1}; $\Delta G^0_{O_2(g)} = 0$ kJ mol^{-1}; $\Delta G^0_{KCl(s)} = -408$ kJ mol^{-1}

La energía libre de Gibbs se calcula a partir de la expresión: $\Delta G^0 = \sum\left(n_p G^0_{\text{productos}}\right) - \sum\left(n_r G^0_{\text{reactivos}}\right)$

$$\Delta G^0 = 2\Delta G^0_{KClO_3(s)} - \left(2\Delta G^0_{KCl(s)} + 3\Delta G^0_{O_2(g)}\right) \Rightarrow \Delta G^0 = (2\ \text{mol})\left(-290\ \text{kJ mol}^{-1}\right) - (2\ \text{mol})\left(-408\ \text{kJ mol}^{-1}\right) = 236\ \text{kJ}$$

La reacción no es espontánea a 25 ºC porque $\Delta G^0 > 0$.

10. **Sabiendo los valores de ΔH^0 y ΔS^0, de las reacciones A y B, razona si serán espontáneas a 25 °C. Si no lo fuesen, ¿a qué temperatura podrían serlo?**

a) A: $\Delta H^0 = 10$ kJ, $\Delta S^0 = 18$ J K^{-1}

b) B: $\Delta H^0 = -2$ kJ, $\Delta S^0 = -10$ J K^{-1}

a) $\Delta G^0 = \Delta H^0 - T\Delta S^0 = (10\,000\ \text{J}) - (298\ \text{K})\left(18\ \text{J K}^{-1}\right) = 4636\ \text{J}$

El signo positivo indica que la reacción no es espontánea a 25 ºC. Sin embargo, como el factor entrópico favorece la espontaneidad, aunque el factor entálpico se oponga a ello, existirá una temperatura a partir de la cual $\Delta G^0 < 0$ y el proceso sea espontáneo.

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0 \Rightarrow T = \frac{\Delta H}{\Delta S} = \frac{(10\,000\ \text{J})}{\left(18\ \text{JK}^{-1}\right)} = 556\ \text{K}$$

A temperaturas superiores a 556 K, ΔG tomará valores negativos y el proceso será espontáneo.

b) $\Delta G^0 = \Delta H^0 - T\Delta S^0 = (-2000\ \text{J}) - (298\ \text{K})(-10\ \text{J K}^{-1}) = 980\ \text{J}$

El signo positivo indica que la reacción no es espontánea a 25 ºC. Como el factor entálpico favorece la espontaneidad y el entrópico se opone, a partir de una temperatura $\Delta G^0 < 0$ y el proceso sea espontáneo.

$$\Delta G = \Delta H - T\Delta S = 0 \Rightarrow T = \frac{\Delta H}{\Delta S} = \frac{(-2000\ \text{J})}{(-10\ \text{JK}^{-1})} = 200\ \text{K}$$

A temperaturas inferiores a 200 K, ΔG tomará valores negativos y el proceso será espontáneo.

11. Indica tres metales cuya recuperación sea muy importante desde el punto de vista del ahorro de materias primas o energético.

El aluminio de las latas de bebidas, el cobre de los cables de electricidad y de las tuberías, el plomo de las baterías de los coches, el hierro de alambres y motores, etc.

Trabajo, calor y primer principio de la termodinámica

12. Un gas ideal, dentro de un cilindro cerrado con un émbolo móvil, se expande desde un volumen de 500 mL hasta 1500 mL, a temperatura constante de 20 ºC.

a) Indica el signo del trabajo realizado.

b) Calcula el trabajo (en julios) que realiza cuando se expande contra una presión constante de 1 atm.

c) Si se expande contra el vacío, ¿cuál será el trabajo realizado?

Dato: 1 atm L = 101,3 J

a) $\Delta V \Rightarrow V_2 - V_1 = (1{,}5 - 0{,}5)\ \text{L} = 1\ \text{L}$ (aumento de volumen, expansión, trabajo negativo)

b) $W = p\Delta V \Rightarrow W = (1\ \text{atm})(1\ \text{L}) = 1\ \text{atm L}$ $\quad (1\ \text{atmL})\left(\frac{101{,}3\ \text{J}}{1\ \text{atmL}}\right) = 101{,}3\ \text{J}$

Por ser una expansión: $W = -101{,}3$ J

c) $W = p\Delta V \Rightarrow W = (0\ \text{atm})(1{,}5\ \text{L} - 0{,}5\ \text{L}) = 0\ \text{atmL}$

13. Durante un experimento efectuado sobre un gas encerrado en un cilindro, se realizan un trabajo de 200 J para comprimir el gas y un aporte de calor al gas de 200 calorías.

a) Indica el signo de ambas magnitudes.

b) Calcula la variación de energía interna que experimenta el gas y comenta el significado del signo de esta variación.

c) ¿Cómo tendría que ser el trabajo para que no se produjese variación en la energía interna?

Dato: 1 caloría = 4,18 J

a) $W_{\text{compresión}} = 200\ \text{J} > 0$ (positivo) $\quad Q_{absorbido} = (200\ \text{cal})\left(\frac{4{,}18\ \text{J}}{1\ \text{cal}}\right) = 836\ \text{J} > 0$ (positivo)

b) $\Delta U = Q + W = (200 + 836)\ \text{J} = 1036\ \text{J} > 0$ (positivo)

Se produce un aumento de la energía interna del sistema.

c) $\Delta U = Q + W = 0 \Rightarrow 0 = 836\ \text{J} + W \Rightarrow W = -836\ \text{J} < 0$ (trabajo de expansión)

Calor de reacción y entalpía

14. La energía que proporciona una golosina de glucosa ($C_6H_{12}O_6$) es la misma si la digerimos que si la quemamos en el aire. La diferencia es la velocidad de liberación de la energía.

a) Escribe la ecuación termoquímica de la combustión de la glucosa si la entalpía de combustión es 2800 kJ mol^{-1}.

b) Calcula la energía que proporciona una golosina con 18 g de glucosa.

a) Ecuación termoquímica de combustión de la glucosa:

$$C_6H_{12}O_6(s) + 6\ O_2(g) \rightarrow 6\ CO_2(g) + 6\ H_2O(l) + 2800\ kJ$$

b) $(18\ g\ de\ C_6H_{12}O_6)\left(\dfrac{1\ mol\ de\ C_6H_{12}O_6}{180\ g\ de\ C_6H_{12}O_6}\right)\left(\dfrac{2800\ kJ}{1\ mol\ de\ C_6H_{12}O_6}\right) = 280\ kJ$

Los médicos recomiendan que para prevenir la obesidad hay que evitar un consumo excesivo de golosinas debido a su elevado contenido en azúcares.

15. A escala mundial, el carbón es la fuente de energía más utilizada para obtener electricidad. En un futuro, podría reemplazarse por otros combustibles como el hidrógeno. La entalpía de combustión del carbono (grafito) es de 394 kJ mol^{-1} y la del hidrógeno, 284 kJ mol^{-1}.

a) Escribe las ecuaciones termoquímicas ajustadas de ambos combustibles.

b) Calcula la energía liberada por cada gramo de combustible quemado.

c) ¿Qué combustible libera más dióxido de carbono por gramo quemado?

a) Ecuación termoquímicas de las combustiones del carbono y del hidrógeno:

$C(grafito) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 394\ kJ$ $\quad$ $H_2(g) + 1/2\ O_2(g) \rightarrow H_2O(l) + 284\ kJ$

b) $(1\ g\ de\ C)\left(\dfrac{394\ kJ}{12\ g\ de\ C}\right) = 32{,}8\ kJ$ $\quad$ $(1\ g\ de\ H_2)\left(\dfrac{284\ kJ}{2\ g\ de\ H_2}\right) = 142\ kJ$

El hidrógeno produce más energía por gramo de combustible, 142 kJ.

c) La combustión del hidrógeno no produce dióxido de carbono, solo agua. La combustión de 1 g de carbono emite 3,7 g de dióxido de carbono (0,083 moles).

$$(1\ g\ de\ C)\left(\frac{1\ mol\ de\ C}{12\ g\ de\ C}\right)\left(\frac{1\ mol\ de\ CO_2}{1\ mol\ de\ C}\right) = 0{,}083\ mol\ de\ CO_2$$

$$(0{,}083\ mol\ de\ CO_2)\left(\frac{44\ g\ de\ CO_2}{1\ mol\ de\ CO_2}\right) = 3{,}7\ g\ de\ CO_2$$

Ley de Hess

16. La aluminotermia es una técnica utilizada para obtener hierro, a partir de aluminio y óxido de hierro(III), según la reacción:

$$\mathbf{2\ Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 2\ Fe(s) + Al_2O_3(s)}$$

a) Deduce la entalpía de dicha reacción a partir de las ecuaciones termoquímicas:

$$\mathbf{2\ Al(s) + 3/2\ O_2(g) \rightarrow Al_2O_3(s) \qquad \Delta \mathit{H} = -1600\ kJ}$$

$$\mathbf{2\ Fe(s) + 3/2\ O_2(g) \rightarrow Fe_2O_3(s) \qquad \Delta \mathit{H} = -820\ kJ}$$

b) Calcula el calor desprendido en la aluminotermia de 16 g de óxido de hierro(III).

c) ¿Qué cantidad de hierro se habrá formado cuando se liberan 195 kJ?

a) La ecuación de la aluminotermia entre el aluminio y el óxido de hierro(III) se puede obtener sumando la primera ecuación (oxidación del aluminio) a la inversa de la segunda ecuación (oxidación del hierro):

Ecuación X = Ecuación A + (–Ecuación B)

Ecuación A: $2\ Al(s) + 3/2\ O_2(g) \rightarrow Al_2O_3(s)$ $\quad$ $\Delta H_A = -1600\ kJ$

Ecuación (–B): $Fe_2O_3(s) \rightarrow 2\ Fe(s) + 3/2\ O_2(g)$ $\quad$ $-\Delta H_B = 820\ kJ$

Sumando ambas ecuaciones: $2\ Al(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 2\ Fe(s) + Al_2O_3(s)$ $\quad$ ΔH_X

Aplicando la ley de Hess: $\Delta H_X = \Delta H_A + (-\Delta H_B) = (-1600\ kJ) + (820\ kJ) = -780\ kJ$

b) $(16\ g\ de\ Fe_2O_3)\left(\dfrac{1\ mol\ de\ Fe_2O_3}{160\ g\ de\ Fe_2O_3}\right)\left(\dfrac{780\ kJ}{1\ mol\ de\ Fe_2O_3}\right) = 78\ kJ$

c) $(195\ kJ)\left(\dfrac{1\ mol\ de\ Fe_2O_3}{780\ kJ}\right)\left(\dfrac{2\ mol\ de\ Fe}{1\ mol\ de\ Fe_2O_3}\right) = 0{,}5\ mol\ de\ Fe$

17. El clorato de potasio ($KClO_3$) se utiliza en pirotecnia y en la fabricación de cerillas por su poder oxidante. Se descompone formando cloruro de potasio y oxígeno.

a) Deduce la entalpía de su descomposición, a partir de las ecuaciones termoquímicas:

$$K(s) + 1/2\ Cl_2(g) \rightarrow KCl(s) \qquad \Delta H = -436\ kJ$$

$$2\ K(s) + Cl_2(g) + 3O_2(g) \rightarrow 2\ KClO_3(s) \qquad \Delta H = -828\ kJ$$

b) Calcula la variación de energía que tiene lugar al descomponerse 6,13 g de clorato de potasio y la cantidad de oxígeno generado.

a) Reacción de descomposición del clorato de potasio:

$$2\ KClO_3(s) \rightarrow 2\ KCl(s) + 3\ O_2(g$$

Ecuación que se puede obtener sumando la primera multiplicada por dos y la inversa de la segunda ecuación.

Ecuación X = 2 Ecuación A + (–Ecuación B)

Ecuación 2 A: $2\ K(s) + Cl_2(g) \rightarrow 2\ KCl(s) \qquad \Delta H_A = -872\ kJ$

Ecuación (–B): $2\ KClO_3(s) \rightarrow 2\ K(s) + Cl_2(g) + 3O_2(g) \qquad -\Delta H_B = 828\ kJ$

Sumando ambas ecuaciones:

$$2\ KClO_3(s) \rightarrow 2\ KCl(s) + 3\ O_2(g \qquad \Delta H_X$$

Aplicando la ley de Hess:

$$\Delta H_X = 2\ \Delta H_A + (-\Delta H_B) = (-872\ kJ) + (828\ kJ) = -44\ kJ$$

Como la ecuación va referida a la descomposición de dos moles de clorato de potasio, se deduce que en la descomposición de un solo mol se desprenden 22 kJ.

b) $$(6{,}13\ \text{g de } KClO_3)\left(\frac{1\ \text{mol de } KClO_3}{122{,}6\ \text{g de } KClO_3}\right)\left(\frac{22\ kJ}{1\ \text{mol de } KClO_3}\right) = 1{,}1\ kJ$$

$$(6{,}13\ \text{g de } KClO_3)\left(\frac{1\ \text{mol de } KClO_3}{122{,}6\ \text{g de } KClO_3}\right)\left(\frac{3\ \text{mol de } O_2}{2\ \text{mol de } KClO_3}\right)\left(\frac{32\ \text{g de } O_2}{1\ \text{mol de } O_2}\right) = 2{,}4\ \text{g de } O_2$$

18. El metanol, CH_3OH, es un combustible alternativo que genera menos contaminación ambiental que los combustibles fósiles. El metanol arde según la ecuación:

$$CH_3OH(l) + 3/2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$$

a) Deduce su entalpía de combustión a partir de las siguientes ecuaciones:

$$C(grafito) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \qquad \Delta H = -394\ kJ$$

$$H_2(g) + 1/2\ O_2(g) \rightarrow H_2O(l) \qquad \Delta H = -286\ kJ$$

$$C(grafito) + 2\ H_2(g) + 1/2\ O_2(g) \rightarrow CH_3OH(l) \qquad \Delta H = -239\ kJ$$

b) Calcula el calor liberado en la combustión de 1 L de metanol. La densidad del metanol es 791,8 kg m^{-3}.

c) Indica el volumen de oxígeno necesario para la combustión de 1 L de metanol medido a 27 ºC y 2 atm.

a) La ecuación de la combustión del metanol se puede obtener a partir de la primera ecuación sumada a la segunda ecuación multiplicada por dos, más la inversa de la tercera ecuación.

Ecuación X = Ecuación A + 2 Ecuación B + (–Ecuación C)

Ecuación A: $C(grafito) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) \qquad \Delta H_A = -394\ kJ$

Ecuación 2 B: $2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(l) \qquad \Delta H_B = -572\ kJ$

Ecuación (–C): $CH_3OH(l) \rightarrow C(grafito) + 2\ H_2(g) + 1/2\ O_2(g) \qquad -\Delta H_C = 239\ kJ$

Sumando todas las ecuaciones, se obtiene la buscada:

$$CH_3OH(l) + 3/2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l) \qquad \Delta H_X$$

Aplicando la ley de Hess: $\Delta H_X = \Delta H_A + 2\ \Delta H_B + (-\Delta H_C) = (-394\ kJ) + (-572\ kJ) + (239\ kJ) = -727\ kJ$

Por lo tanto, la entalpía de combustión del metanol vale –727 kJ mol^{-1}.

b) Con el dato de la densidad se calcula la masa contenida en un litro de metanol, y a partir de la masa molar del metanol se deducen los moles que contiene.

$$(1\text{ L de CH}_3\text{OH})\left(\frac{1\text{ m}^3}{1000\text{ L}}\right)\left(\frac{791\,800\text{ g de CH}_3\text{OH}}{1\text{ m}^3\text{ de CH}_3\text{OH}}\right)\left(\frac{1\text{ mol de CH}_3\text{OH}}{32\text{ g de CH}_3\text{OH}}\right)=24{,}7\text{ mol de CH}_3\text{OH}$$

Con los moles de metanol se calcula el calor liberado durante su combustión a partir del dato obtenido de la variación de entalpía en el proceso.

$$(24{,}7\text{ mol de CH}_3\text{OH})\left(\frac{727\text{ kJ}}{1\text{ mol de CH}_3\text{OH}}\right)=1{,}80\cdot 10^4\text{ kJ}$$

c) Como en un litro de metanol hay 24,7 moles, se calculan los moles de oxígeno.

$$(24{,}7\text{ mol de CH}_3\text{OH})\left(\frac{1{,}5\text{ mol de O}_2}{1\text{ mol de CH}_3\text{OH}}\right)=37{,}1\text{ mol de O}_2$$

Utilizando la ecuación de los gases ideales, se calcula el volumen de oxígeno necesario.

$$pV=nRT\Rightarrow V=\frac{nRT}{p}\Rightarrow V=\frac{(37{,}1\text{ mol})(0{,}082\text{ atm L K}^{-1}\text{mol}^{-1})(300\text{ K})}{(2\text{ atm})}=456\text{ L de O}_2$$

Entalpía de formación y de reacción

19. Calcula la entalpía de combustión para las reacciones:

a) $CH_4(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$

b) $2\ H_2S(g) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ SO_2(g) + 2\ H_2O(l)$

A partir de las ecuaciones ajustadas y de los datos tabulados de las entalpías de formación se obtiene la entalpía de cada una de las reacciones.

a) $CH_4(g) + 2\ O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2\ H_2O(l)$

$$\Delta H^0=\sum(n_p\Delta H^0_{f,p})-\sum(n_r\Delta H^0_{f,r})=\left(1\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,CO_2}+2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,H_2O}\right)-\left(1\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,CH_4}+2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,O_2}\right)$$

$$\Delta H^0=\left[(1\text{ mol})\cdot(-393{,}5\text{ kJ mol}^{-1})+(2\text{ mol})\cdot(-285{,}5\text{ kJ mol}^{-1})\right]-\left[(1\text{ mol})\cdot(-74{,}8\text{ kJ mol}^{-1})+(2\text{ mol})\cdot(0\text{ kJ mol}^{-1})\right]=-890\text{ kJ}$$

b) $2\ H_2S(g) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ SO_2(g) + 2\ H_2O(l)$

$$\Delta H^0=\left(2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,SO_2}+2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,H_2O}\right)-\left(2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,H_2S}+3\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,O_2}\right)$$

$$\Delta H^0=\left[(2\text{ mol})\cdot(-296{,}9\text{ kJ mol}^{-1})+(2\text{ mol})\cdot(-285{,}5\text{ kJ mol}^{-1})\right]-\left[(2\text{ mol})\cdot(-20{,}2\text{ kJ mol}^{-1})+(3\text{ mol})\cdot(0\text{ kJ mol}^{-1})\right]$$

$$\Delta H^0=-1124\text{ kJ}$$

20. Calcula la entalpía de formación de un mol de agua en estado gaseoso, según la reacción:

$$2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(g)$$

La entalpía de formación de 2 mol de agua en estado gaseoso se obtiene a partir de la ecuación ajustada y de los datos tabulados de las energías de formación de reactivos y productos.

$$\Delta H^0=\left(2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,H_2O}\right)-\left(2\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,H_2}+1\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{f,O_2}\right)$$

$$\Delta H^0=\left[(2\text{ mol})\cdot(-241{,}6\text{ kJ mol}^{-1})\right]-\left[(2\text{ mol})\cdot(0\text{ kJ mol}^{-1})+(1\text{ mol})\cdot(0\text{ kJ mol}^{-1})\right]=-483{,}2\text{ kJ}$$

Esta es la entalpía de formación de 2 mol de agua en estado gaseoso. Para 1 mol será la mitad, –241,6 kJ.

21. Cuando explota la dinamita, se libera una gran cantidad de energía según la reacción de ecuación:

$$4\ C_3H_5(NO_3)_3(l) \rightarrow 12\ CO_2(g) + 10\ H_2O(g) + 6\ N_2(g) + O_2(g) + 5700\text{ kJ}$$

a) Calcula la entalpía de formación estándar para un mol de nitroglicerina.

b) Calcula la energía que se desprende al explotar un cartucho de 1 kg.

c) Determina la cantidad emitida de dióxido de carbono a la atmósfera en condiciones normales.

Datos de entalpías de formación estándar: $\Delta H^0_{f,CO_2(g)}=-393{,}5\text{ kJ mol}^{-1}$; $\Delta H^0_{f,H_2O(g)}=-241{,}8\text{ kJ mol}^{-1}$

a) La entalpía de la reacción es de –5700 kJ. A partir de los datos de las entalpías de formación de productos y reactivos, y recordando que las entalpías de formación del oxigeno y del nitrógeno son cero, se establece la siguiente igualdad:

$$\Delta H^0 = \left(12\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f,CO}_2} + 10\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f,H}_2\text{O}}\right) - \left(4\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f, C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}\right)$$

$$4\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f, C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3} = \left(12\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f,CO}_2} + 10\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f,H}_2\text{O}}\right) - \Delta H^0$$

$$4\text{ mol}\cdot\Delta H^0_{\text{f, C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3} = \left[(12\text{ mol})(-393{,}5\text{ kJ mol}^{-1}) + (10\text{ mol})(-241{,}8\text{ kJ mol}^{-1})\right] - (-5700\text{ kJ})$$

$$\Delta H^0_{\text{f, C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3} = -360\text{ kJ mol}^{-1}$$

b) Para calcular la energía desprendida, primero hay que calcular los moles de dinamita contenidos en el cartucho de 1000 g y luego establecer la relación energética a partir del dato de la entalpía de la reacción, que es de 5700 kJ de energía desprendida por cada 4 moles de dinamita.

$$(1000\text{ g de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3)\left(\frac{1\text{ mol de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}{227\text{ g de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}\right)\left(\frac{5700\text{ kJ}}{4\text{ mol de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}\right) = 6278\text{ kJ}$$

c) $$(1000\text{ g de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3)\left(\frac{1\text{ mol de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}{227\text{ g de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}\right)\left(\frac{12\text{ mol de CO}_2}{4\text{ mol de C}_3\text{H}_5(\text{NO}_3)_3}\right)\left(\frac{22{,}4\text{ L de CO}_2}{1\text{ mol de CO}_2}\right) = 296\text{ L de CO}_2$$

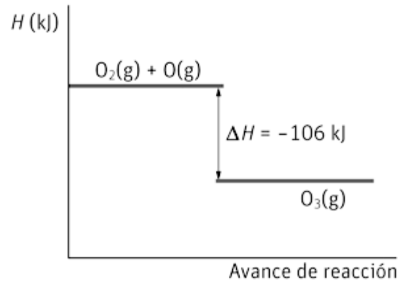
Diagramas energéticos

22. El ozono O_3 se produce en las capas altas de la atmósfera por reacción entre el oxígeno molecular y el oxígeno atómico que se ha formado por la acción catalítica de la radiación ultravioleta. Por cada mol de O_3 formado se desprenden 106 kJ.

a) Realiza el diagrama energético incluyendo reactivos, productos y la entalpía de reacción.

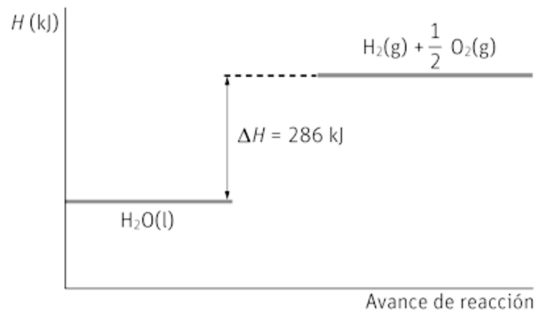
b) ¿A qué se llama agujero de la capa de ozono?

a) El diagrama de entalpía de la formación de ozono a partir de oxígeno molecular (O_2) y oxígeno atómico (O) con ΔH = –106 kJ (proceso exotérmico) es:



b) El llamado agujero en la capa de ozono consiste en la disminución de la concentración de ozono en una zona de la estratosfera donde la concentración de ozono es mayor que en el resto de la atmósfera. Esta capa de O_3 nos protege de la radiación ultravioleta.

23. Los científicos buscan agua en la Luna o planetas como Marte, pues permitiría obtener oxígeno e hidrógeno en los viajes espaciales. A partir del diagrama energético de la descomposición del agua:



a) Indica si exotérmica o endotérmica.

b) Indica la entalpía de la reacción para 1,5 mol de agua.

c) Calcula la energía necesaria para obtener 10 g de hidrógeno.

a) Del diagrama se deduce que la reacción de descomposición del agua es endotérmica, se produce con una absorción de energía ($\Delta H > 0$).

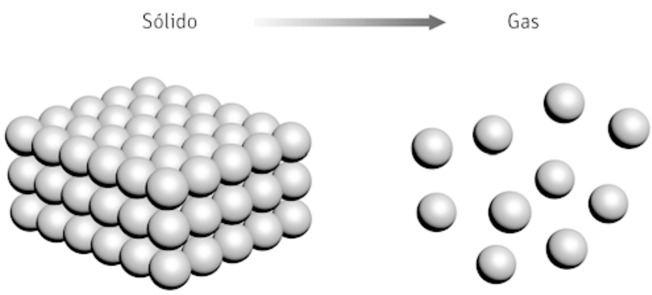
b) A partir de la entalpía de reacción indicada en el diagrama se calcula la energía necesaria para descomponer 1,5 mol de agua:

$$(1{,}5\text{ mol de H}_2\text{O})\left(\frac{286\text{ kJ}}{1\text{ mol de H}_2\text{O}}\right) = 429\text{ kJ}$$

c) $$(10\text{ g de H}_2)\left(\frac{1\text{ mol de H}_2}{2\text{ g de H}_2}\right)\left(\frac{286\text{ kJ}}{1\text{ mol de H}_2}\right) = 1430\text{ kJ}$$

Entropía y desorden

24. La figura representa el proceso directo que experimenta una sustancia química determinada:



a) Indica el nombre del proceso representado.

b) ¿Cuándo tiene la sustancia más desorden, en estado sólido o en estado gaseoso?

c) ¿Cuándo tiene menos entropía?

d) ¿Cómo variará la entropía si calentamos el gas?

a) El proceso representado es el cambio de estado de sólido a gas, sin pasar por el estado líquido (sublimación).

b) El estado gaseoso supone un desorden mayor que el estado sólido ya que las partículas (átomos o moléculas) que forman la sustancia están más alejadas y ocupan un mayor volumen.

c) Cuando la sustancia se encuentra en estado sólido forma un sistema más ordenado, como consecuencia, tendrá menor entropía que cuando se encuentra en estado gaseoso.

d) Al aumentar la temperatura, aumenta la velocidad y el volumen que ocupan las partículas del gas. Por tanto, aumenta el desorden de las partículas gaseosas y como consecuencia, se produce un aumento de entropía.

25. Predice razonadamente el cambio de entropía de las reacciones químicas:

a) $CO_2(s) \rightarrow CO_2(g)$

b) $CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)$

c) $2\ Mg(s) + O_2(g) \rightarrow 2\ MgO(s)$

d) $S(s) + H_2(g) \rightarrow H_2S(g)$

e) $C_4H_{10}(g) + 13/2\ O_2(g) \rightarrow 4\ CO_2(g) + 5\ H_2O(g)$

a) El dióxido de carbono sólido se transforma en gas, proceso que va acompañado de un aumento del desorden ya que las moléculas ocupan mayor volumen. Por lo tanto, la variación de entropía es positiva ($\Delta S > 0$).

b) El carbonato de calcio sólido se descompone en dos sustancias, siendo una de ellas un gas. Se produce un aumento en el desorden y por tanto, un aumento en la entropía ($\Delta S > 0$).

c) En la formación del óxido de magnesio se produce una sustancia a partir de dos reactivos, siendo uno de ellos un gas. Se produce una mayor organización de las moléculas y un aumento del orden del sistema, como consecuencia, la entropía disminuye ($\Delta S < 0$).

d) Al no variar el número de moles de gases es difícil predecir el cambio de entropía. La entropía del gas que aparece en el producto, H_2S, es de esperar que sea mayor que la del reactivo gaseoso, H_2, porque H_2S tiene mayor masa y mayor complejidad química. La entropía del reactivo sólido, *S*, será muy inferior a la de los gases, pero se suma a la del hidrógeno en los reactivos. Sin valores, no sabemos si esta suma será superior o inferior a la entropía del producto.

e) En los productos se forman más moles gaseosos que los presentes en los reactivos. Aumenta el desorden del sistema y por tanto, la entropía ($\Delta S > 0$).

26. Razona el signo de la variación de la entropía en los siguientes procesos:

a) El agua hierve.

b) El agua se congela.

c) La sal se disuelve en agua.

d) La madera arde.

e) El hierro expuesto al aire se oxida y forma herrumbre.

a) El cambio de estado de líquido a gas va acompañado de un aumento en el desorden y como consecuencia, de la entropía. El cambio de entropía es positivo ($\Delta S > 0$).

b) El cambio de estado de líquido a sólido supone un aumento del orden molecular disminuyendo la entropía. El cambio de entropía es negativo ($\Delta S < 0$).

c) El proceso de disolución supone un aumento en el desorden, se rompe la estructura ordenada del cristal iónico, y un aumento de la entropía ($\Delta S > 0$).

d) Al arder un combustible sólido, como la madera, se forman en los productos mayor número de moles y de gases. Esto supone un aumento del desorden y, por tanto, de la entropía ($\Delta S > 0$).

e) En la oxidación del hierro (sólido) por el oxígeno (gas) presente en el aire, se forma óxido de hierro (III) (sólido), lo que supone una disminución en el número de moles del sólido y del gas.

$$4\ Fe(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ Fe_2O_3(s)$$

La entropía disminuye debido a que se forma un sistema más ordenado que el inicial ($\Delta S < 0$).

27. Calcula la variación de entropía cuando se descompone un mol de carbonato de calcio, a 25 °C y 1 atm, según la reacción:

$$\mathbf{CaCO_3(s) \rightarrow CaO(s) + CO_2(g)}$$

Datos de entropías estándar: $S^0_{CaO} = 40\ JK^{-1}\ mol^{-1}$; $S^0_{CaCO_3} = 93\ JK^{-1}\ mol^{-1}$; $S^0_{CO_2(g)} = 214\ JK^{-1}\ mol^{-1}$

La variación de entropía se calcula a partir de la expresión: $\Delta S = \sum\left(n_p S^0_{productos}\right) - \sum\left(n_r S^0_{reactivos}\right)$

$$\Delta S^0 = \left(S^0_{CaO} + S^0_{CO_2}\right) - S^0_{CaCO_3} = (40 + 214 - 93)\ JK^{-1} = 161\ JK^{-1}$$

28. Determina la variación de entalpía y la variación de entropía para la combustión del etanol:

$$\mathbf{CH_3\text{–}CH_2OH(l) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ CO_2(g) + 3\ H_2O(l)}$$

Sustancias	ΔH^0_f (kJ mol^{-1})	S^0 (J K^{-1} mol^{-1})
CH_3-$CH_2OH(l)$	–277,7	167,7
$O_2(g)$	0	205
$CO_2(g)$	–393,5	213,6
$H_2O(l)$	–285,8	69,9

$$\Delta H^0 = \sum\left(n_p \Delta H^0_{f,p}\right) - \sum\left(n_r \Delta H^0_{f,r}\right) = \left(2\ mol \cdot \Delta H^0_{f,CO_2} + 3\ mol \cdot \Delta H^0_{f,H_2O}\right) - \left(1\ mol \cdot \Delta H^0_{f,CH_3OH} + 3\ mol \cdot \Delta H^0_{f,O_2}\right)$$

$$\Delta H^0 = \left[(2\ mol)(-393{,}5\ kJmol^{-1}) + (3\ mol)(-285{,}8\ kJ\ mol^{-1})\right] - \left[(1\ mol)(-277{,}7\ kJ\ mol^{-1}) + (3\ mol)(0\ kJ\ mol^{-1})\right]$$

$$\Delta H^0 = -1366{,}7\ kJ$$

$$\Delta S = \sum\left(n_p S^0_{productos}\right) - \sum\left(n_r S^0_{reactivos}\right)$$

$$\Delta S^0 = \left(2\ S^0_{CO_2} + 3\ S^0_{H_2O}\right) - \left(S^0_{CH_3OH} + 3\ S^0_{O_2}\right)$$

$$\Delta S^0 = \left[(2\ mol)(213{,}6\ JK^{-1}mol^{-1}) + (3\ mol)(69{,}9\ JK^{-1}mol^{-1})\right] - \left[(1\ mol)(167{,}7\ JK^{-1}mol^{-1}) + (3\ mol)(205\ JK^{-1}mol^{-1})\right]$$

$$\Delta S^0 = -145{,}8\ J\,K^{-1}$$

Energía libre de Gibbs y espontaneidad

29. Para ir a surfear hay que tener en cuenta algunas variables, entre ellas, el estado del mar y el estado del tiempo.

a) Para que un proceso químico se produzca, ¿qué dos variables de estado hay que tener en cuenta?

b) ¿Cómo se llama la función de estado que relaciona esas dos variables de estado?

c) ¿Qué signo tiene la variación de dicha función de estado en un proceso que sea espontáneo?

a) La espontaneidad de un proceso químico viene determinado por dos variables de estado: la entalpía y la entropía.

b) La función de estado que relaciona la entalpía y la entropía (junto a la temperatura absoluta) se denomina energía libre: $G = H - TS$.

c) En un proceso espontáneo la variación de energía libre tiene que ser menor que cero, esto indica que debe disminuir en todos los procesos espontáneos.

Proceso espontáneo: $\Delta G < 0$

30. Razona en qué condiciones son espontáneos los procesos que se indican:

a) $\Delta H > 0$, $\Delta S > 0$

b) $\Delta H < 0$, $\Delta S < 0$

c) $\Delta H > 0$, $\Delta S < 0$

d) $\Delta H < 0$, $\Delta S > 0$

a) El factor entrópico favorece la espontaneidad y el entálpico se opone. El proceso es espontáneo, $\Delta G < 0$, a temperaturas suficientemente altas.

b) El factor entálpico favorece la espontaneidad y el entrópico se opone. El proceso es espontáneo, $\Delta G < 0$, a temperaturas suficientemente bajas.

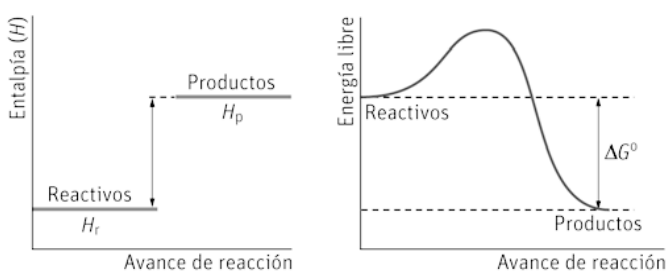
c) Los dos factores, el entálpico y el entrópico se oponen a la espontaneidad El proceso no es espontáneo independientemente de la temperatura.

d) Los dos factores favorecen la espontaneidad y por tanto, es espontáneo a cualquier temperatura.

31. Completa los signos que faltan en la tabla que contiene los términos que determinan la espontaneidad de un proceso.

Sustancias			Espontaneidad del proceso
ΔH	**$T\Delta S$**	**ΔG**	
(–)	(+)	**(–)**	A cualquier temperatura.
(–)	(–)	(–)	A baja temperatura.
(–)	**(–)**	(+)	En sentido contrario, a altas temperaturas.
(+)	**(+)**	(–)	A alta temperatura.
(+)	(+)	(+)	En sentido contrario, a bajas temperaturas.
(+)	**(–)**	(+)	A ninguna temperatura. En sentido opuesto, a cualquier temperatura.

32. Interpreta los diagramas de entalpía y de energía libre de Gibbs para el proceso químico representado:



A partir de dichos diagramas, indica razonadamente cómo deberían ser la variación de entropía del proceso y la temperatura para que el proceso sea espontáneo.

La primera gráfica indica que la entalpía de los productos es mayor que la entalpía de los reactivos, luego la entalpía aumenta y la variación de entalpía será positiva: $\Delta H > 0$.

En la segunda gráfica se observa que la energía libre es menor en los productos que en los reactivos, esto indica que la energía libre disminuye y su variación será negativa: $\Delta G < 0$.

Para que el proceso se produzca de forma espontánea, la variación de entropía debe ser positiva $\Delta S > 0$ y la temperatura tiene que ser suficientemente alta.

33. Para la reacción de formación del dióxido de carbono:

$$C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$$

a) Calcula la variación de energía libre.

b) Indica si el proceso será espontáneo.

Datos: $\Delta H^0_{f,CO_2(g)} = -394$ **kJ mol**$^{-1}$**;** $\Delta S^0_{f,CO_2(g)} = 3$ **J K**$^{-1}$ **mol**$^{-1}$

La energía libre se obtiene a partir de la variación de entalpía y la variación de entropía. Para deducir la espontaneidad del proceso hay que analizar el signo de la energía libre.

a) $\Delta G^0 = \Delta H^0 - T\Delta S^0 = (-394\,000 \text{ J}) - (298 \text{ K})(3 \text{ J K}^{-1}) = -3{,}95 \cdot 10^5 \text{ J} = -395 \text{ kJ}$

b) El proceso es espontáneo a 25 ºC porque $\Delta G^0 > 0$. Suponiendo que ΔH y ΔS no varían con la temperatura, el proceso será espontáneo a cualquier temperatura porque $\Delta H^0 < 0$ y $\Delta S^0 > 0$.

34. Dadas las siguientes reacciones, en condiciones estándar (1 atm, 25 °C).

Reacciones químicas	ΔH^0_f (kJ mol^{-1})	S^0 (J K^{-1} mol^{-1})
$1/2\ H_2(g) + 1/2\ I_2(s) \rightarrow HI(g)$	25,94	346,3
$2(NO)_2(g) \rightarrow N_2O_4(g)$	–58,16	–737,7
$S(s) + H_2(g) \rightarrow H_2S(g)$	–16,73	181,9

Deduce:

a) Las que son espontáneas a todas las temperaturas.

b) Las que son espontáneas a bajas temperaturas y no espontáneas a altas temperaturas.

c) Las que son espontáneas a altas temperaturas y no espontáneas a bajas temperaturas.

a) La tercera reacción presenta $\Delta H < 0$ y $\Delta S > 0$, lo que indica que se producirá de forma espontánea a cualquier temperatura.

b) La segunda reacción presenta $\Delta H < 0$ y $\Delta S < 0$, será espontánea a temperaturas suficientemente bajas.

c) La primera reacción presenta $\Delta H > 0$ y $\Delta S > 0$, será espontánea a altas temperaturas y no espontánea a bajas temperaturas.

35. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

36. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La química y… los seres vivos

1. **Explica mediante la ley de Hess lo que sucede con la energía que proporciona un alimento, si su proceso de obtención transcurre directamente o a través de varias etapas.**

   Según la ley de Hess, la energía que proporciona un alimento es la misma si se obtiene a través de un solo paso (combustión) o a través de varios (metabolismo).

2. **Mediante el primer principio de la termodinámica, razona los efectos de la carencia de alimentos en un ser vivo.**

   Si un ser vivo no recibe aporte de alimentos que le proporcionen energía ($\Delta Q = 0$), su energía interna irá disminuyendo al realizar trabajo ($\Delta U = \Delta W$), y solo podrá seguir realizando trabajo (y seguir viviendo) hasta que se agote la energía almacenada en su organismo ($\Delta U = 0$).

AUTOEVALUACION

1. **Según el primer principio de la termodinámica, la energía interna de un sistema aumenta cuando:**

   a) Cede calor y realiza trabajo.

   b) Absorbe calor y realiza trabajo.

   c) Cede calor y se realiza trabajo sobre él.

   d) Absorbe calor y se realiza trabajo sobre él.

   d

2. **Indica qué reacciones son endotérmicas:**

   a) C(grafito) $\rightarrow$ C(diamante) $\Delta H = 2$ kJ

   b) $S(s) + H_2(g) \rightarrow H_2S(g)$ $\Delta H = -20$ kJ

   c) $Mg(s) + 1/2\ O_2(g) \rightarrow MgO(s) + 602$ kJ

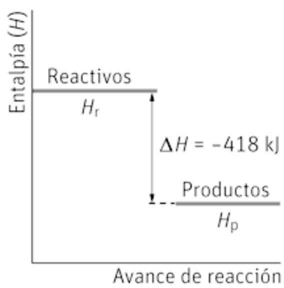
   d) $N_2(g) + O_2(g) + 180$ kJ $\rightarrow 2\ NO(g)$

   a y d

3. **Indica las opciones correctas para el proceso representado:**

   a) La energía de los productos es mayor que la energía de los reactivos.

   b) La reacción es exotérmica y se desprenden 418 kJ



   c) La reacción inversa es endotérmica y desprende 418 kJ

   d) La reacción inversa es endotérmica y absorbe 100 kcal.

   b y d

4. **Deduce cuál es el valor de la entalpía de la reacción de la síntesis de 5 mol de amoniaco a partir de la siguiente reacción química:**

   $$N_2(g) + 3\ H_2(g) \rightarrow 2\ NH_3(g) + 92 \text{ kJ}$$

   a) $\Delta H = -92$ kJ

   b) $\Delta H = +230$ kJ

   c) $\Delta H = -230$ kJ

   d) $\Delta H = -460$ kJ

   c

5. **Considerando el grado de desorden de los reactivos y los productos, y la molecularidad, predice el signo de la variación de entropía para las siguientes reacciones químicas:**

   a) $I_2(s) \rightarrow I_2(g)$

   b) $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ NO(g)$

   c) $2\ H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2\ H_2O(l)$

   d) $4\ Fe(s) + 3\ O_2(g) \rightarrow 2\ Fe_2O_3(s)$

   a) positivo; b) no se puede predecir, c) y d) negativo.

6. **Indica en qué condiciones es espontánea una reacción en la que las variaciones de entalpía y de entropía tienen valores positivos.**

   a) Nunca puede ser espontánea.

   b) Solo a temperaturas elevadas.

   c) Solo a bajas temperaturas.

   d) A cualquier valor de la temperatura.

   b

8 El movimiento

ACTIVIDADES

1. La posición de un móvil viene dada por $x(t) = 4t - 10$, en unidades del SI. Determina la posición para $t = 2$ s y $t = 3$ s, el desplazamiento y el espacio recorrido en ese tiempo.

Sustituyendo el tiempo en la expresión de la posición:

$$x(2) = 4 \cdot 2 - 10 = -2 \text{ m}$$

$$x(3) = 4 \cdot 3 - 10 = 2 \text{ m}$$

El desplazamiento es: $\Delta x = x_f - x_o = (2 \text{ m}) - (-2 \text{ m}) = 4 \text{ m}$

El espacio recorrido coincide con el desplazamiento: $e = 4$ m

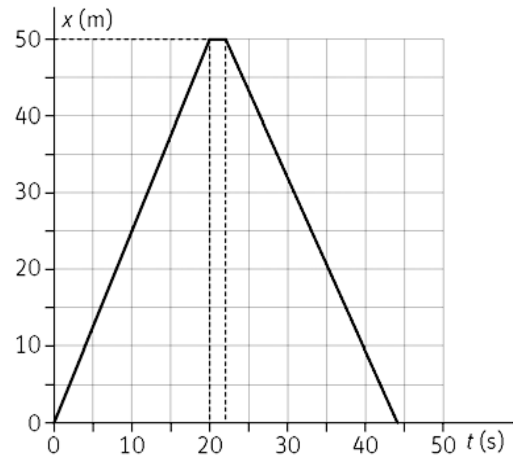
2. Dibuja la gráfica *x*-*t* para el movimiento unidimensional de una persona que realiza el siguiente recorrido: sale de su casa y recorre 50 m en 20 s; se para durante 2 s, y vuelve a su casa a buscar el teléfono móvil en 22 s.

Inicialmente la persona parte del origen, esto se corresponde con el punto en la gráfica (0, 0).

Recorre 50 m en 20 s. Es el punto (20, 50) de la gráfica.

Como se para 2 s, su posición no varía, pero sí cambia la coordenada temporal. El punto es el (22, 50).

Finalmente, después de andar durante 22 s, vuelve al punto de partida. El punto final es (44, 0).



3. Las coordenadas de dos posiciones sucesivas de un móvil son A(−1, 3) y B(2, 5), expresadas en metros.

a) Halla el vector desplazamiento y su módulo.

b) Con estos datos, ¿puedes indicar el tipo de trayectoria?

a) Posición inicial: $\vec{r}_0 = (-\vec{i} + 3\vec{j})$ m

Posición final es $\vec{r}_f = (2\vec{i} + 5\vec{j})$ m

Desplazamiento: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = (2\vec{i} + 5\vec{j}) - (-\vec{i} + 3\vec{j}) = (3\vec{i} + 2\vec{j})$ m

Módulo del vector desplazamiento: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (-2 \text{ m})^2} = \sqrt{13}$ m

b) No, se necesita conocer $\vec{r}(t)$.

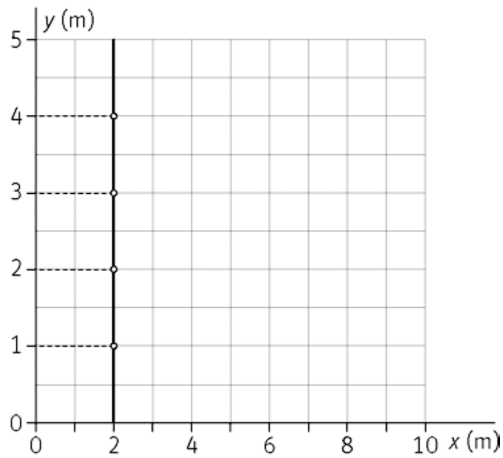
4. Estudiando el movimiento de una pelota, se determina que su ecuación es: $\vec{r}(t) = 2\vec{i} + t\,\vec{j}$ en unidades del SI.

a) Representa la trayectoria.

b) Calcula el desplazamiento para el intervalo $t = 1$ s y $t = 4$ s.

a) Para representar la trayectoria se dan valores en la ecuación del movimiento.

t(s)	0	1	2	3	4
$\vec{r}$ (m)	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)



b) Para t =1 s, $\vec{r}(1) = (2\vec{i} + \vec{j})$ m , y para t = 4 s, $\vec{r}(4) = (2\vec{i} + 4\vec{j})$ m , entonces:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(4) - \vec{r}(1) = (2\vec{i} + 4\vec{j}) - (2\vec{i} + \vec{j}) = (3\vec{j})\text{ m}$$

5. Un atleta recorre una pista aproximadamente circular, de 60 m de radio en el sentido de las agujas del reloj. Si comienza a moverse en el punto (0 m, 60 m), y el centro de la circunferencia está en el (0 m, 0 m), calcula el espacio recorrido y el desplazamiento en los siguientes casos:

a) Cuando el atleta ha recorrido un cuarto de vuelta.

b) Cuando ha recorrido media vuelta.

c) Cuando ha dado una vuelta completa.

a) $e = \dfrac{2\pi r}{4} = \dfrac{2\pi(60\text{ m})}{4} = 94{,}2\text{ m}$

$\vec{r}_0 = (60\vec{j})\text{ m}; \vec{r}_f = (60\vec{i})\text{ m} \Rightarrow \Delta\vec{r} = \left(60\vec{i} - 60\vec{j}\right)\text{ m}$

b) $e = \dfrac{2\pi r}{2} = \dfrac{2\pi(60\text{ m})}{2} = 188{,}4\text{ m}$

$\vec{r}_0 = (60\vec{j})\text{ m}; \vec{r}_f = (-60\vec{j})\text{ m} \Rightarrow \Delta\vec{r} = \left(-120\vec{j}\right)\text{ m}$

c) $e = 2\pi r = 2\pi \cdot (60\text{ m}) = 376{,}8\text{ m}$

$\Delta\vec{r} = 0\text{ m}$

6. Un conductor circula desde Madrid hasta Jaén. En los primeros 100 km emplea 2 h porque había mucho tráfico. Se detiene a descansar durante 30 min para luego emprender la marcha, tardando 2,5 h en los últimos 200 km. Determina la velocidad media.

La velocidad media escalar es: $v_m = \dfrac{e}{\Delta t}$

El espacio total recorrido es: e = 100 km + 200 km = 300 km

El tiempo invertido en recorrer dicho espacio: t = 2 h + 0,5 h + 2,5 h = 5 h

$$v_m = \frac{(300\text{ km})}{(5\text{ h})} = 60\text{ km h}^{-1}$$

7. La posición de un móvil sobre una trayectoria rectilínea viene dada por la ecuación: $s(t) = 5 - 2t$, donde s está expresada en metros y t en segundos. Calcula:

a) La velocidad media entre $t = 1$ y $t = 4$ s.

b) ¿En qué sentido se produce el movimiento?

a) $s(1) = 5 - 2 \cdot 1 = 3$ m; $s(4) = 5 - 2 \cdot 4 = -3$ m $\Rightarrow v_m = \dfrac{s(4)-s(1)}{\Delta t} = \dfrac{(-3-3)\text{ m}}{(4-1)\text{ s}} = \dfrac{(-6\text{ m})}{(3\text{ s})} = -2\text{ m s}^{-1}$

b) Como la velocidad es negativa el sentido del movimiento también lo es.

8. Un nadador se lanza a cruzar un río. Su vector posición en función del tiempo es: $\vec{r} = \left(1{,}2t\,\vec{i} + 4\,\vec{j}\right)$ m. Calcula:

a) El desplazamiento entre $t = 1$ s y $t = 3$ s.

b) El vector velocidad media.

a) Se calcula el vector de posición para los tiempos 1 s y 3 s.

$$\left.\begin{aligned}\vec{r}(1) &= \left(1{,}2\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m}\\ \vec{r}(3) &= \left(1{,}2\cdot 3\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m} = \left(3{,}6\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m}\end{aligned}\right\}\Delta\vec{r} = \vec{r}(3) - \vec{r}(1) = \left(3{,}6\vec{i} + 4\vec{j}\right) - \left(1{,}2\vec{i} + 4\vec{j}\right) = \left(2{,}4\vec{i}\right)\text{m}$$

b) $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\left(2{,}4\vec{i}\right)\text{m}}{(2\text{ s})} = \left(1{,}2\vec{i}\right)\text{m s}^{-1}$

9. La posición de un elevador neumático con movimiento rectilíneo está dada por la ecuación: $y = 8t^2 + t$, con y expresada en metros y t en segundos.

Calcula su velocidad instantánea en los instantes $t = 0$ s y $t = 2$ s.

La velocidad instantánea es la derivada de posición respecto del tiempo: $v(t) = \dfrac{dy}{dt} = 16t + 1$

Y así; para $t = 0$ s $\Rightarrow$ $v(0) = 1$ m s^{-1} y para $t = 2$ s $\Rightarrow v(2) = 16 \cdot 2 + 1 = 33$ m s^{-1}

10. Un diseñador web crea una animación en la que un punto en la pantalla del ordenador tiene como vector de posición: $\vec{r} = \left[\left(4 + 2{,}5t^2\right)\vec{i} + \left(4 + 5t\right)\vec{j}\right]$cm, ($t$ expresada en segundos). Calcula el vector velocidad instantánea y la rapidez del punto en $t = 2$ s.

La velocidad instantánea se obtiene derivando el vector de posición: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left(5t\,\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1}$

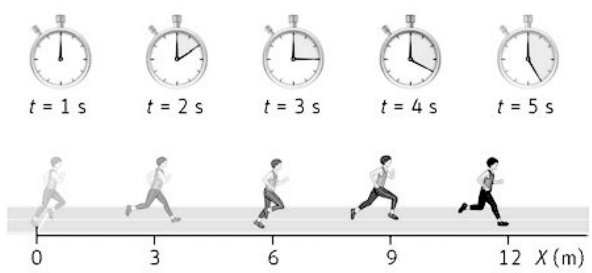
Para $t = 2$ s $\Rightarrow \vec{v}(2) = \left(5\cdot 2\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1} = \left(10\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1}$

La rapidez es el módulo del vector velocidad: $|\vec{v}| = \sqrt{\left(10\text{ cm s}^{-1}\right)^2 + \left(5\text{ cm s}^{-1}\right)^2} = 11{,}2\text{ cm s}^{-1}$

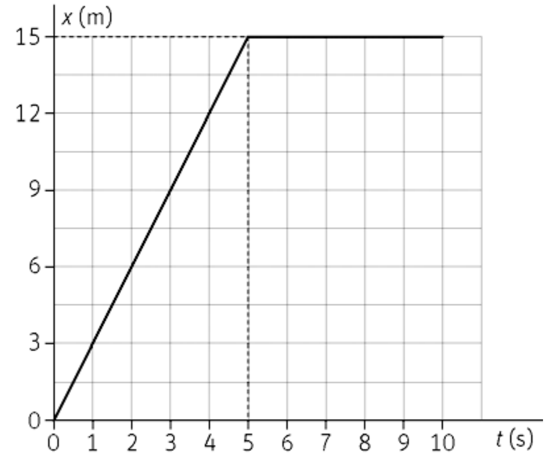
11. En la siguiente imagen se muestran las sucesivas posiciones que ocupa un atleta en su entrenamiento.

a) Teniendo en cuenta que en los 5 segundos posteriores el atleta descansa, dibuja la gráfica x-t.

b) Calcula la pendiente de la gráfica en cada tramo y extrae una conclusión del resultado.



a) Se representan los datos en una gráfica *x*-*t*.



b) El primer tramo de la gráfica *x*-*t* es una línea recta de pendiente constante y positiva. El atleta se mueve con velocidad constante de izquierda a derecha.

El segundo tramo representa al atleta en reposo.

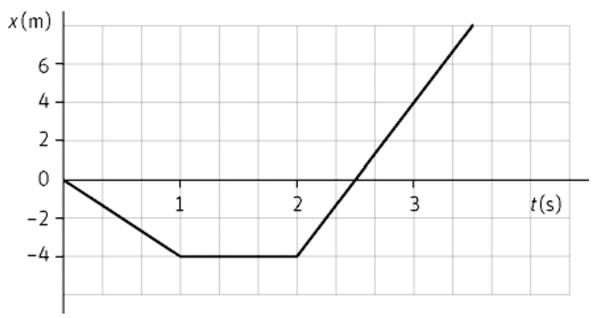
La pendiente se determina calculando $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .Tomando los puntos (2, 6) y (4, 12). La pendiente es:

$$\text{pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(12-6)\text{ m}}{(4-2)\text{ s}} = 3\text{ m s}^{-1}$$

En el segundo tramo la pendiente es nula.

La pendiente tiene unidades de velocidad, por lo tanto, la pendiente de la gráfica *x*-*t* nos da la velocidad del móvil.

12. Observa la siguiente gráfica *x*-*t* y responde a las cuestiones:



a) Calcula la pendiente en cada tramo de la gráfica *x*-*t* adjunta y describe el movimiento.

b) Describe el movimiento en una dimensión.

a) En el primer tramo la pendiente es: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-4-0)\text{ m}}{(1-0)\text{ s}} = -4\text{ m s}^{-1}$

El movimiento es uniforme.

En el segundo tramo la pendiente es cero, el cuerpo está en reposo.

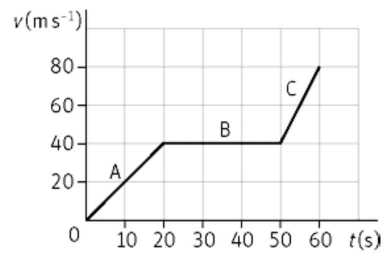
En el tercer tramo, se toman dos puntos de la recta, por ejemplo, $x = -4$ m, $x = 4$ m.

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(4+4)\text{ m}}{(3-2)\text{ s}} = 8\text{ m s}^{-1}$$

El movimiento es uniforme.

b) El móvil en el primer tramo se dirige hacia la parte negativa del eje *X*. En el segundo tramo permanece en reposo. En el tercer tramo se mueve hacia la parte positiva del eje *X*.

13. Una moto de nieve se mueve de acuerdo con la gráfica *v-t* que se muestra en la figura. ¿Cuál es la aceleración media de la moto en cada uno de los segmentos A, B y C?



Tramo A: $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(40-0)\ \text{m s}^{-1}}{(20-0\ )\ \text{s}} = 2\ \text{m s}^{-2}$

Tramo B: La pendiente es horizontal, por lo tanto la aceleración es cero.

Tramo C: $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(80-40)\text{m s}^{-1}}{(60-50\ )\text{s}} = 4\ \text{m s}^{-2}$

14. Un cuerpo se mueve según el vector de posición (en unidades del SI), $\vec{r} = (3t^2 - t)\vec{i} + 2t^2\,\vec{j}$. Calcula:

a) La velocidad media entre $t = 0$ s y $t = 3$ s.

b) La velocidad instantánea para $t = 3$ s.

c) La aceleración para $t = 0$ s.

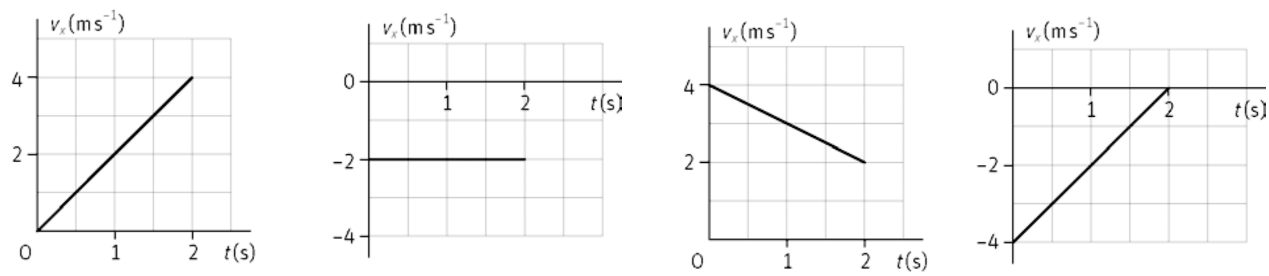
a) $\left.\begin{matrix}\vec{r}\,(0) = 0\ \text{m} \\ \vec{r}\,(3) = (24\vec{i} + 18\vec{j})\ \text{m}\end{matrix}\right\} \Rightarrow \vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{(24\vec{i} + 18\vec{j})\ \text{m}}{(3-0)\ \text{s}} = (8\vec{i} + 6\vec{j})\ \text{m s}^{-1}$

b) $\vec{v}_m = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left[(6t-1)\vec{i} + 4t\,\vec{j}\right]\text{m s}^{-1} \Rightarrow \vec{v}\,(3) = (17\vec{i} + 12\vec{j})\ \text{m s}^{-1}$

c) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (6\vec{i} + 4\vec{j})\ \text{m s}^{-2}$

15. Observa las siguientes gráficas:

a) **b)** **c)** **d)**



Indica razonadamente si el móvil posee o no aceleración.

a) Como la velocidad varía con el tiempo, sí tiene aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica v_x-t positiva, el movimiento es uniformemente acelerado con $a > 0$.

b) La velocidad permanece constante con el tiempo y además la gráfica nos indica que el movimiento es en el eje *X*, por lo tanto no tiene aceleración.

c) Como la velocidad disminuye con el tiempo, sí posee aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica *v-t* negativa, el movimiento es uniformemente acelerado con $a < 0$.

d) Como la velocidad varía con el tiempo, si tiene aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica *v-t* positiva, el movimiento es uniformemente acelerado con $a > 0$.

16. El vector de posición de un cuerpo es $\vec{r} = \left[(3t-1)\vec{i} + 2t^3\vec{j}\right]$ m.

a) Calcula el vector $\vec{v}$ y su módulo en cualquier instante.

b) Determina el vector $\vec{a}$ y el valor de a_t en t = 1 s.

a) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left(3\vec{i} + 6t^2\vec{j}\right)\,\text{m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{9+36t^4}\,\text{ m s}^{-1}$

b) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \left(12t\,\vec{j}\right)\,\text{m s}^{-2}$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{9+36t^4}\right) = \frac{72t^3}{\sqrt{9+36t^4}} \Rightarrow a_t(1) = 10{,}7\ \text{m s}^{-2}$$

17. Indica el valor de la aceleración centrípeta de un cochecito de tiovivo si gira con un radio de 3,0 m y la velocidad del cochecito es 2,0 m s^{-1}.

La aceleración centrípeta es: $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{\left(2{,}0\ \text{m s}^{-1}\right)^2}{(3{,}0\ \text{m})} = 1{,}3\ \text{m s}^{-2}$

18. Indica el valor de la aceleración normal de un móvil en un punto de una trayectoria curvilínea si el valor de a_t es 3,0 m s^{-2} y la aceleración total vale a = 5,0 m s^{-2}.

La aceleración es: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow 5{,}0\ \text{m s}^{-2} = \sqrt{\left(3{,}0\ \text{m s}^{-2}\right)^2 + a_n^2}$

Y despejando la aceleración normal se obtiene un valor para la misma de 4,0 m s^{-2}.

19. Indica si existe aceleración en los siguientes casos, indicando sus posibles componentes intrínsecas.

a) Un tren eléctrico cuando gira en una pista circular de 2 m de radio con una velocidad de 3 km h^{-1}.

b) Un automóvil al iniciar su marcha, cuando el semáforo ha cambiado de rojo a verde.

c) Un ciclista que toma la primera curva al bajar un puerto.

d) Un coche de Fórmula 1 cuando lleva una velocidad constante de 250 km h^{-1} en la recta de llegada.

a) El tren describe una curva, cambia la dirección de la velocidad, posee aceleración normal.

b) Cambia el módulo de la velocidad, posee aceleración tangencial.

c) Cambia el módulo de la velocidad y la dirección, luego posee aceleración tangencial y normal.

d) Si su velocidad es constante y su movimiento es rectilíneo, no posee aceleración.

Movimiento en una dimensión

20. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones:

a) Si un objeto se mueve durante 10 s, su desplazamiento no puede ser cero.

b) Un móvil se mueve a gran velocidad durante 30 s y se para. Su velocidad media puede ser cero.

c) Un coche está acelerando si su velocidad es muy alta.

a) Falsa. el objeto a podido cambiar de sentido y volver al punto inicial.

b) Depende. Si ha cambiado de sentido, el desplazamiento puede ser cero, por lo tanto la velocidad media también. La rapidez media no es cero.

c) Falso. Sólo tiene aceleración si cambia el módulo o la dirección de la velocidad.

21. Un corredor se desplaza desde *x* = 0 m a *x* = 50 m entre los tiempos *t* = 0 y *t* = 10 s. Seguidamente entre *t* = 10 s y *t* = 15 s, el corredor va de *x* = 50 m a *x* = 25 m. ¿Coinciden el desplazamiento con la distancia que ha recorrido el corredor en cada uno de los dos intervalos de tiempo?

En el primer intervalo de tiempo Δx = 50 m. La distancia recorrida es 50 m. Sí coinciden el desplazamiento y la distancia recorrida.

En el segundo intervalo de tiempo Δx = 25 – 50 = –25 m. La distancia recorrida es 25 m. Coinciden numéricamente, pero el desplazamiento nos indica que el corredor ha vuelto hacia atrás.

22. Si has ido a esquiar habrás observado que hay esquiadores que realizan el descenso de una pista haciendo "eses" y otros, más arriesgados, lo realizan en línea recta. Si los dos esquiadores parten del mismo punto, razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Los dos han realizado el mismo desplazamiento.

b) Los dos han recorrido la misma distancia.

c) Ambos bajaron con la misma velocidad media si tardaron lo mismo.

a) Verdadero, el desplazamiento es: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0$

Como las posiciones final e inicial coinciden, el desplazamiento es el mismo.

b) Falso. El que baja haciendo eses recorre una distancia (recorrido) mayor.

c) Verdadero. La $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, como $\Delta\vec{r}$ es el mismo, la $\vec{v}_m$ también. Sin embargo, la rapidez media de ambos es diferente.

23. Un barco cruza un río de 600 m de ancho en 1 min y 12 s.

a) ¿Cuál es su velocidad media?

b) Si el barco hace el viaje de vuelta en 58 s, ¿cuál es la velocidad media en ese trayecto?

c) Determina la velocidad media del viaje de ida y de vuelta.

a) $v_m = \dfrac{(600\text{ m})}{(72\text{ s})} = 8{,}3\text{ m s}^{-1}$

b) $v_m = \dfrac{(-600\text{ m})}{(58\text{ s})} = -10{,}3\text{ m s}^{-1}$

c) Al no existir variación en la posición, el vector velocidad media es nulo: $\Delta\vec{r} = 0 \Rightarrow \vec{v}_m = 0\text{ m s}^{-1}$

Mientras que la rapidez media será: $v_m = \dfrac{e}{\Delta t} = \dfrac{(600+600)\text{ m}}{(72-58)\text{ s}} = 9{,}2\text{ m s}^{-1}$

24. La posición de un móvil que se desplaza a lo largo del eje *X* viene dada por $x(t) = t^2 - 10t - 2$, en unidades del SI. Calcula:

a) La posición inicial y las posiciones para *t* = 2 s y *t* = 10 s.

b) ¿En qué instante el móvil cambia de sentido?

c) La velocidad media entre los instantes del apartado a).

d) La rapidez y la aceleración para *t* = 2 s.

a) Sustituyendo en la ecuación de la posición los diferentes valores del tiempo:

$$x(0) = -2\text{ m};\ x(2) = -18\text{ m y } x(10) = -2\text{ m}$$

b) El móvil cambiará de sentido cuando lo haga su velocidad. Ésta se calcula derivando la posición respecto del tiempo.

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} = (2t - 10)\text{ m s}^{-1}$$

Igualando la velocidad instantánea a cero se calcula dicho tiempo: $(2t - 10) = 0 \Rightarrow t = 5$ s

c) $v_m = \dfrac{(-2+18)\ \text{m}}{(10-2)\ \text{s}} = 2\ \text{m s}^{-1}$

d) Para calcular la rapidez se sustituye en la ecuación de la velocidad: $v(2) = 2 \cdot 2 - 10 = -6\ \text{m s}^{-1}$

La aceleración: $a = \dfrac{dv}{dt} = 2\ \text{m s}^{-2}$

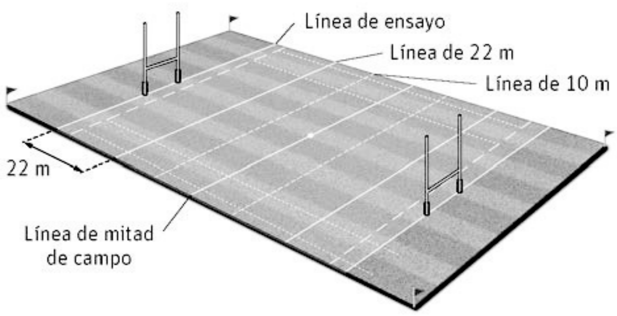
25. Se ha determinado experimentalmente que la velocidad que alcanza una pelota impulsada con la mano por un jugador de pelota vasca, puede alcanzar los 100 km h^{-1} al chocar con el frontón y unos 90 km h^{-1} tras rebotar en él.

Con ayuda de una cámara de alta velocidad se ha determinado que la pelota está en contacto con el frontón 3,50 · 10^{-2} s. Calcula la aceleración media de la pelota durante ese intervalo de tiempo.

Considerado el sentido hacia el frontón como negativo: 100 km h^{-1} = 27,8 m s^{-1}; 90 km h^{-1} = 25 m s^{-1}

$$a_m = \frac{(25+27{,}8)\ \text{m s}^{-1}}{(3{,}5 \cdot 10^{-2})\ \text{s}} = 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-2}$$

26. Un jugador de rugby recibe el balón en la línea de 22 y corre hasta realizar un ensayo, tardando 3,1 s en recorrer la distancia entre ambas líneas.



a) Calcula la velocidad media suponiendo que se tome el origen de coordenadas en la línea de ensayo.

b) ¿Cambiará dicha velocidad si se toma el origen de coordenadas en el centro del campo?

c) Con los datos del problema, ¿podríamos decir que ha corrido en línea recta?

a) Según los datos, la posición inicial es de 22 m y la final de 0 m.

$$v_m = \frac{(0-22)\ \text{m}}{(3{,}1)\ \text{s}} = -7{,}1\ \text{m s}^{-1}$$

b) La velocidad media es independiente del sistema de referencia elegido. Esto se puede comprobar matemáticamente. Si suponemos que el centro del campo se encuentra a 50 m (posición inicial), la final será de 28 m. Sustituyendo estos datos en la ecuación de la velocidad media:

$$v_m = \frac{(28-50)\ \text{m}}{(3{,}1)\ \text{s}} = -7{,}1\ \text{m s}^{-1}$$

c) No. Sólo nos da posición inicial y final, no nos indica nada sobre su trayectoria. Los jugadores, generalmente, driblan a los jugadores del equipo contrario, por lo tanto no suelen correr en línea recta.

27. En 1997 se superó por primera vez la velocidad del sonido con un coche propulsado con dos motores a reacción. Para ello, el conductor hizo dos carreras, una en cada sentido. En la primera cubrió la distancia de 1609 m en 4,720 s. Cuando lo hizo en el sentido contrario cubrió la misma distancia en 4,695 s. Determina la velocidad media en cada tramo.

Sentido positivo $v_m = \dfrac{(1609-0)\ \text{m}}{(4{,}720)\ \text{s}} = 341\ \text{m s}^{-1}$. Sentido contrario $v_m = \dfrac{(0-1609)\text{m}}{(4{,}720)\text{s}} = -343\ \text{m s}^{-1}$

28. Durante una parte de la caída de un paracaidista su velocidad aumenta desde 16 m s^{-1} hasta 28 m s^{-1} en 1,3 s. Tras abrirse el paracaídas, su velocidad disminuye de 48 a 26 m s^{-1} en 11 s. En ambos casos determina el módulo y el sentido de la aceleración media

Considerando el sentido de la caída negativo. $v_0 = -16$ m s^{-1}; $v_f = -28$ m s^{-1}

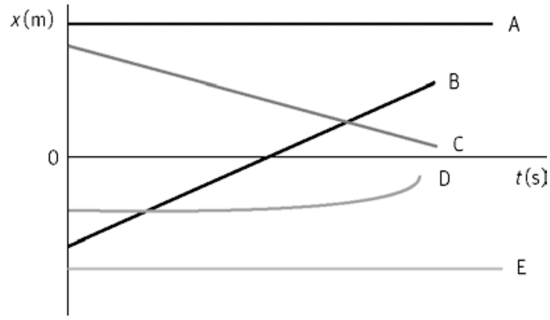
$$a_m = \frac{(-28+16)\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{(1{,}2)\ \text{s}} = -10\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Con paracaídas: $v_0 = -48$ m s^{-1}; $v_f = -26$ m s^{-1}

$$a_m = \frac{(-26+48)\ \text{m}\,\text{s}^{-1}}{(11)\ \text{s}} = 2{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Estudio gráfico del movimiento

29. En la grafica posición-tiempo se representa el movimiento de diferentes objetos. Responde, de forma razonada, a las siguientes cuestiones.



a) ¿Qué objetos están en reposo?

b) ¿Qué objeto tiene aceleración?

c) ¿Quién tiene mayor rapidez B o C?

d) ¿Qué objeto cambia de sentido?

e) ¿Qué objeto se nueve en el mismo sentido que B?

a) Los que tienen pendiente nula: A y E.

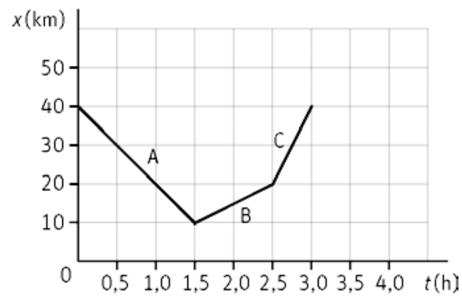
b) Aquellos que tengan pendiente variable, es decir, la gráfica sea curva: D.

c) El de mayor pendiente, es decir, el B.

d) Ninguno. Para cambios de sentido debe cambiar la pendiente de positiva a negativa o viceversa.

e) Aquel que tenga la pendiente positiva: D.

30. Un autobús realiza un viaje de acuerdo con la gráfica adjunta posición-tiempo. Determina la velocidad media en cada uno de los tres segmentos. Expresa el resultado en unidades del SI.



Sabiendo que la velocidad media es la pendiente de recta:

Tramo A: $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{(10-40)\ \mathrm{km}}{(1{,}5-0)\ \mathrm{h}} = -20\ \mathrm{km\,h^{-1}} = -5{,}6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

Tramo B: $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{(20-10)\ \mathrm{km}}{(2{,}5-1{,}5)\ \mathrm{h}} = 10\ \mathrm{km\,h^{-1}} = 2{,}8\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

Tramo C: $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{(40-20)\ \mathrm{km}}{(3-2{,}5)\ \mathrm{h}} = 40\ \mathrm{km\,h^{-1}} = 11{,}1\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

31. La tabla siguiente indica las posiciones de un ciclista en función del tiempo:

***t*(h)**	1	1,5	2	2,5	3
***x*(km)**	45	335	25	15	5

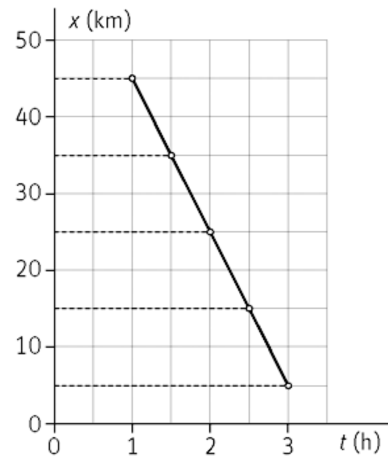
a) Dibuja la gráfica *x-t* e indica, el sentido del movimiento.

b) ¿El movimiento es variado?

c) Calcula la velocidad media en m s^{-1} entre *t* = 1,5 h y *t* = 3 h.

d) Si tomáramos otro intervalo de tiempo, ¿cambiaría la velocidad media?

a) El ciclista se dirige hacia el origen de coordenadas.



b) Como la pendiente es constante, el movimiento no es variado, es uniforme.

c) $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{(5-35)\ \mathrm{km}}{(3-1{,}5)\ \mathrm{h}} = -20\ \mathrm{km\,h^{-1}} = -5{,}6\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

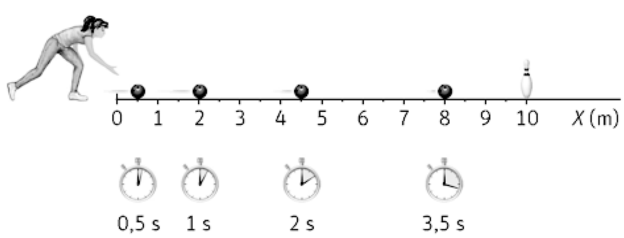
d) No, ya que la pendiente es constante.

32. La siguiente figura muestra las posiciones que ocupa una bola en una bolera en función del tiempo:

a) ¿Cuál es la posición inicial y final?

b) Indica si el movimiento es uniforme o variado.

c) Determina la velocidad media entre *t* = 0,5 s y *t* = 2 s.



a) La posición inicial es 0,5 m y la final 8,0 m.

b) El movimiento de la bola sería uniforme, si recorriera espacios iguales en tiempos iguales. Como se observa en la figura, esto no ocurre, por lo tanto, el movimiento es variado.

c) $v_{\mathrm{m}} = \dfrac{(4{,}5-0{,}5)\ \mathrm{m}}{(2-0{,}5)\ \mathrm{s}} = 2{,}7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

33. Un cartero reparte cartas por una calle recta. Sale a las 9 de la mañana y camina a velocidad constante de 0,75 m s^{-1}. A los 10 min se para durante 2 min en un edificio para repartir las cartas. Sigue andando a 1 m s^{-1} hasta el siguiente edificio situado a 90 m del anterior y tarda en repartir las cartas 1 min. Luego vuelve a la oficina con una velocidad de 1,5 m s^{-1}.

a) Representa el movimiento de ida y vuelta del cartero en una gráfica posición-tiempo.

b) Indica el tipo de movimiento del cartero en cada tramo.

a) En el primer tramo recorre: $x = (0{,}75 \text{ m s}^{-1})\ (600 \text{ s}) = 450$ m

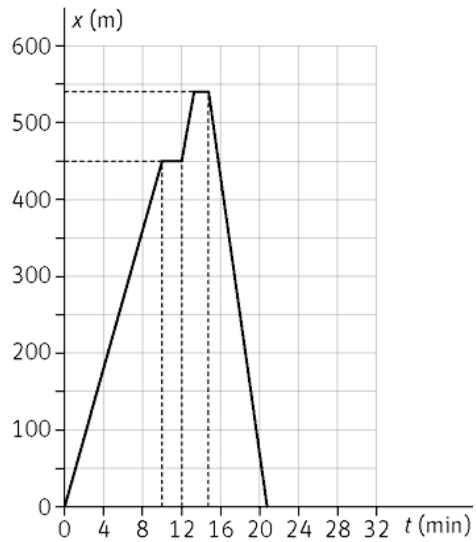
En el segundo tramo permanece en reposo 2 minutos.

En el tercer tramo lo recorre en: $t = \dfrac{(90\ \text{m})}{(1\ \text{m s}^{-1})} = 90$ s

En el cuarto tramo está en reposo durante 1 minuto.

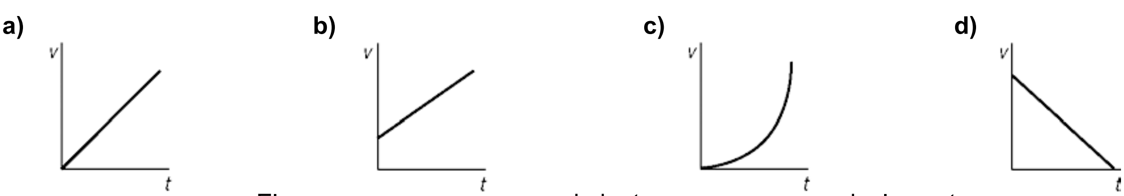
El último tramo se corresponde con la vuelta y recorre una distancia: 450 m + 90 m = 540 m en:

$$t = \frac{(540\ \text{m})}{(1{,}5\ \text{m s}^{-1})} = 360\ \text{s} = 6\ \text{min}$$



b) Como se observa en la gráfica: en el primer, tercer y quinto tramo, el movimiento es uniforme. La pendiente negativa del último tramo nos indica que ha cambiado de sentido. En los otros dos el cartero está en reposo.

34. Una moto acelera uniformemente de 80 km h^{-1} a 115 km h^{-1} en 9 s. Indica cuál de las gráficas *v-t* describe dicho movimiento.



El movimiento de la moto es uniformemente acelerado con aceleración positiva. Por lo tanto, la gráfica *v-t* tiene que ser una recta cuya pendiente sea positiva. Podría ser la a) o la b). Como el enunciado nos indica que cuando el cronómetro se pone en marcha la moto tiene velocidad inicial no nula, la gráfica que describe el movimiento es la b).

Movimiento en dos dimensiones

35. Una partícula se mueve en un plano. Su coordenadas son (2 m, 3 m) para *t* = 0 s; (6 m, 7 m) para *t* = 2 s y (13 m, 4 m) para *t* = 5 s. Calcula:

a) La velocidad media entre *t* = 0 s y *t* = 2 s.

b) La velocidad media entre *t* = 2 s y *t* = 5 s.

a) Los vectores de posición son: $\left.\begin{array}{l}\vec{r}(0)=\left(2\vec{i}+3\vec{j}\right)\text{m}\\ \vec{r}(2)=\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v}_{\text{m}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}-\left(2\vec{i}+3\vec{j}\right)\text{m}}{(2-0)\text{ s}}=\left(2\vec{i}+2\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

b) Los vectores de posición son: $\left.\begin{array}{l}\vec{r}(2)=\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}\\ \vec{r}(5)=\left(13\vec{i}+4\vec{j}\right)\text{m}\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v}_{\text{m}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(13\vec{i}+4\vec{j}\right)\text{m}-\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}}{(5-2)\text{ s}}=\left(2{,}3\vec{i}-\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

36. Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es: $\vec{r}(t)=6t\,\vec{i}+\left(1{,}6t-5t^2\right)\vec{j}$ expresado en unidades del SI. Calcula:

a) Los vectores posición en los instantes t = 0 y t = 2 s.

b) El vector desplazamiento para el intervalo anterior.

c) La velocidad media en dicho intervalo.

d) La velocidad instantánea para t = 0 s.

a) Al sustituir en la ecuación del vector de posición los valores del tiempo:

$$\vec{r}(0)=\left[6\cdot 0\,\vec{i}+\left(1+6\cdot 0-5\cdot 0^2\right)\vec{j}\right]=1\,\vec{j}\text{ m};\ \vec{r}(2)=6\cdot 2\,\vec{i}+\left(1+6\cdot 2-5\cdot 2^2\right)\vec{j}=\left(12\,\vec{i}-7\,\vec{j}\right)\text{m}$$

b) $\Delta\vec{r}=\left(12\vec{i}-7\vec{j}\right)-\vec{j}=\left(12\vec{i}-8\vec{j}\right)\text{m}$

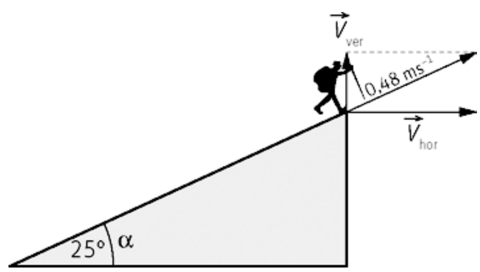
c) $\vec{v}_{\text{m}}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(12\vec{i}-8\vec{j}\right)\text{m}}{(2-0)\text{ s}}=\left(6\vec{i}-4\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

d) La velocidad instantánea se obtiene derivando el vector de posición respecto del tiempo:

$$\vec{v}=\frac{\text{d}\vec{r}}{\text{d}t}=\left[6\vec{i}+(6-10t)\,\vec{j}\right]\text{m s}^{-1}$$

En el instante inicial toma el valor: $\vec{v}(0)=\left(6\,\vec{i}+6\,\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

37. El montañero sube por una ladera en rampa de 25º a una velocidad de 0,48 m s^{-1}. Determina las componentes vertical y horizontal de la velocidad del montañero.



Según se deduce del dibujo: $v_y = v$ sen α y $v_x = v$ cos α

v_y = 0,48 sen 25º = 0,20 m s^{-1}

v_x = 0,48 cos 25º = 0,44 m s^{-1}

38. El gráfico muestra el perfil de una etapa de la vuelta a España (La Robla-Lagos de Covadonga). La Robla se encuentra a 1020 m sobre el nivel del mar y el final de la etapa a 1130 m. El recorrido de la etapa fue de 186,7 km.

Sabiendo que la distancia en línea recta horizontal entre ambos puntos es de 73 km, determina:

a) El vector posición en La Robla y en el final de la etapa.

b) El desplazamiento entre ambos puntos, ¿coincide con la distancia recorrida?

c) La rapidez media y la velocidad media sabiendo que la etapa duró 5 h 1 min 23 s.

a) Tomando como origen el nivel del mar en la vertical con La Robla:

$$\vec{r}_0 = (1020\,\vec{j})\ \text{m};\ \vec{r}_f = (7{,}3\cdot10^4\,\vec{i} + 1{,}13\cdot10^3\,\vec{j})\ \text{m}$$

b) $\Delta\vec{r} = \left(7{,}3\cdot10^4\,\vec{i} + 1{,}13\cdot10^3\,\vec{j}\right)\text{m} - (1020\,\vec{j})\ \text{m} = (7{,}3\cdot10^4\,\vec{i} + 1{,}10\cdot10^2\,\vec{j})\ \text{m}$

El módulo del vector desplazamiento es:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\left(7{,}3\cdot10^4\right)^2 + \left(1{,}10\cdot10^2\right)^2} = 7{,}3\cdot10^4\ \text{m}$$

No coincide este módulo con la distancia recorrida en la etapa. Aproximadamente coincide con la distancia medida en la horizontal. Esto se debe a que la diferencia de altura entre ambos casos es despreciable frente a dicha distancia horizontal.

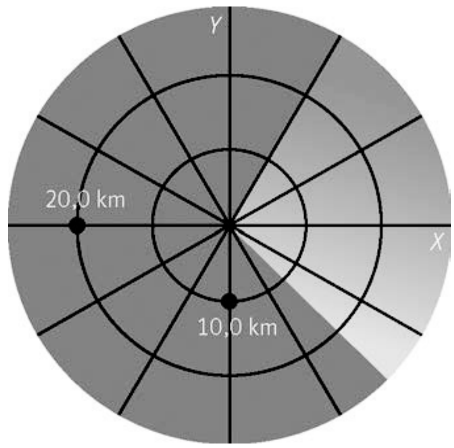
c) 5h 1 min 23 s equivalen a 18083 s; o lo que es igual: $1{,}81\cdot10^4$ s

La rapidez media es: $v_m = \dfrac{\left(186{,}7\cdot10^3\right)\text{m}}{\left(1{,}81\cdot10^4\right)\text{s}} = 10{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

La velocidad media es un vector, que se calcula:

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\left(7{,}3\cdot10^3\,\vec{i} + 1{,}10\cdot10^2\,\vec{j}\right)\text{m}}{\left(1{,}81\cdot10^4\ \text{s}\right)} = \left(4{,}0\,\vec{i} + 0{,}01\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

39. Un operador de radar estacionario determina que un buque se encuentra 10,0 km al sur de él (sentido negativo del eje *Y*). Una hora más tarde el mismo barco está a 20,0 km al oeste (sentido negativo del eje *X*). Si la nave se movió a una velocidad constante y siempre en la misma dirección, calcula la velocidad media en ese tiempo.



El vector posición es:

$\vec{r}(0) = \left(-10{,}0\,\vec{j}\right)$ km y después $\vec{r}(1) = \left(-20{,}0\,\vec{i}\right)$ km

Con lo que: $\Delta\vec{r} = -20{,}0\,\vec{i} - (-10{,}0\,\vec{j}) = (-20{,}0\,\vec{i} + 10{,}0\,\vec{j})$km

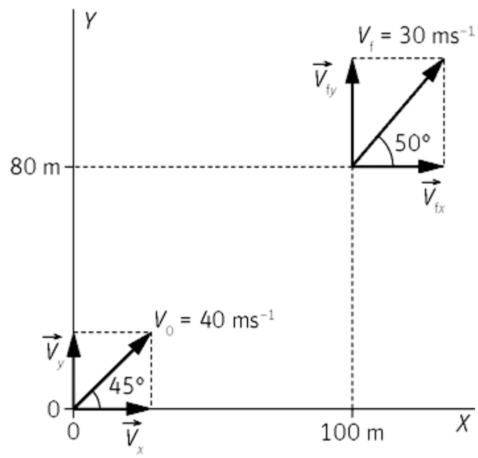
Y por lo tanto, al ser el incremento de tiempo de 1 hora:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(-20{,}0\,\vec{i} + 10{,}0\,\vec{j}\right)\text{km}\,\text{h}^{-1}$$

40. Para *t* = 0 s, una partícula está localizada en el origen de coordenadas y tiene una velocidad de 40 m s^{-1}, formando un ángulo de 45º con la horizontal. A los 3 s, la partícula se encuentra en el punto (100 m, 80 m) con una velocidad de 30 m s^{-1} y formando un ángulo con la horizontal de 50º. Calcula:

a) La velocidad media entre *t* = 0 y *t* = 3 s.

b) La aceleración media en el mismo intervalo de tiempo.



a) Los vectores de posición son: $\vec{r}_0 = 0\ \text{m};\ \vec{r}_f = (100\,\vec{i} + 80\,\vec{j})\text{m}$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\left(100\,\vec{i} + 80\,\vec{j}\right)\text{m}}{(3-0)\ \text{s}} = \left(33{,}3\,\vec{i} + 26{,}7\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

b) Para determinar la aceleración media se calculan primero los vectores velocidad:

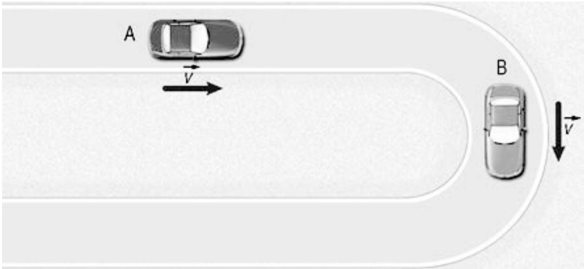
$$\vec{v}_0 = 40\cos 45^\circ\,\vec{i} + 40\ \text{sen}\ 45^\circ\,\vec{j} = \left(28{,}3\,\vec{i} + 28{,}3\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

$$\vec{v}_f = 30\cos 50^\circ\,\vec{i} + 30\ \text{sen}\ 50^\circ\,\vec{j} = \left(19{,}3\,\vec{i} + 23{,}0\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

$$\vec{a}_m = \frac{\left(19{,}3\,\vec{i} + 23{,}0\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1} - \left(28{,}3\,\vec{i} + 28{,}3\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-1}}{(3-0)\ \text{s}} = \left(-3\,\vec{i} - 1{,}8\,\vec{j}\right)\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Aceleración en los movimientos curvilíneos

41. Dos coches se mueven con la misma rapidez. El coche A se mueve a lo largo de una carretera recta, mientras que el B lo hace en un tramo curvo.



Razona cúal de las siguientes afirmaciones es la verdadera:

a) La aceleración de ambos es cero, ya que se mueven con rapidez constante.

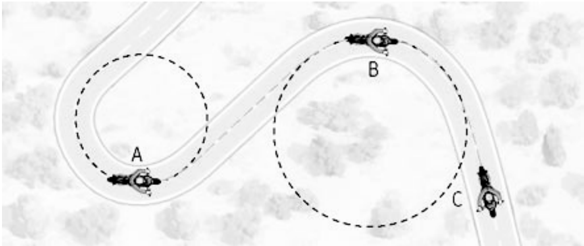
b) El coche A tiene aceleración y el B no.

c) El cohe A no tiene aceleración y el B sí.

d) Ninguno de los dos tiene aceleración.

La afirmación verdadera es la c). El coche B posee aceleración normal al describir un movimiento curvo; mientras que A no posee aceleración alguna.

42. Una moto se mueve en un circuito como el de la figura con una rapidez constante.



a) ¿Dónde es mayor la aceleración normal en A o en B?

b) ¿La aceleración normal es mayor en B o en C?

a) En A. La aceleración normal es inversamente proporcional al radio, y por lo tanto, tendrá mayor aceleración la moto que circula por la curva de menor radio.

b) En B. En C se mueve con rapidez constante en un tramo recto, por lo tanto, no tiene a_n.

43. Un lanzador de disco gira sobre su cuerpo describiendo una trayectoria circular de 1,05 m de radio para conseguir un mayor impulso. Si la velocidad máxima del disco al salir de la mano del lanzador es de 20,0 m s^{-1}, determina el módulo de la aceleración normal un instante antes de que lo lance.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(20\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2}{(1{,}05\ \mathrm{m})} = 381\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

44. Un astronauta puede llegar a sentir aceleraciones de 3*g*, siendo *g* = 9,81 m s^{-2}. Para entrenarse antes de partir al espacio, el astronauta se coloca en el extremo de un brazo mecánico que gira a velocidad constante en un círculo horizontal. ¿A qué velocidad gira el brazo mecánico para obtener una aceleración normal de 3,00*g*? El radio del brazo es de 9,45 m.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_n R} = \sqrt{3\cdot\left(9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(9{,}45\ \mathrm{m}\right)} = 16{,}7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

45. Un astronauta se está acoplando a un satélite que se encuentra en una órbita de radio 7000 km alrededor de la Tierra. En dicha órbita la aceleración normal es de 8,21 m s^{-2}. Calcula la velocidad con la que gira el satélite y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra.

Se calcula la velocidad del satélite en la órbita:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_n R} = \sqrt{(8,21\,\text{m s}^{-2})(7 \cdot 10^6\ \text{m})} = 7,58 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}$$

En una vuelta completa el satélite recorre una distancia de $2\pi R$.

$$t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot (7 \cdot 10^6\ \text{m})}{(7,58 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1})} = 5,80 \cdot 10^3\ \text{s}$$

46. Un automóvil cuya velocidad aumenta a un ritmo de 0,600 m s^{-2} se desplaza a lo largo de una curva de radio 20,0 m. Cuando la velocidad instantánea del automóvil es de 4 m s^{-1}, calcula:

a) La aceleración tangencial.

b) La aceleración normal.

c) La aceleración total.

a) La aceleración tangencial es 0,600 m s^{-2}.

b) $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(4,0\,\text{m s}^{-1})^2}{(20\,\text{m})} = 0,80\,\text{m s}^{-2}$

c) La aceleración total es: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_t^{\,2} + a_n^{\,2}} = \sqrt{0,600^2 + 0,800^2} = 1,00\,\text{m s}^{-2}$

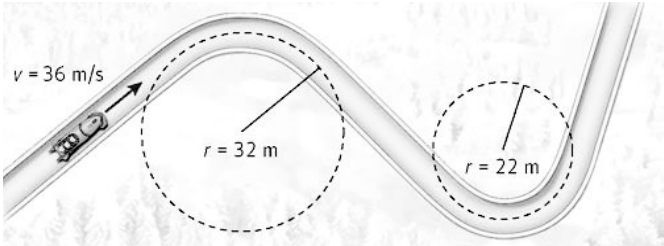
47. El *London Eye* es una de las atracciones turísticas más interesantes cuando se visita la ciudad de Londres. Consiste en una noria de 120 m de diámetro desde la que se puede observar toda la ciudad. Sabiendo que la noria tarda unos 24 minutos en dar una vuelta completa, calcula la aceleración normal a la que se ve sometida una persona en el *London Eye*.

$$2\pi R = vt \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{t} = \frac{2\pi \cdot (60\,\text{m})}{(1440\,\text{s})} = 0,26\,\text{m s}^{-1}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0,26\,\text{m s}^{-1})^2}{(60\,\text{m})} = 1,13 \cdot 10^{-3}\ \text{m s}^{-2}$$

48. Una pista de *bobsleigh* tiene la forma de la figura. Suponiendo que la velocidad con la que baja es 36 m s^{-1} y que no varíe al ir de una curva a otra, calcula la aceleración centrípeta en ambas curvas.

Expresa la respuesta en múltiplos de *g* (9,81 m s^{-2}).



En la primera curva: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(36\,\text{m s}^{-1})^2}{(32\,\text{m})} = 40,5\,\text{m s}^{-2} \Rightarrow (40,5\,\text{m s}^{-2}) \cdot \dfrac{g}{(9,81\,\text{m s}^{-2})} = 4,13\,g$

En la segunda curva: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(36\,\text{m s}^{-1})^2}{(22\,\text{m})} = 59,0\,\text{m s}^{-2} \Rightarrow (59,0\,\text{m s}^{-2}) \cdot \dfrac{g}{(9,81\,\text{m s}^{-2})} = 6,00\,g$

49. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

50. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La física y… la navegación

1. ¿A cuántos grados equivale una hora entre el tiempo en la nave y el del puerto de partida?

La Tierra tarda en dar una vuelta completa sobre sí misma 24 horas, por lo tanto:

$$(360^\circ)\left(\frac{1\ \text{h}}{24\ \text{h}}\right) = 15^\circ$$

2. Si estás en el ecuador, ¿a cuántos kilómetros equivalen los grados anteriores?

Teniendo en cuenta que el radio terrestre es de 6370 km:

$$2\pi R\cdot\frac{(15^\circ)}{(360^\circ)} = 2\pi\cdot\left(6,37\cdot 10^6\ \text{m}\right)\cdot\frac{(15^\circ)}{(360^\circ)} = 1,67\cdot 10^6\ \text{m}$$

Autoevaluación

1. En los movimientos unidimensionales:

a) Nunca hay cambio de sentido.

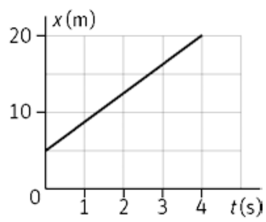
b) El desplazamiento siempre coincide con el espacio recorrido.

c) La trayectoria es una recta.

d) Es imprescindible utilizar vectores.

a) Falso; b) Falso; c) Verdadero; d) Falso

2. A partir de la gráfica determina la velocidad para *t* = 2 s.



a) No se puede calcular

b) 13,5 km h^{-1}

c) 15 m s^{-1}

d) −3,75 m s^{-1}

b

3. Si en una gráfica velocidad-tiempo, la línea cruza el eje *X* de la región positiva a la negativa:

a) Su velocidad aumenta.

b) El móvil ha cambiado de sentido.

c) No tiene aceleración.

d) Ninguna de las anteriores.

b

4. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas.

a) En los movimiento curvilíneos siempre existe aceleración.

b) Si la aceleración normal es cero el movimiento es rectilíneo.

c) Si un coche acelera en una curva, posee aceleración tangencial y normal.

d) La aceleración normal apunta a la parte exterior de las curvas.

a) Verdadero; b) Verdadero; c) Verdadero; d) Falso

5. Un ciclista en un *sprint* es capaz de pasar de 15 m s^{-1} a 72 km h^{-1} en 2 s. Su aceleración media es:

a) 28,5 m s^{-2}

b) 2,5 m s^{-1}

c) 2,5 m s^{-2}

d) 17,5 m s^{-2}

c

6. Un coche toma una curva de 100 m de radio. En un punto determinado de esta su velocidad es de 72 km h^{-1} y la aceleración tangencial –2 m s^{-2}. El módulo de la aceleración es:

a) –2 m s^{-2}

b) 4 m s^{-2}

c) 4,5 m s^{-2}

d) 3,5 m s^{-2}

c

9 Estudio de los movimientos

ACTIVIDADES

1. Un móvil, que posee un *mru*, tiene una velocidad de 3,0 m s^{-1} y se encuentra en la posición x = 27,0 m en el instante t = 8,0 s. Indica la posición inicial del móvil.

La ecuación del *mru* es: $x = x_0 + vt$

Sustituyendo los datos del enunciado: 27,0 m = x_0 + (3,0 m s^{-1}) · (8,0 s), de donde x_0 = 3,0 m

2. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones.

a) Un móvil con movimiento uniforme no puede tener aceleración.

b) Un móvil con movimiento rectilíneo uniforme no puede tener aceleración.

a) Falsa. Un movimiento uniforme es aquel en el que la aceleración tangencial no varía, es decir, el módulo de la velocidad permanece constante. Sin embargo, sí puede tener aceleración normal, si varía la dirección de la velocidad, como ocurre en el movimiento circular uniforme.

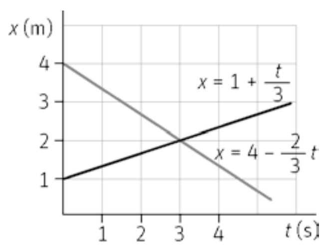
b) Verdadera. Al ser rectilíneo la aceleración normal es cero y al ser uniforme la aceleración tangencial también es cero.

3. Una persona camina por la playa con los pies descalzos y nota que la arena está muy caliente. En ese momento se genera un impulso nervioso en el pie que viaja a través del sistema nervioso a una velocidad promedio de 110 m s^{-1}. ¿Cuánto tiempo tarda el impulso en llegar a la médula si recorre una distancia de 1,0 m?

El movimiento es rectilíneo y uniforme. Tomando posición y tiempo iniciales nulos: $x = vt$

$$t = \frac{x}{v} = \frac{(1{,}0\ \text{m})}{(110\ \text{m}\,\text{s}^{-1})} = 9{,}1 \cdot 10^{-3}\ \text{s}$$

4. La siguiente gráfica muestra las ecuaciones de dos móviles con *mru* de sentidos contrarios. Deduce cuándo se encuentran los móviles y el punto de encuentro.



Para deducir cuando se encuentran basta con igualar las ecuaciones de su movimiento. Así:

$$1 + \frac{t}{3} = 4 + \frac{2}{3}t \Rightarrow t = 3\ \text{s}$$

Sustituyendo el tiempo en la ecuación del movimiento de cualquiera de los dos móviles se obtiene el punto de encuentro.

$$x = 1 + \frac{t}{3} = 1 + \frac{3}{3} = 2\ \text{m}$$

5. El ventrículo izquierdo del corazón lleva sangre desde el reposo hasta una velocidad de 26,0 cm s^{-1}.

a) Calcula la aceleración que experimenta la sangre sabiendo que se ha desplazado 2,0 cm.

b) ¿Cuánto tiempo tarda la sangre en alcanzar esa velocidad?

a) $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow a = \dfrac{v_f^2}{2\Delta x} = \dfrac{(26{,}0\ \text{cm s}^{-1})}{2\cdot(2{,}0\ \text{cm})} = 1{,}7\cdot 10^2\ \text{cm s}^{-2}$

b) Empleando la ecuación de la velocidad del *mrua*: $v_f = v_0 + at$; se obtiene el valor del tiempo

$$v_f = v_0 + at \Rightarrow t = \frac{v_f}{a} = \frac{(26{,}0\ \text{cm s}^{-1})}{(1{,}7\cdot 10^{-2}\ \text{cm s}^{-2})} = 0{,}15\ \text{s}$$

6. Dos móviles, A y B, cubren 460 m de distancia en línea recta en 210 s. El móvil A hace el recorrido a velocidad constante mientras que el B parte del reposo y mantiene una aceleración constante.

a) Determina la velocidad del móvil A.

b) Calcula la velocidad final y la aceleración de B.

a) Al ser la velocidad constante: $v_A = \dfrac{(460\ \text{m})}{(210\ \text{s})} = 2{,}2\ \text{m s}^{-1}$

b) Sustituyendo valores en la ecuación de la velocidad media: $v_m = \dfrac{v_0 + v_f}{2}$; se obtiene la velocidad final.

$$(2{,}2\ \text{m s}^{-1}) = \frac{0 + v_f}{2} \Rightarrow v_f = 4{,}4\ \text{m s}^{-1}$$

La aceleración se obtiene a través de la ecuación de la velocidad, siendo la velocidad inicial cero: $v_f = at$

$$a = \frac{v_f}{t} = \frac{(4{,}4\ \text{m s}^{-1})}{(210\ \text{s})} = 0{,}021\ \text{m s}^{-2}$$

7. Un móvil que parte con velocidad inicial de 2,0 m s^{-1} y una aceleración constante de 4,0 m s^{-2}, recorre 325 m.

a) Calcula la velocidad final que alcanza.

b) Determina el tiempo empleado en alcanzarla.

a) Como se trata de un *mrua*:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_f = \sqrt{(2{,}0\ \text{m s}^{-1})^2 + 2\cdot(4{,}0\ \text{m s}^{-2})(325\ \text{m})} = 51\ \text{m s}^{-1}$$

b) Se calcula el tiempo a través de la ecuación de la velocidad: $v_f = v_0 + at$

$$t = \frac{v_f - v_0}{a} = \frac{(51 - 2{,}0)\ \text{m s}^{-1}}{(4{,}0\ \text{m s}^{-2})} = 12\ \text{s}$$

8. Un tren, inicialmente en reposo en una estación, se pone en marcha con aceleración constante de 1,0 m s^{-2}.

a) ¿En cuánto tiempo alcanza una velocidad de 32 m s^{-1}?

b) ¿Qué distancia recorre en ese tiempo?

a) Despejando en la ecuación de la velocidad: $v_f = v_0 + at \Rightarrow t = \dfrac{v_f - v_0}{a} = \dfrac{(32\ \text{m s}^{-1})}{(1{,}0\ \text{m s}^{-2})} = 32\ \text{s}$

b) Suponiendo que se mueve en la dirección *x:* $x = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 = \dfrac{1}{2}(1{,}0\ \text{m s}^{-2})(32\ \text{s})^2 = 5{,}1\cdot 10^2\ \text{m}$

9. Una manzana se desprende de un árbol y tarda 0,70 s en llegar al suelo. ¿A qué altura se encontraba la manzana? ¿Con qué velocidad llegará al suelo?

Es una caída libre. Para un observador situado en el suelo y teniendo en cuenta que es un *mrua*, con velocidad inicial nula, aceleración la gravedad y en este caso, posición final también nula; se tiene la siguiente ecuación:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_0 = \frac{1}{2}\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(0{,}70\ \text{s}\right)^2 = 2{,}4\ \text{m}$$

$$v_f = v_0 - gt = 0 - \left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(0{,}70\ \text{s}\right) = -6{,}9\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

10. Analiza la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si se lanzan dos objetos desde una cierta altura con igual velocidad, uno hacia arriba y otro hacia abajo, los dos llegan al suelo con la misma velocidad.

b) En la caída libre el móvil recorre espacios iguales en tiempos iguales.

c) Un objeto lanzado hacia arriba y otro lanzado hacia abajo experimentan distinta aceleración que un objeto que se deja caer desde el reposo.

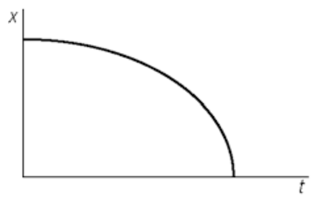
a) Verdadera. El objeto que sube, cuando vuelve a pasar por la posición de lanzamiento, tiene la misma velocidad con la que se lanzó, pero de signo contrario. Esta velocidad coincide con la de lanzamiento del segundo objeto.

b) Falsa. En una caída libre el móvil tiene aceleración, por lo tanto no puede recorrer espacios iguales en tiempos iguales. Sin embargo, su velocidad experimenta cambios iguales en tiempos iguales.

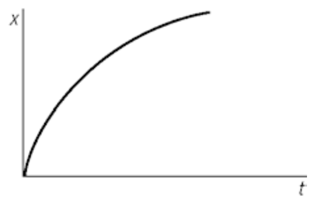
c) Falsa. Los dos objetos experimentan la misma aceleración, g = 9,8 m s^{-2}.

11. Interpreta las gráficas siguientes, emparejando una gráfica posición-tiempo con la gráfica velocidad-tiempo correspondiente.

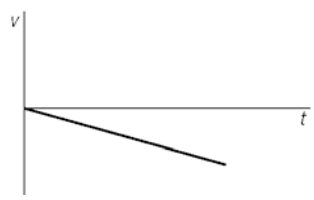
a)



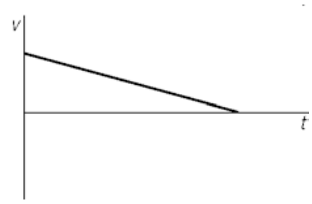
c)



b)



d)



Ambas gráficas *x*-*t* representan el movimiento de un móvil con *mrua* (la curva es una parábola). En ambas la parábola está abierta hacia abajo, por lo tanto, la aceleración es negativa.

La gráfica a) tiene una pendiente negativa en todos sus puntos, por tanto la velocidad es negativa, y se va haciendo cada vez mayor (más pendiente) pero en valor absoluto, por tanto disminuye la velocidad. A esta le corresponde la gráfica b).

La gráfica c) tiene una pendiente positiva en todos sus puntos, por tanto la velocidad es positiva. Se corresponde con la gráfica d).

12. Dos amigos deciden comprobar lo estudiado en este epígrafe y, para ello, montan en un tándem. Cuando van a una velocidad constante (y pequeña para minimizar la acción del aire) uno de ellos lanza verticalmente hacia arriba una pelota de tenis. ¿Caerá de nuevo en su mano, delante o detrás? ¿Qué trayectoria verá un tercer amigo que observa en reposo el experimento?

La pelota cae sobre la mano, ya que tanto la pelota como el tándem se mueven con la misma velocidad.

El tercer amigo vería una trayectoria parabólica. La pelota posee dos velocidades, una en el eje *X* (v_x), la del tándem; la otra en el eje Y (v_y) que es la del lanzamiento vertical.

13. Una maleta descansa sobre la cinta transportadora de un aeropuerto. Describe cómo ve su movimiento:

a) Un pasajero parado en la misma cinta.

b) Un pasajero en una cinta paralela que se mueve en sentido contrario.

c) Un pasajero fuera de la cinta.

a) Ve la maleta en reposo. Ambos se mueven con la misma velocidad.

b) Observa cómo la maleta se aleja con una velocidad que es la suma de las velocidades de las dos cintas.

c) Al estar fuera y en reposo, ve alejarse la maleta con velocidad constante (la de la cinta).

14. Dos amigos que caminan con velocidad de 1,5 m s^{-1} llegan al inicio de una cinta transportadora. Uno sigue caminando por el pasillo y el otro entra en la cinta y comienza a caminar con una velocidad de 0,50 m s^{-1}. ¿A qué velocidad debe moverse la cinta para que ambos puedan seguir hablando?

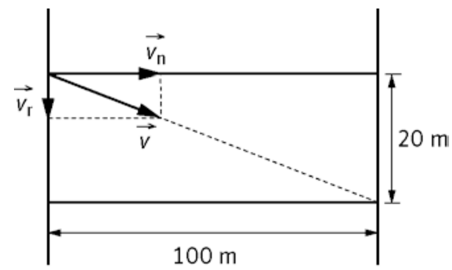
Ambos llevan *mru* y en la misma dirección.

La posición en cada instante del que camina fuera de la cinta es: $x_1 = (1{,}5\ \text{m s}^{-1})t$

La posición del que camina sobre la cinta es: $x_2 = (0{,}5\ \text{m s}^{-1} + v_c)t$

Para seguir hablando, ambos deben estar en la misma posición. Igualando las posiciones: $x_1 = x_2$ se obtiene un valor de la velocidad de la cinta (v_c) de 1,0 m s^{-1}.

15. Una nadadora quiere cruzar un río de 100 m de anchura en dirección perpendicular a la corriente, pero llega a un punto de la orilla opuesta 20,0 m aguas abajo. Calcula la velocidad de la corriente si ella va a 2,0 m s^{-1}.



Aplicando el principio de independencia, $x = v_n t$

$$t = \frac{x}{v_n} = \frac{(100\ \text{m})}{(2{,}0\ \text{m s}^{-1})} = 50{,}0\ \text{s}$$

Si se ha desplazado 20,0 m aguas abajo:

$$(20{,}0\ \text{m}) = v_r \cdot (50{,}0\ \text{s}) \Rightarrow v_r = 0{,}40\ \text{m s}^{-1}$$

16. Un avión ultraligero vuela a 80,0 km h^{-1} respecto del viento. ¿Cuál es su velocidad respecto al suelo?

a) Si hay un viento de frente de 20,0 km h^{-1}.

b) Si hay un viento lateral (perpendicular) de 35,5 km h^{-1}.

a) Al ser el viento frontal la velocidad real del avión será la diferencia entre ambas; esto es 60,0 km h^{-1}.

b) En este caso el vector velocidad es: $\vec{v} = \left(80{,}0\,\vec{i} + 35{,}5\,\vec{j}\right)\ \text{km h}^{-1}$

Y su módulo: $|\vec{v}| = \sqrt{\left(80{,}0\ \text{km h}^{-1}\right)^2 + \left(35{,}5\ \text{km h}^{-1}\right)^2} = 87{,}5\ \text{km h}^{-1}$

17. El copiloto de un descapotable, que se mueve con velocidad constante, lanza verticalmente hacia arriba una pelota.

Indica razonadamente si caerá detrás, delante o de nuevo en su mano.

Nota: Se prescinde del rozamiento con el aire.

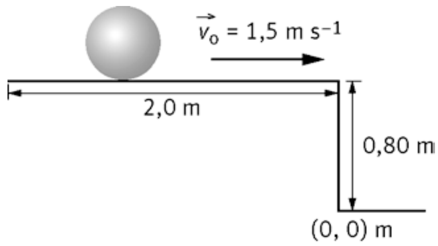
En la dirección de la carretera, la pelota y el coche se mueven con la misma velocidad, por lo tanto, la pelota caerá en la mano.

18. Una canica rueda con una velocidad de 1,5 m s^{-1} por una mesa de 2,0 m de longitud y 0,8 m de altura, y al llegar al borde cae al suelo. Sabiendo que se mide desde que empieza a rodar.

a) ¿Cuánto tarda desde el borde hasta el suelo?

b) ¿Cuál es la coordenada *x* del punto de impacto?

a) La canica al llegar al borde posee una velocidad horizontal: v_0 = 1,5 m s^{-1}



Se calcula el tiempo de vuelo (cuando la canica llega al suelo y = 0).

Sabiendo que la misma posee un movimiento de caída libre:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = (0{,}80\ \text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}8\ \text{m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 0{,}40\ \text{s}$$

b) La posición respeto del momento que comienza a rodar es:

$$x = x_0 + v_0 t = (2{,}0\ \text{m}) + (1{,}5\ \text{m s}^{-1})(0{,}40\ \text{s}) = 2{,}6\ \text{m}$$

19. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones.

a) En un lanzamiento oblicuo el vector aceleración siempre es perpendicular al vector velocidad.

b) En un lanzamiento oblicuo la componente *y* de la velocidad siempre es positiva.

a) Falso. La aceleración siempre va dirigida hacia abajo y el vector velocidad cambia continuamente de dirección a lo largo de toda la trayectoria. Sólo son perpendiculares en el punto de altura máxima.

b) Falso. La componente *y* de la velocidad es positiva cuando el móvil sube y negativa después de alcanzar la altura máxima.

20. Desde la terraza de un edificio de 25,0 m de altura se lanza horizontalmente una piedra con una velocidad inicial de 50,0 m s^{-1}. Determina el vector velocidad y su vector posición en función del tiempo y calcula a qué distancia del edificio chocará contra el suelo.

Es un lanzamiento horizontal.

El vector velocidad se obtiene a través de sus coordenadas cartesianas:

$$\left.\begin{array}{l} v_x = 50{,}0\ \text{m s}^{-1} \\ v_y = -gt = (9{,}81\ \text{m s}^{-2})t \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v} = (v_x\vec{i} + v_y\vec{j}) = (50{,}0\vec{i} + 9{,}81t\,\vec{j})\ \text{m s}^{-1}$$

De igual modo, el vector posición es: $\vec{r} = (x\vec{i} + y\vec{j})$

$$\left.\begin{array}{l} x = v_0 t = 50{,}0t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 25{,}0 - 4{,}91t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \vec{r} = \left[50{,}0t\,\vec{i} + (25{,}0 - 4{,}91t^2)\vec{j}\right]\text{m}$$

Para determinar a qué distancia del edificio choca, se calcula el tiempo de vuelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = (25{,}0\ \text{m}) - \frac{1}{2}(9{,}81\ \text{m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 2{,}26\ \text{s}$$

Que llevado al eje *X* proporciona el alcance es:

$$x = v_0 t = (50{,}0\ \text{m s}^{-1})(2{,}26\ \text{s}) = 113\ \text{m}$$

21. Determina la velocidad con la que debe comenzar a subir un saltador de pértiga, si el listón se encuentra a 5,42 m e inicia el salto formando un ángulo de 45° con la horizontal.

El pertiguista debe realizar el salto de tal manera que pase el listón en el punto de altura máxima.

La velocidad inicial en el eje *Y* es:

$$v_{0y} = v_0 \text{ sen } 45º = \frac{\sqrt{2}}{2} v_0$$

Sabemos que en la dirección vertical el movimiento es *mrua*: $v_{fy}^2 - v_{0y}^2 = 2a\Delta y$; donde la aceleración es la de la gravedad y en el punto de altura máxima la velocidad es nula. Sustituyendo los datos en la ecuación superior:

$$0 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} v_0\right)^2 = 2 \cdot (9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(5{,}42\text{ m})$$

Lo que proporciona un valor de la velocidad inicial de 14,6 m s^{-1}

22. Un saltador de altura quiere superar el listón situado a 2,26 m de altura. Para ello bate con una velocidad de 5,00 m s^{-1} y un ángulo de 74,5º. Si su centro de gravedad se encuentra a 1,12 m del suelo, ¿logrará saltar dicha altura?

El saltador pasa el listón en el punto de altura máxima. Se calcula el tiempo que tarda en llegar a dicho punto.

$$v_{fy} = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = (5{,}00\text{ m}\,\text{s}^{-1})\text{sen } 74{,}5º - (9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})t \Rightarrow t = 0{,}491\text{ s}$$

Se determina la altura teniendo en cuenta que y_0 = 1,12 m.

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (1{,}12\text{ m}) + (5{,}00\text{ m}\,\text{s}^{-1})\text{sen } 74{,}5º(0{,}491\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(0{,}491\text{ s})^2 = 2{,}30\text{ m}$$

Como 2,30 m es mayor que 2,26 m, si logra su objetivo.

23. Una persona desde un acantilado lanza dos piedras con la misma velocidad inicial, una hacia abajo con un ángulo α con la horizontal y la otra hacia arriba con el mismo ángulo. Calcula la relación entre sus velocidades cuando golpean el agua.

La piedra que se ha lanzada hacia arriba, cuando baje y pasa por la horizontal de lanzamiento, tiene la misma velocidad y forma el mismo ángulo que la piedra lanzada hacia abajo, por tanto, al impactar en el agua las dos velocidades son iguales.

24. Un hámster recorre un laberinto circular. Cuando se encuentra en una parte cuyo radio es 1,20 m, describe un ángulo de 90,0º en 2,20 s. Determina las velocidades, lineal y angular del ratón.

El ángulo descrito por el hámster en el SI es:

$$90{,}0º \cdot \frac{2\pi\text{ rad}}{360º} = \frac{\pi}{2}\text{rad}$$

La velocidad angular:

$$\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{\frac{\pi}{2}\text{ rad}}{2{,}20\ s} = 0{,}714\text{ rad}\,\text{s}^{-1}$$

La velocidad lineal se obtiene:

$$v = \omega R = (0{,}714\text{ rad}\,\text{s}^{-1})(1{,}20\text{ m}) = 0{,}857\text{ m}\,\text{s}^{-1}$$

25. Un ventilador gira con una velocidad angular de 22 vueltas por segundo.

a) Calcula la velocidad lineal del extremo de una de sus aspas, que describe una circunferencia de 15 cm de radio.

b) Determina su aceleración normal.

c) ¿Qué longitud habrá recorrido ese punto en 2 horas de funcionamiento?

a) En el SI la velocidad angular es: $22 \text{ vuelta s}^{-1} \cdot \dfrac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 44\pi \text{ rad s}^{-1}$

Llevando este valor a la ecuación que relaciona la velocidad lineal con la angular:

$$v = \omega R = \left(44\pi \text{ rad s}^{-1}\right)\left(0{,}15 \text{ m}\right) = 21 \text{ m s}^{-1}$$

b) La aceleración normal es: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{\left(21 \text{ m s}^{-1}\right)^2}{\left(0{,}15 \text{ m}\right)} = 2{,}9 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-2}$

c) Dos horas se corresponden con 7200 s. El arco recorrido es:

$$s = v\,t = (21 \text{ m s}^{-1})\ (2 \text{ h})\ (7200 \text{ s}) = 1{,}5 \cdot 10^5 \text{ m}$$

26. Se suelta un yo-yo que pasa de no girar a hacerlo a 3,2 vueltas por segundo en los 2,2 s que tarda en bajar.

a) Calcula su aceleración angular.

b) ¿Cuántas vueltas ha dado en el primer segundo?

a) Sabiendo que: $3{,}2 \text{ vuelta s}^{-1} \cdot \dfrac{2\pi \text{ rad}}{1 \text{ vuelta}} = 6{,}4\pi \text{ rad s}^{-1}$

Al ser el movimiento circular uniformemente acelerado:

$$\omega_f = \omega_0 + \alpha t$$

Como parte del reposo: $\alpha = \dfrac{\omega_f}{t} = \dfrac{\left(6{,}4\pi \text{ rad s}^{-1}\right)}{\left(2{,}2 \text{ s}\right)} = 2{,}9\pi \text{ rad s}^{-2}$

b) La aceleración angular es la calculada en el apartado anterior. El ángulo recorrido al ser también el ángulo inicial nulo, es:

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2 = \frac{1}{2}\left(2{,}9\pi \text{ rad s}^{-2}\right)\left(1 \text{s}\right)^2 = 1{,}45\pi \text{ rad}$$

Por lo que, el número de vueltas es: $1{,}45\pi \text{ rad} \cdot \dfrac{1 \text{ vuelta}}{2\pi \text{ rad}} = 0{,}73 \text{ vueltas}$

27. El cigüeñal de un coche gira a 3500 *rpm*. Comienza a frenar a razón de 20 rad s^{-2} hasta pararse.

a) Calcula el tiempo que tarda en parar.

b) Determina las vueltas que da hasta parar.

a) Dado que 3500 *rpm* son 117π rad s^{-1}y que se trata de un *mcua* con velocidad angular final nula:

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t} \Rightarrow t = \frac{\omega - \omega_0}{\alpha} = \frac{\left(0 - 117\pi \text{ rad s}^{-1}\right)}{\left(-20 \text{ rad s}^{-2}\right)} = 18 \text{ s}$$

b) El ángulo recorrido:

$$\varphi = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t = \left(117\pi \text{ rad s}^{-1}\right)\left(18 \text{ s}\right) - \frac{1}{2}\cdot\left(20 \text{ rad s}^{-2}\right)\left(18 \text{ s}\right)^2 = 3376 \text{ rad}$$

Con lo que el número de vueltas es: $5{,}4 \cdot 10^2$ vueltas.

Movimientos rectilíneos

28. Un chico que va en su bicicleta con una velocidad constante de 14 km h^{-1} en una calle rectilínea sigue a otro compañero, que corre en el mismo sentido, a 5,0 km h^{-1}, también con velocidad constante. Si inicialmente estaban separados 100 m, calcula:

a) El tiempo que tardan en encontrarse.

b) La distancia que recorrió cada uno.

a) En el SI las velocidades son: 14 km h^{-1} = 3,9 m s^{-1} y 5 km h^{-1} = 1,4 m s^{-1}

La posición en cualquier instante para el ciclista es x = (3,9 m s^{-1}) t y la del compañero x = 100 m + (1,4 m s^{-1}) t

Igualando ambas expresiones se calcula el tiempo que tardan en encontrarse:

$$(3{,}9 \text{ m s}^{-1})\, t = 100 \text{ m} + (1{,}4 \text{ m s}^{-1})\, t \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

b) Sustituyendo el tiempo: x = (3,9 m s^{-1}) · (40 s) = 156 m y el Segundo ciclista avanzó: 156 m – 100 m = 56 m

29. Un vehículo recorre la distancia entre la ciudad A y la ciudad B con un *mru* de velocidad 60 km h^{-1} y vuelve desde B hasta la ciudad A con otro *mru* de velocidad 40 km h^{-1}. Calcula la velocidad media del vehículo en el trayecto.

En el viaje de idea el espacio recorrido es x = (60 km h^{-1}) t_1

En el viaje de vuelta recorre el mismo espacio, así x = (40 km h^{-1}) t_2

La velocidad media es el cociente entre el espacio recorrido (2x en nuestro caso) y el tiempo empleado en recorrerlo.

$$v_m = \frac{e}{t_1 + t_2} = \frac{2x}{\frac{x}{60} + \frac{x}{40}} = 48 \text{ km h}^{-1}$$

30. En carretera y en ciudad la Dirección General de Tráfico recomienda dejar una distancia de seguridad entre dos coches en función de la velocidad, para compensar el tiempo de reacción y poder frenar ante paradas repentinas del coche de delante.

El tiempo de reacción del conductor se encuentra generalmente entre 0,30 s y 1,0 s y la aceleración del frenado de los automóviles está entre 5,0 m s^{-2} y 8,0 m s^{-2}. Suponiendo que el coche en el que viajas puede frenar con una aceleración de 6,0 m s^{-2} y que el conductor tiene un tiempo de reacción de 0,50 s, determina la distancia de seguridad para una velocidad inicial de 50 km h^{-1}.

La velocidad inicial de 50 km h^{-1}equivale a 14m s^{-1}

El conductor en el tiempo de reacción recorre una distancia: $x_0 = v\, t$

Aplicando la ecuación: $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$, se tiene:

$$x = x_0 + \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \left(14 \text{ m s}^{-1}\right)\left(0{,}5 \text{ s}\right) + \frac{\left(-14 \text{ m s}^{-1}\right)^2}{2 \cdot \left(-6 \text{ m s}^{-2}\right)} = 23 \text{ m}$$

31. Los camaleones son capaces de extender su lengua a grandes distancias con rapidez para atrapar mosquitos. En un ataque típico, la lengua se acelera a 269 m s^{-2} durante 20 ms y luego viaja a una velocidad constante durante otros 30 ms. ¿Qué distancia alcanza la lengua?

El primer tramo es un *mrua*.

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(269 \text{ m s}^{-2}\right)\left(0{,}02 \text{ s}\right)^2 = 0{,}054 \text{ m}$$

En el segundo tramo describe un *mru*. La velocidad en todo este tramo será la que lleva los 20 ms.

$$v_f = v_0 + at = \left(269 \text{ m s}^{-2}\right)\left(0{,}02 \text{ s}\right) = 5{,}38 \text{ m s}^{-1}$$

Por lo tanto, $x_2 = v\, t$ = (5,38 m s^{-1}) (0,03 s) = 0,161 m

La distancia que alcanza la lengua es la suma de ambas: $x = x_1 + x_2$ = 0,22 m

32. Un atleta de 10 000 m necesita realizar una marca por debajo de 30,0 minutos para clasificarse para clasificarse para un campeonato del mundo. Cuando lleva 27,0 minutos le quedan por correr 1100 m. El corredor puede acelerar a 0,22 m s^{-2}. ¿Durante cuántos segundos debe aplicar esta aceleración para poder conseguir la marca buscada?

Si le quedan por recorrer 1100 m, significa que ha recorrido 8900 m. Así, su velocidad media en la primera parte de la carrera es:

$$v_m = \frac{8900\ \text{m}}{(27{,}0\ \text{min})\left(60\dfrac{\text{s}}{\text{min}}\right)} = 5{,}49\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Al atleta le quedan 1100 m y los debe completar en tres minutos. Esto lo hace en dos etapas. En la primera, su velocidad pasa de 5,49 ms^{-1} a la velocidad necesaria para alcanzar su marca. En la segunda, mantiene esta velocidad constante. Así: (1100 m) = $d_1 + d_2$

Donde: $d_1 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ y $d_2 = v(180 - t)$; siendo la velocidad: $v = v_0 + at$

Sustituyendo en la ecuación de las distancias, se obtiene una ecuación de segundo grado respecto al tiempo:

$$1100 = d_1 + d_2 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 + (v_0 + at)(180 - t)$$

$$1100 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 + 180v_0 - v_0 t + 180at - at^2 \Rightarrow 1100 = 180v_0 + 180at^2$$

Siendo la velocidad inicial de 5,49 m s^{-1} y la aceleración de 0,22 m s^{-2}, se obtienen dos valores del tiempo: el primero de 357 s y el segundo de 3,1 s, que no es válido al ser menor de 180 s.

33. En una prueba en un laboratorio donde testan vehículos, lanzan un vehículo a 108 km h^{-1} frontalmente contra un obstáculo. Si el coche se comprime 1,0 m, calcula la aceleración a la que se ve sometido el vehículo y en qué tiempo como máximo debería inflarse el airbag.

La velocidad inicial del vehículo de valor 108 km h^{-1} en el SI toma un valor de 30 m s^{-1}. Mientras que la velocidad final vale cero.

Al ser un *mrua*, se calcula la aceleración a través de la ecuación: $v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta x} = \frac{0 - (30\ \text{m}\,\text{s}^{-1})^2}{2\cdot(1{,}0\ \text{m})} = -450\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Para calcular el tiempo: $v_f = v_0 + at$

$$t = \frac{-v_0}{a} = \frac{-(30\ \text{m}\,\text{s}^{-1})}{(-450\ \text{m}\,\text{s}^{-2})} = 0{,}067\ \text{s}$$

Observa que la aceleración es aproximadamente 10 veces la de la gravedad; por lo que el golpe, sin el airbag, podría ser mortal.

34. Un automóvil viaja en línea recta por una carretera a una velocidad de 79,2 km h^{-1}. En el instante en que rebasa un aviso de stop, comienza a frenar con una aceleración de módulo 2,90 m s^{-2}.

a) ¿Cuál es el módulo de la velocidad del automóvil 30,0 m después del aviso?

b) Si el automóvil continua frenando, determina si ha cometido o no una imprudencia grave, sabiendo que el aviso de stop se encuentra a 70 m de la señal.

a) La velocidad inicial de 79,2 km h^{-1} toma un valor de 22,0 m s^{-1}. Al ser un *mrua* y la posición inicial cero; a partir de la siguiente ecuación se calcula el tiempo.

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow (30\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) = (22{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-1})t + \frac{1}{2}(-2{,}90\ \text{m}\,\text{s}^{-2})t^2$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado, se obtienen dos valores del tiempo: t_1 = 1,51 s y t_2 = 13,7 s. El instante requerido es el primero.

Para calcular la velocidad: $v_f = v_0 + at \Rightarrow v_f = (22{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) + (-2{,}90\ \text{m}\,\text{s}^{-2})^2(1{,}51\ \text{s}) = 17{,}6\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

b) Para comprobar si comete una imprudencia, se debe averiguar si al llegar al STOP su velocidad es cero, para lo que se recurre a la ecuación de la posición:

$$(70{,}0\ \text{m}) = (22{,}0\ \text{m s}^{-1})t + \frac{1}{2}(-2{,}90\ \text{m s}^{-2})t^2$$

La resolución de esta ecuación de segundo grado, conduce a dos valores del tiempo: 4,54 s y 10,6 s; siendo el correcto el primero. Así; $v_f = (22{,}0\ \text{m s}^{-1}) + (-2{,}90\ \text{m s}^{-2})^2(-4{,}54\ \text{s}) = 8{,}83\ \text{m s}^{-1}$.

Sí es un imprudente, ya que la velocidad al llegar al STOP no es nula.

35. Al entrar en un pueblo se observa que existe una limitación de velocidad de 70,0 km h^{-1}. En el pueblo se ha instalado una cámara que toma 32 imágenes por segundo, con la finalidad de determinar la velocidad de los vehículos. Si un automóvil de longitud 2,50 m aparece en cinco imágenes, ¿infringe la ley?

Como la cámara forma 32 imágenes, el tiempo que tarda el vehículo en pasar es

$$t = \frac{5\ \text{imágenes}}{32\ \text{imágenes s}^{-1}} = 0{,}156\ \text{s}$$

El vehículo lleva un *mru*, así pues:

$$v = \frac{x}{t} = \frac{(2{,}50\ \text{m})}{(0{,}156\ \text{s})} = 16{,}0\ \text{m s}^{-1} = 57{,}6\ \text{km h}^{-1}$$

No la infringe.

Caída libre

36. Los *bushabies* o "bebés arbustos" son unos pequeños primates africanos de unos 15 cm de tamaño que tienen gran capacidad de salto vertical, debido a que acumulan el 25 % de su masa en los músculos de las piernas. Son capaces de saltar en vertical hasta una altura de 2,3 m. Para conseguirlo aceleran estirando rápidamente sus piernas 0,15 m. Calcula la aceleración que imprimen con sus piernas.

Con el dato del salto vertical se calcula la velocidad con la que lo inicia. En el punto de altura máxima, $v_f = 0$.

$$v_f^2 - v_0^2 = 2g\Delta y \Rightarrow v_0 = \sqrt{(-2)\cdot(-9{,}8\ \text{m s}^{-2})(2{,}3\ \text{m})} = 6{,}7\ \text{m s}^{-1}$$

La aceleración necesaria para alcanzar la velocidad de 6,7 m s^{-1} es:

$$a = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2\Delta y} = \frac{(6{,}7-0)^2}{2\cdot(0{,}15)} = 1{,}5\cdot 10^2\ \text{m s}^{-2}$$

37. Desde la boca de un pozo profundo se suelta una piedra que cae libremente. El ruido que produce al llegar al fondo se escucha exactamente 4,7 s después de haberla soltado. Sabiendo que el sonido viaja a una velocidad constante de 340 m s^{-1}, halla la profundidad del pozo.

La ecuación de la piedra, que posee un movimiento de caída libre, es: $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2$

Si se toma el origen de coordenadas en el fondo del pozo, se cumple que $y = 0$, así $y = y_0 - \frac{1}{2}gt_p^2$, siendo t_p el tiempo que tarda la piedra en llegar al fondo del pozo.

Una vez que la piedra llega al fondo, se produce el sonido. El sonido se mueve a velocidad constante. El tiempo que tarda el sonido en subir es $(t - t_p)$, así: $y_0 = 0 + (340\ \text{m s}^{-1})\cdot(t - t_p)$

Sustituyendo $t = 4{,}7$ s e igualando ambas ecuaciones de posición:

$$\frac{1}{2}\cdot 9{,}8\,t_p^2 = 340\cdot(4{,}7 - t_p)^2 \Rightarrow 4{,}9\,t_p^2 + 340\,t_p - 1598 = 0 \Rightarrow t_p = 4{,}4\text{s}$$

Sustituyendo en alguna de las dos ecuaciones, se obtiene la profundidad del pozo: $y_0 = 95$ m

38. Un globo aerostático es una aeronave no propulsada que se sirve del principio de Arquímedes para volar. Consta de una bolsa que encierra un gas más ligero que el aire y de una barquilla sujeta a la misma. Un globo sube verticalmente con una velocidad de 5,1 m s^{-1} y se suelta el objeto cuando está a 22 m del suelo.

a) Calcula la posición y velocidad del objeto al cabo de 0,25 s y de 2,0 s. Interpreta el resultado.

b) Determina el tiempo que tarda en llegar al suelo y la velocidad en ese instante.

a) Sustituyendo en la ecuación de la posición, t = 0,25 s

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = (22\text{ m}) + (5{,}1\text{ m s}^{-1})(0{,}25\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m s}^{-2})(0{,}25\text{ s})^2 = 23\text{ m}$$

Para t = 2,0 s:

$$y = (22\text{ m}) + (5{,}1\text{ m s}^{-1})(2{,}0\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m s}^{-2})(2{,}0\text{ s})^2 = 12{,}6\text{ m}$$

Al sustituir en la ecuación de la velocidad, $v_t = v_0 - gt$, se obtienen los valores de la misma en ambos tiempos. Si: t = 0,25 s; v = 2,7 m s^{-1}; mientras que si es t = 2,0 s; v = –14,5 m s^{-1}. El signo de la velocidad indica el sentido del movimiento; así, a los 0,25 s el objeto está subiendo; mientras que a los 2 s está bajando (velocidad negativa).

b) Para calcular el tiempo, se emplea la ecuación de la posición; sabiendo que al llegar al suelo la misma es nula:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = (22\text{ m}) + (5{,}1\text{ m s}^{-1})t - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m s}^{-2})t^2 \Rightarrow t = 2{,}7\text{ s}$$

La velocidad es:

$$v = v_0 - gt = (5{,}1\text{ m s}^{-1}) - (9{,}8\text{ m s}^{-2})(2{,}7\text{ s})^2 = -21\text{ m s}^{-1}$$

39. Desde un punto del acueducto de Segovia se lanza, verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 10 m s^{-1}, una pelota que tarda 3,6 s en llegar al suelo. Calcula:

a) La velocidad de la pelota a los 2,2 s.

b) La altura máxima que alcanza la pelota.

c) La altura del acueducto en dicho punto.

d) La velocidad de la pelota al llegar al suelo.

a) $v = v_0 - gt = (10\text{ m s}^{-1}) - (9{,}8\text{ m s}^{-2})\cdot(2{,}2\text{ s}) = -11{,}6\text{ m s}^{-1}$

b) Se calcula el tiempo desde el lanzamiento hasta que alcanza la altura máxima. En este punto la velocidad es nula.

$$v = v_0 - gt \Rightarrow 0 = (10\text{ m s}^{-1}) - (9{,}8\text{ m s}^{-2})t \Rightarrow t = 1{,}0\text{ s}$$

Así:

$$y = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 = (28\text{ m}) + (10\text{ m s}^{-1})(1{,}0\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m s}^{-2})(1{,}0\text{ s})^2 = 33\text{ m}$$

Nota: La altura del acueducto es 28 m. Ver solución apartado c.

c) La altura del acueducto se calcula mediante esta expresión:

$$v = v_0 - gt = (10\text{ m s}^{-1}) - (9{,}8\text{ m s}^{-2})(3{,}6\text{ s}) = -25\text{ m s}^{-1}$$

Cuando y = 0, el tiempo es 3,6 s.

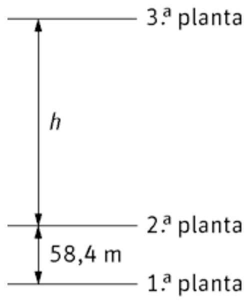
$$0 = y_0 + (10\text{ m s}^{-1})(3{,}6\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}8\text{ m s}^{-2})(3{,}6\text{ s})^2 \Rightarrow y_0 = 28\text{ m}$$

d) $v = v_0 - gt = (10\text{ m s}^{-1}) - (9{,}8\text{ m s}^{-2})(3{,}6\text{ s}) = -25\text{ m s}^{-1}$

40. La Torre Eiffel consta de una base, de tres plantas situadas a diferentes alturas y una antena. Desde el suelo de la tercera planta cae un objeto. Una persona mide el tiempo que tarda en pasar entre la segunda y la primera planta. Sabiendo que este tiempo es de 0,97 s y que la segunda planta se encuentra 58,4 m por encima de la primera, determina la distancia entre ambas plantas.

El objeto posee un movimiento de caída libre. Cuando el objeto pasa por la parte superior de la segunda planta, si se toma como referencia el punto superior, se tiene que:

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 4{,}9t^2$$



Por otro lado, la ecuación si el objeto llega hasta la primera planta es:

$$h + 58{,}4 = \frac{1}{2}g\left(t + 0{,}97\right)^2$$

Sustituyendo la h se calcula el tiempo:

$$4{,}9t^2 + 58{,}4 = 4{,}9\left(t + 0{,}97\right)^2 \Rightarrow t = 5{,}7\text{s}$$

Y con éste la distancia entre la segunda y la tercera planta:

$$h = \frac{1}{2}\left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)\left(5{,}7\ \text{s}\right)^2 = 159\ \text{m}$$

Composición de movimientos

41. Una paloma se eleva desde el suelo verticalmente hacia arriba, con una velocidad de 6,5 m s^{-1}. El viento sopla horizontalmente a 8,2 m s^{-1}. Calcula:

a) La velocidad de la paloma respecto al suelo.

b) El tiempo en desplazarse verticalmente 256 m.

c) La distancia que recorre la paloma en ese tiempo.

a) Al moverse la paloma en ambas dimensiones, el vector velocidad es:

$$\vec{v} = v_x\,\vec{i} + v_y\,\vec{j} = \left(8{,}2\,\vec{i} + 6{,}5\,\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$$

b) En la dirección vertical posee un *mrua*, por lo que: $y = y_0 + v_y t$, y como $y_0 = 0$

$$256\ \text{m} = \left(6{,}5\ \text{m s}^{-1}\right) \Rightarrow t = \frac{(256\ \text{m})}{\left(6{,}5\ \text{m s}^{-1}\right)} = 39\ \text{s}$$

c) Se determina el vector posición.

En horizontal la paloma está animada con un *mru*; así: $x = v_x t = (8{,}2\ \text{m s}^{-1})\ (39\ \text{s}) = 3{,}2 \cdot 10^2$ m

$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (3{,}2 \cdot 10^2\,\vec{i} + 256\,\vec{j})\text{m}$, la distancia coincide con el módulo del vector posición:

$$\left|\vec{r}\right| = \sqrt{\left(3{,}2 \cdot 10^2\right)^2 + \left(256\right)^2} = 4{,}1 \cdot 10^2\ \text{m}$$

42. Huckleberry Finn, el famoso personaje de Mark Twain, huye de su padre montado en una balsa por el río Misisipi. La balsa se mueve perpendicularmente a la orilla con una velocidad de 0,65 m s^{-1}. La velocidad del agua del río es de 3,5 m s^{-1}.

a) Calcula la velocidad que lleva la balsa respecto a la orilla.

b) Si en ese tramo el río tiene una anchura de 85 m, ¿cuánto tiempo tardará en llegar a la otra orilla? ¿Qué distancia habrá sido arrastrado aguas abajo?

c) ¿Cuál es su vector posición en ese momento?

d) En otro momento de su huida, con la ayuda de Jim, intenta remontar el río. Lo hacen por una zona de aguas tranquilas en la que la corriente baja a una velocidad de 0,45 m s^{-1}. ¿Con qué velocidad deben impulsar la balsa para recorrer 112 m en 41 s?

a) La velocidad respecto de la orilla es la suma vectorial de la velocidad de la barca más la del río (principio de superposición).

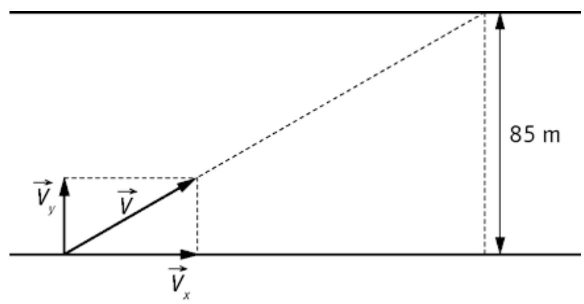
$$\vec{v} = \left(3{,}5\vec{i} + 0{,}65\vec{j}\right)\,\mathrm{m\,s^{-1}} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{\left(3{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2 + \left(0{,}65\,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2} = 3{,}6\,\mathrm{m\,s^{-1}}$$

b) Para calcular el tiempo se utiliza la componente y

$$y = v_y t \Rightarrow 85\,\mathrm{m} = \left(0{,}65\,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)t \Rightarrow t = \frac{(85\,\mathrm{m})}{\left(0{,}65\,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)} = 1{,}3\cdot10^2\,\mathrm{s}$$

Con la componente *X* se determina la posición aguas abajo

$$x = v_x t = \left(3{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}\right)\left(1{,}3\cdot10^2\,\mathrm{s}\right) = 4{,}6\cdot10^2\,\mathrm{m}$$



c) $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (4{,}6\cdot10^2\vec{i} + 85\vec{j})\mathrm{m}$

d) Velocidad de la balsa: $v_b = \dfrac{(112\,\mathrm{m})}{(41\,\mathrm{s})} = 2{,}7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$

La velocidad con la que impulsan la balsa es opuesta a la de la corriente del río. Así, se calcula la velocidad con la que deben impulsar la barca como: (2,7 m s^{-1}) = v – (0,45 m s^{-1}), de donde v = 3,2 m s^{-1}

43. Un avión vuela de un punto A a otro B, situado a 1200 km al norte del primero, a 600 km h^{-1} respeto al aire en reposo. El piloto pone rumbo norte pero el viento, que sopla en dirección este a 100 km h^{-1}, lo desvía de su ruta. Calcula la distancia recorrida por el avión después de 2 h de vuelo y también la velocidad y la dirección en la que debería haber volado para llegar a su destino en 2 h.

El avión está sujeto a dos movimientos, para resolver el ejercicio se aplica el principio de independencia de Galileo.

a) Para calcular la distancia recorrida se halla el vector desplazamiento; cuyo módulo coincide con la distancia recorrida.

El vector desplazamiento es:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (100t\,\vec{i} + 600t\,\vec{j})\mathrm{km}$$

Su valor cuando el tiempo es de 2 h: $\vec{r} = (200\vec{i} + 1200\vec{j})\mathrm{km}$

$$|\vec{r}| = \sqrt{(200\,\mathrm{km})^2 + (1200\,\mathrm{km})^2} = 1216\,\mathrm{km}$$

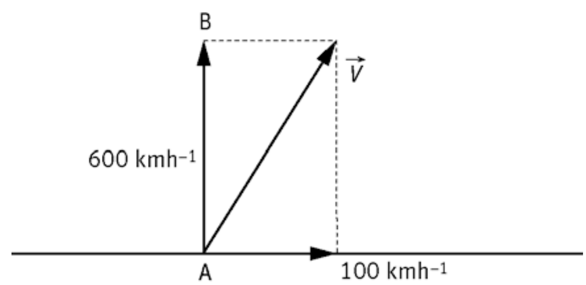
b) La velocidad con la que el avión debería haber volado, más la velocidad del viento debe coincidir con $v_y\vec{j} = 600\vec{j}\,\mathrm{km\,h^{-1}}$

Además, $v_x\vec{i} = -100\vec{i}\,\mathrm{km\,h^{-1}}$, con lo que:

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \left(-100\vec{i} + 600\vec{j}\right)\mathrm{km\,h^{-1}}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(-100\,\mathrm{km\,h^{-1}}\right)^2 + \left(600\,\mathrm{km\,h^{-1}}\right)^2} = 608\,\mathrm{km\,h^{-1}}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{600}{-100} \Rightarrow \alpha = -80{,}5^\circ$$



Lanzamientos horizontales

44. Un jugador de balonmano lanza horizontalmente un balón con una velocidad de 20,0 m s^{-1} desde una altura que dista 2,0 m del suelo. Otro jugador está a 14 m en línea recta del lanzador. ¿Alcanzará bien la pelota sin moverse?

Se calcula primero el tiempo que tarda la pelota en llegar al suelo y luego se determina el alcance.

Como el lanzamiento es horizontal:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2{,}0\text{ m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\text{ m s}^{-2}\right)t^2 \Rightarrow t = 0{,}64\text{ s}$$

El alcance es:

x = (20,0 m s^{-1}) · (0,64 s) = 12,8 m; que es aproximadamente 13 m.

El jugador si no se mueve, no alcanzará la pelota.

45. En la película *Dos hombres y un destino* los protagonistas, Butch Cassidy y Sundance Kid, huyen de sus perseguidores y llegan a un acantilado de 96 m de altura. Deciden saltar y lo hacen horizontalmente con una velocidad de 1,2 m s^{-1}.

a) ¿Con qué velocidad llegan al agua y a qué distancia de la base del acantilado caen?

b) Realmente la escena se rueda con especialistas, pero los actores, Robert Redford y Paul Newman, para simular la escena, saltaron con igual velocidad sobre un colchón de 3,4 m de largo. ¿Desde qué altura saltaron si cayeron en el centro del colchón?

a) La velocidad con la que caen al agua es: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

Se calcula el tiempo de vuelo:

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 96\text{ m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\text{ m s}^{-2}\right)t^2 \Rightarrow t = 4{,}4\text{ s}$$

Para calcular el vector velocidad se obtienen primero las componentes cartesianas de la misma.

$$v_x = 1{,}2\text{ m s}^{-1};\ v_y = -gt = (-9{,}8\text{ ms}^{-2})\ (4{,}4\text{ s}) = -43\text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \left(1{,}2\vec{i} + 43\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{\left(1{,}2\text{ m s}^{-1}\right)^2 + \left(-43\text{ m s}^{-1}\right)^2} = 43\text{ m s}^{-1}$$

La distancia a la que cae es:

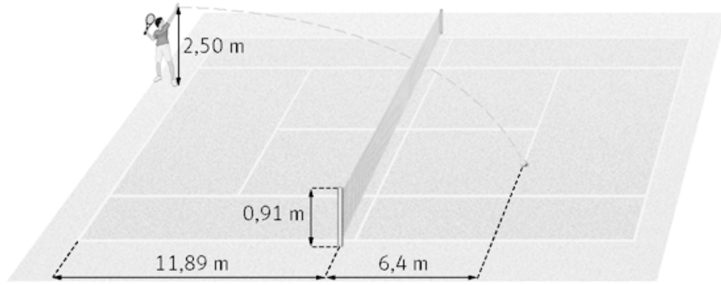
$$x = v_x\,t = (1{,}2\text{ m s}^{-1}) \cdot (4{,}4\text{ s}) = 5{,}3\text{ m}$$

b) El alcance horizontal será 1,7 m; esto es, la mitad de la longitud del colchón ya que cayeron en el centro del mismo.

$$x = v_x t \Rightarrow t = \frac{x}{v_x} = \frac{(1{,}7\text{ m})}{\left(1{,}2\text{ m s}^{-1}\right)} = 1{,}4\text{ s}$$

$$y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = y_0 - \frac{1}{2}\left(9{,}8\text{ m s}^{-2}\right)(1{,}4\text{ s})^2 \Rightarrow y_0 = 9{,}6\text{ m}$$

46. Un jugador de tenis realiza un saque golpeando horizontalmente la bola. Con los datos de la figura, calcula la velocidad mínima de golpeo para que la pelota pase rozando la red e impacte en el cuadro del servicio.



Primero se calcula el tiempo que tarda la bola en pasar rozando la red.

Como el tiro es horizontal, $v_{oy} = 0$ m s^{-1}. Resolviendo la ecuación de segundo grado se calcula el tiempo.

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0{,}91\,\text{m} = 2{,}5\,\text{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\text{m s}^{-2}\right)t^2 \Rightarrow t = 0{,}57\,\text{s}$$

Llevando este valor al eje X se calcula la velocidad de lanzamiento: $x = v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{(11{,}89\,\text{m})}{(0{,}57\,\text{s})} = 21\,\text{m s}^{-1}$

Para ver el punto en el que impacta, se calcula el tiempo de vuelo

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2{,}5 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\,t^2 \Rightarrow t = 0{,}71\,\text{s}$$

El alcance horizontal: $x = v_x t = \left(21\,\text{m s}^{-1}\right)\left(0{,}71\,\text{s}\right) = 15\,\text{m}$

El cuadro de servicio se encuentra entre 11,89 m y 18,29 m, luego sí impacta en el cuadro de servicio.

47. Una avioneta transporta ayuda humanitaria y vuela horizontalmente a 1500 m de altura. Lanza los paquetes a una distancia de 520 m sobre la vertical.

a) Calcula la velocidad que debe llevar la avioneta para que caiga en el punto indicado.

b) Determina la velocidad con la que llega el paquete a tierra.

c) Si el avión no cambia de dirección ni de velocidad, ¿dónde se encontrará cuando la ayuda lleve 3,0 s por el aire? ¿Cuál es el vector posición de la ayuda, para ese instante, medido desde el suelo?

a) Inicialmente el paquete tiene la velocidad de la avioneta; como ésta vuela en horizontal, la velocidad inicial según el eje Y es cero. Así, el tiempo de vuelo se calcula a través de la siguiente ecuación de posición:

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2{,}5 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\,t^2 \Rightarrow t = 17{,}5\,\text{s}$$

La velocidad de la avioneta se determina con el alcance: $x = v_x t \Rightarrow v_x = \frac{x}{t} = \frac{(520\,\text{m})}{(17{,}5\,\text{s})} = 30\,\text{m s}^{-1}$

b) El vector velocidad es: $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$

$$v_y = v_{0_y} - gt = -\left(9{,}8\,\text{m s}^{-2}\right)\cdot\left(17{,}5\,\text{s}\right) = -172\,\text{m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \left(30\vec{i} - 172\vec{j}\right)\text{m}\,s^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{30^2 + 172^2} = 175\,\text{m s}^{-1}$$

Obviamente, dada la velocidad con la que cae, es necesario utilizar un paracaídas para disminuir la velocidad y que el paquete no se rompa.

c) Encima del paquete.

El avión se mueve con *mru*: $x = v\,t = (30\text{ m s}^{-1})\ (3\text{ s}) = 90$ m

La componente x de la ayuda lanzada es la misma, $x = 90$ m

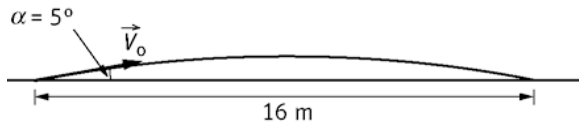
La componente y: $y = y_0 - \frac{1}{2}gt^2 = 1500 - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8\cdot 3{,}00^2 \Rightarrow y = 1456\,\text{m}$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (90\vec{i} + 1456\vec{j})\,\text{m}$$

Lanzamientos oblicuos

48. En la película *Speed* un grupo de personas van en un autobús que lleva una bomba que explotará si el autobús lleva una velocidad inferior a 80,0 km h^{-1}. El autobús tiene que cruzar un puente en obras que tiene un agujero de 16 m. Al llegar a él deciden saltar con el autobús. La inclinación del puente es de 5,0°. Al iniciar el salto el velocímetro marca 108 km h^{-1}. El autobús consigue saltar y las personas sobreviven.

¿Crees que el guionista ideó esta secuencia pensando que esta situación era correcta desde el punto de vista de la Física?



Se debe averiguar si con la velocidad de 108 km h^{-1} (30,0 m s^{-1}) el autobús salta el agujero.

$v_x = v_0 \cos \alpha = 30{,}0 \cos 5{,}0° = 29{,}9$ m s^{-1}

$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen} \alpha = 30{,}0 \operatorname{sen} 5{,}0° = 2{,}61$ m s^{-1}

El tiempo de vuelo se calcula con $y = 0$: $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 2{,}61t - \frac{1}{2}9{,}81t^2$

Que despejando da dos posibles valores del tiempo; siendo válido únicamente el señalado:

$$t = \frac{2 \cdot (2{,}61\,\text{m s}^{-1})}{(9{,}81\,\text{m s}^{-2})} = 0{,}532 \text{ s}$$

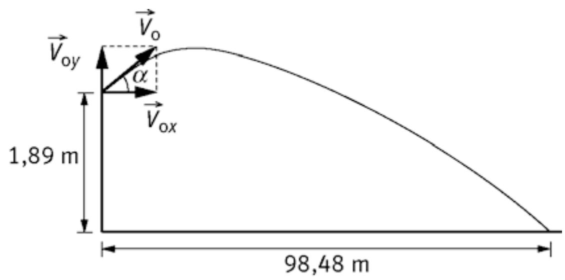
En ese tiempo recorre una distancia: $x = v_x t = (30\,\text{m s}^{-1})(0{,}532\text{ s}) = 15{,}9\text{ m}$. Lo salta muy ajustado.

49. Jan Zelezny está considerado como el mejor lanzador de jabalina de todos los tiempos. Ostenta el récord del mundo con 98,48 m. Cuando lanzó la jabalina ésta se encontraba a 1,89 m del suelo y realizó el lanzamiento con un ángulo de 40° sobre la horizontal.

a) Calcula la velocidad con la que la lanzó.

b) Indica el valor numérico de la velocidad cuando la jabalina llegó al suelo.

c) ¿Cuál fue la altura máxima que alcanzó?



a) Como el dato de menor número de cifras significativas posee tres; se trabaja con la aceleración de la gravedad igual a 9,81m s^{-2}, en lugar de con 9,8 m s^{-2}.

Conocemos el ángulo de lanzamiento y el alcance máximo. Así:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha\; t = v_0 \cos 40°\, t \Rightarrow 98{,}48 = v_0 \cos 40°\, t$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 1{,}89 + v_0 \operatorname{sen} 40° t - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81t^2$$

Despejando el tiempo en la primera ecuación y sustituyendo en la segunda

$$0 = 1{,}89 + v_0 \operatorname{sen} 40° \frac{98{,}48}{v_0 \cos 40°} - \frac{1}{2} \cdot 9{,}81 \cdot \left(\frac{98{,}48}{v_0 \cos 40°}\right)^2 \Rightarrow t = 4{,}16 \text{ s}\,;\; v_0 = \frac{x}{\cos 40°\, t} = 30{,}9\,\text{m s}^{-1}$$

b) $v_x = v_0 \cos \alpha = (30{,}9\,\text{m s}^{-1}) \cos 40° = 23{,}7\,\text{m s}^{-1}$

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \operatorname{sen} \alpha - gt = (30{,}9\,\text{m s}^{-1}) \operatorname{sen} 40° - (9{,}81\,\text{m s}^{-2})(4{,}16\text{ s}) = -21{,}3\,\text{m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} = (23{,}7\vec{i} + 21{,}3\vec{j})\,\text{m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{23{,}7^2 + 21{,}3^2} = 31{,}9\,\text{m s}^{-1}$$

c) El tiempo de altura máxima se calcula sabiendo que en la altura máxima $v_y = 0$

$$v_y = v_{0_y} - gt \Rightarrow 0 = v_{0_y} - gt \Rightarrow t = \frac{v_{0_y}}{g} = \frac{v_0 \operatorname{sen} 40°}{g} = 2{,}02 \text{ s}$$

Así: $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = (1{,}89\text{ m}) + (30{,}9\,\text{m s}^{-1}) \operatorname{sen} 40° (2{,}02\text{ s}) - \frac{1}{2}(9{,}81\,\text{m s}^{-2})(2{,}02\text{ s})^2 = 22{,}1\,\text{m}$

50. Un gran peñasco descansa sobre un barranco, por encima de un pueblo. Se encuentra en una posición tal que si rodase saldría despedido con una velocidad de 20 m s^{-1}, a 80 m de altura como se indica en la figura. Las casas del pueblo se encuentran a 50 m del borde del barranco. ¿Tiene la población motivos para sentirse insegura? Si el peñasco cayera, ¿cuánto tiempo estaría en el aire? ¿Cuál es el módulo de la velocidad al impactar en el suelo?

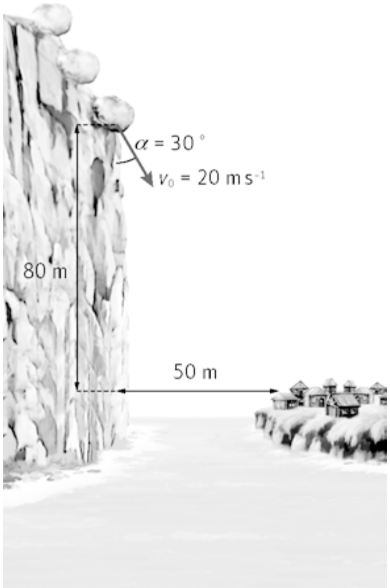
Se calcula el tiempo de vuelo del peñasco y se determina el alcance del peñasco.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \text{ sen } 30^\circ = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{0y} = v_0 \cos 30^\circ = -17 \text{ m s}^{-1}$$

Así: $y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 0 = 80 - 17t - \frac{1}{2}\cdot 9{,}8t^2 \Rightarrow t = 2{,}7 \text{ s}$



Para saber si está en peligro se calcula la distancia que recorre en el eje X:

$$x = v_{0x}t = \left(10 \text{ m s}^{-1}\right)\left(2{,}7 \text{ s}\right) = 27 \text{ m}$$

Al ser menor de 50 m no se encuentran en peligro

Para calcular la velocidad:

$$v_{0x} = 10 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_y = v_{0y} - gt = \left(-17 \text{ m s}^{-1}\right) - \left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(2{,}7 \text{ s}\right)t = -43 \text{ m s}^{-1}$$

$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \left(10\vec{i} - 43\vec{j}\right)\text{m s}^{-1} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{10^2 + 43^2} = 44 \text{ m s}^{-1}$$

51. Un portero de fútbol golpea la pelota con una velocidad de 15 m s^{-1} y un ángulo de lanzamiento de 60°. Halla los instantes en que el vector velocidad forma ángulos de 45° y −45° con la horizontal. Escribe las coordenadas de las posiciones de la pelota en esos instantes.

Las componentes de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = \left(15 \text{ m s}^{-1}\right)\cos 60^\circ = 7{,}5 \text{ m s}^{-1}$$

$$v_{0y} = v_0 \text{ sen } \alpha = \left(15 \text{ m s}^{-1}\right)\text{sen } 60^\circ = 13 \text{ m s}^{-1}$$

Sabemos que $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j}$ y $\text{tg}\alpha = \frac{v_y}{v_x}$. Como tg 45° = 1; $v_x = v_y = 7{,}5 \text{ m s}^{-1}$

El tiempo que tarda la pelota en llegar al punto dónde la velocidad forma el ángulo de 45° es:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow \left(7{,}5 \text{ m s}^{-1}\right) = \left(13 \text{ m s}^{-1}\right) - \left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)t \Rightarrow t = 0{,}56 \text{ s}$$

Las coordenadas en ese instante;

$$x = v_{0x}t = \left(7{,}5 \text{ m s}^{-1}\right)\left(0{,}56 \text{ s}\right) = 4{,}2 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = \left(13 \text{ m s}^{-1}\right)\left(0{,}56 \text{ s}\right) - \frac{1}{2}\left(9{,}81 \text{ m s}^{-2}\right)\left(0{,}56 \text{ s}\right)^2 = 5{,}7 \text{ m}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (4{,}2\vec{i} + 5{,}7\vec{j})\text{m}$$

En el segundo caso tg (−45°) = −1; con lo que $v_y = v_y$ = 7,5 m s^{-1} y el balón está bajando. Procediendo de forma análoga al caso anterior:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow \left(-7{,}5 \text{ m s}^{-1}\right) = \left(13 \text{ m s}^{-1}\right) - \left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)t \Rightarrow t = 2{,}1 \text{ s}$$

$$x = v_{0x}t = \left(7{,}5 \text{ m s}^{-1}\right)\left(2{,}1 \text{ s}\right) = 16 \text{ m}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = \left(13 \text{ m s}^{-1}\right)\left(2{,}1 \text{ s}\right) - \frac{1}{2}\left(9{,}81 \text{ m s}^{-2}\right)\left(2{,}1 \text{ s}\right)^2 = 5{,}7 \text{ m}$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} = (16\vec{i} + 5{,}7\vec{j})\text{m}$$

52. Un jugador de baloncesto lanza a canasta desde 2,00 m de altura, con una velocidad de 10,7 m s^{-1} y un ángulo de 40,0°. La pelota tarda 1,22 s en llegar a la canasta.

a) Calcula la altura máxima que alcanza la pelota.

b) Determina la velocidad de la pelota a los 0,72 s.

a) Las componentes cartesianas de la velocidad inicial son:

$$v_{0x} = v_0 \cos\alpha = \left(10{,}7\ \text{m s}^{-1}\right)\cos 40{,}0° = 8{,}20\ \text{m s}^{-1}$$
$$v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\alpha = \left(10{,}7\ \text{m s}^{-1}\right)\operatorname{sen} 40{,}0° = 6{,}88\ \text{m s}^{-1}$$

La altura máxima se obtiene determinando primero el tiempo:

$$v_y = v_{0y} - gt \Rightarrow 0 = \left(6{,}88\ \text{m s}^{-1}\right) - \left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)t \Rightarrow t = 0{,}701\ \text{s}$$

$$y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = 200 + 6{,}88 \cdot 0{,}701 - \frac{1}{2} \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}701^2 = 4{,}41\text{m}$$

b) $v_x = v_{0x} = 8{,}20\ \text{m s}^{-1}$

$$v_y = v_{0y} - gt = \left(6{,}88\ \text{m s}^{-1}\right) - \left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)\left(0{,}701\ \text{s}\right) = -0{,}18\ \text{m s}^{-1}$$

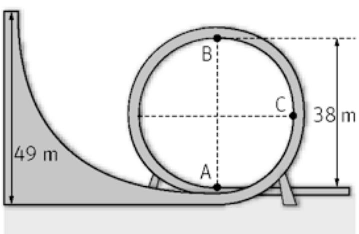
$$\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} = \left(8{,}20\vec{i} - 0{,}18\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$$

Movimiento circular

53. El *Dragón Khan* de Port Aventura tiene un bucle de 38,0 m. Tras una caída de 49 m de pendiente, el tren alcanza una velocidad de 30,6 m s^{-1} en el punto A, velocidad con la que comienza el bucle. En el punto más alto, B, la velocidad es de 13,8 m s^{-1}.

a) Calcula la aceleración normal en ambos puntos.

b) Calcula la aceleración tangencial en C (en medio del trayecto entre A y B) y la aceleración angular.



a) El radio del bucle es 19,0 m; ya que el diámetro es 38 m.

En el punto A la aceleración normal es:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(30{,}6\ \text{m s}^{-1}\right)^2}{(19{,}0\ \text{m})} = 49{,}3\ \text{m s}^{-1}$$

En el punto B:

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(13{,}8\ \text{m s}^{-1}\right)^2}{(19{,}0\ \text{m})} = 10{,}0\ \text{m s}^{-2}$$

b) La aceleración tangencial en el punto C, coincide con el valor de la gravedad, ya que dicha aceleración es tangente a la trayectoria y dirigida hacia abajo. La respuesta es 9,81 m s^{-2}.

La aceleración angular se obtiene:

$$a_t = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a_t}{R} = \frac{\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right)^2}{(19{,}0\ \text{m})} = 0{,}516\ \text{rad s}^{-2}$$

54. En una marcha cicloturística, un ciclista mantiene una velocidad constante de 26,2 m s^{-1}. Se sabe además que el diámetro de la rueda es de 559 mm.

a) ¿Cuántas vueltas habrán dado sus ruedas en 15,2 minutos?

b) ¿Qué velocidad angular llevan?

a) La distancia recorrida por un punto de la rueda es $x = vt = \left(26{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)\left(1{,}52\ \mathrm{min}\cdot\dfrac{60\ \mathrm{s}}{1\mathrm{min}}\right) = 2{,}39\cdot 10^4\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

Sabemos que 1 vuelta = $2\pi R$, luego el número de vueltas es:

$$\text{n.º vueltas} = \frac{\left(2{,}39\cdot 10^3\ \mathrm{m}\right)}{2\pi R} = 1{,}36\cdot 10^4\ \text{vueltas}$$

b) La velocidad angular, $v = \omega R \Rightarrow \omega = \dfrac{v}{R} = \dfrac{\left(26{,}2\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)}{\left(\dfrac{0{,}559}{2}\right)\mathrm{m}} = 93{,}7\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$

55. Una rueda, puesta en movimiento por un motor, ha girado 0,50 radianes durante el primer segundo.

a) ¿Cuántas vueltas dará la rueda en los 10,0 primeros segundos si suponemos que la aceleración angular es constante durante ese tiempo?

b) ¿Cuál será la velocidad lineal de un punto de la llanta en ese momento si el radio de la rueda es de 50,0 cm?

c) Calcula la aceleración angular de frenado si el motor deja de funcionar cuando la rueda gira a 120 *rpm* y esta tarda 6 min en pararse?

a) Se trata de un *mcua*:

$$\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 0{,}5\ \mathrm{rad} = \frac{1}{2}\alpha\left(1\ \mathrm{s}\right)^2 \Rightarrow \alpha = 1\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

El ángulo descrito es: $\varphi = \dfrac{1}{2}\alpha t = \dfrac{1}{2}\left(1\ \mathrm{rad\,s^{-2}}\right)\left(10{,}0\ \mathrm{s}\right)^2 = 50{,}0\ \mathrm{rad}$

El número de vueltas: $\dfrac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \mathrm{rad}}\cdot 50\ \mathrm{rad} = 7{,}96\ \text{vueltas}$

b) Para calcular la velocidad lineal se necesita conocer la ω en ese instante. Para ello suponemos que la aceleración angular es la que da el motor en los primeros segundos,

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + (1\ \mathrm{rad\ s^{-1}})\ (10{,}0\ \mathrm{s}) = 10{,}0\ \mathrm{rad\ s^{-1}}$$

$$v = \omega R = (10{,}0\ \mathrm{rad\ s^{-1}})\ (0{,}500\ \mathrm{m}) = 5{,}00\ \mathrm{m\ s^{-1}}$$

c) Para calcular la aceleración de frenado, primero se transforma al SI la velocidad angular inicial

$$\frac{120\ \text{vueltas}}{1\ \mathrm{min}}\cdot\frac{2\pi\ \mathrm{rad}}{1\ \text{vuelta}}\cdot\frac{1\ \mathrm{min}}{60\ \mathrm{s}} = 4\pi\ \mathrm{rad\,s^{-1}}$$

Como la velocidad angular final es nula, la aceleración angular se determina despejándola de esta ecuación: $\omega_f = \omega_0 + \alpha t$

$$\alpha = -\frac{\omega_0}{t} = -\frac{\left(4\pi\ \mathrm{rad\,s^{-1}}\right)}{6\ \mathrm{min}\cdot\dfrac{60\ \mathrm{s}}{1\ \mathrm{min}}} = -3{,}49\cdot 10^{-2}\ \mathrm{rad\,s^{-2}}$$

56. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

57. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La física y… el baloncesto

1. **Marca en una pared una señal con tu brazo estirado, salta en vertical y en lo más alto haz otra marca, mide la distancia entre ambas. Calcula tu tiempo de permanencia en el aire.**

   Respuesta abierta.

2. **Un jugador de 1,90 m realiza un mate elevándose en vertical 0,83 m. Otro jugador de 2,04 m realiza el mismo mate, pero elevándose 0,74 m. ¿Cuál de los dos permanece más tiempo en el aire?**

$$t_1 = \sqrt{\frac{2y_1}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot(0{,}83\ \text{m})}{(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})}} = 0{,}41\,\text{s}$$

$$t_2 = \sqrt{\frac{2y_2}{g}} = \sqrt{\frac{2\cdot(0{,}74\ \text{m})}{(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})}} = 0{,}39\,\text{s}$$

   El jugador de 1,90 m, permanece 0,82 s en el aire y el de 2,04 m, 0,78 s. El de 1,90 m de altura permanece más tiempo en el aire.

Autoevaluación

1. **En un lanzamiento horizontal, el objeto:**
   - a) **No está en caída libre.**
   - b) **Está en caída libre.**
   - c) **No se puede saber si está en caída libre.**
   - d) **Solo está en caída libre si $v_0 = 0$.**

   b

2. **En un lanzamiento oblicuo:**
   - a) **La $y_{máx.}$ se alcanza en la mitad del tiempo de vuelo.**
   - b) **La $y_{máx.}$ se alcanza al final del tiempo de vuelo.**
   - c) **La $x_{máx.}$ no depende de la velocidad inicial.**
   - d) **La $x_{máx}$ no depende del ángulo de lanzamiento.**

   La respuesta correcta es la a, siempre que y_0 sea cero.

3. **Los lanzamientos rasantes y por elevación con igual alcance:**
   - a) **Tienen distinta velocidad inicial.**
   - b) **Tienen distinto ángulo de lanzamiento.**
   - c) **Tienen igual altura máxima.**
   - d) **Tienen igual tiempo de vuelo.**

   b

4. **Indica, de forma razonada, la afirmación correcta para un avión en vuelo horizontal que deja caer un objeto**
   - a) **Un observador situado en el avión observa que el objeto describe una trayectoria parabólica.**
   - b) **El objeto se mantiene durante su caída en la misma vertical que el avión.**
   - c) **Un observador situado en el avión observa que el objeto cae con un *mru*.**
   - d) **Un observador que cae junto con el objeto observa que este cae con un *mrua*.**

   b

5. **Un tubo de ensayo en una centrifugadora que frena:**
   - a) **Solo tienen a_n.**
   - b) **Solo tiene a_t.**
   - c) **Tiene a_n y a_t.**
   - d) **No tiene aceleración.**

   c

6. **Una canica se introduce por un tubo circular de 76 cm de diámetro, apoyado en una mesa, con v = 2,5 m s^{-1}. Su aceleración 1,0 cm después de salir del tubo es:**
   - a) **8,2 m s^{-2}**
   - b) **16,4 m s^{-2}**
   - c) **0**
   - d) **0,082 m s^{-2}**

   c

10 Leyes de la dinámica

ACTIVIDADES

1. Calcula el módulo de la resultante de las fuerzas concurrentes $\vec{F}_1 = (10\vec{i} - 2\vec{j})$N y $\vec{F}_2 = (8\vec{i} + 4\vec{j})$N.

La fuerza resultante es: $\vec{R} = \sum \vec{F}_i = (10\vec{i} - 2\vec{j}) + (8\vec{i} + 4\vec{j}) = (18\vec{i} + 2\vec{j})\,\text{N}$

$$|\vec{R}| = \sqrt{18^2 + 2^2} = 18\ \text{N}$$

2. ¿Es posible que la suma de dos fuerzas de 8 N cada una sea cero? ¿Es posible que la suma sea mayor de 16 N? ¿Qué tiene que pasar para que la suma sea 16 N?

Sí, siempre que las dos fuerzas sean antiparalelas (la misma dirección y sentidos contrarios).

No puede ser mayor que 16 N. El máximo valor de la resultante es 16 N y se obtiene cuando las dos fuerzas son paralelas (tienen la misma dirección y el mismo sentido).

3. Durante las últimas etapas de descenso, un paracaidista se acerca al suelo con una velocidad constante y sin viento que lo lleve de lado a lado. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) El paracaidista no está en equilibrio.

b) El paracaidista está en equilibrio porque no hay fuerzas actuando sobre él.

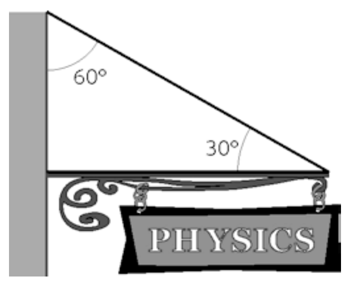
c) El paracaidista está en equilibrio porque las fuerzas que actúan sobre él, el peso y la resistencia con el aire, se anulan.

a) Falsa. Si está en equilibrio, como su velocidad es constante, la suma de todas las fuerzas que actúan sobre él es cero.

b) Falsa. Si actúan fuerzas sobre él: el peso y la resistencia con el aire.

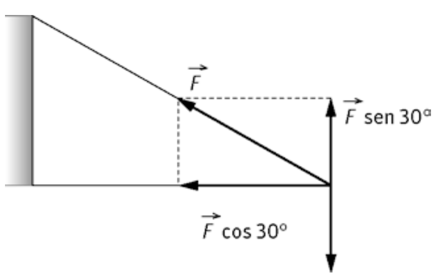
c) Verdadera.

4. En el aula de Física cuelga un cartel de 3,5 kg mediante un cable diagonal y una barra rígida horizontal que apoya en la pared. Determina la fuerza que soporta el cable diagonal.



Al estar en equilibrio $\sum F_y = 0 \Rightarrow F$ sen 30º – $m\,g$ = 0 N

$$F = \frac{m\,g}{\text{sen}\,30º} = \frac{(3{,}5\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2})}{0{,}5} = 69\ \text{N}$$

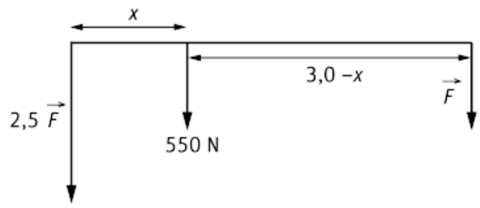


5. Calcula el momento de una fuerza de 35 N aplicada sobre un cuerpo, a 0,25 m de su eje de giro. El ángulo entre la dirección de la fuerza y su brazo es 45°. ¿Con qué ángulo el momento sería nulo?

Por definición de momento $M = r\,F\,\text{sen}\,\alpha = (0{,}25\ \text{m})(35\ \text{N})\cos 45º = 6{,}2\ \text{Nm}$

El momento es nulo cuando el $\text{sen}\,\alpha = 0$, es decir 0º o 180º.

6. **Dos ganaderos de igual altura llevan un ternero de 550 N de peso sujeto de las patas y colgando de una barra de 3,0 m. Determina el punto del que cuelga el ternero si un ganadero soporta 2,5 veces más peso que el otro.**



Como el sistema está en equilibrio, se cumple $\sum \vec{M} = 0$.

Aplicando momentos respecto a la posición del ternero y, teniendo en cuenta que los módulos del momento que ejerce cada ganadero son iguales:

$$x(2,5\,F \text{ sen } 90°) = (3,0 - x)F \text{ sen } 90° \Rightarrow x = 0,86 \text{ m}$$

7. **Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:**

a) En ausencia de rozamiento un disco de *hockey* no necesita una fuerza para comenzar a moverse.

b) Una bola que rueda por el suelo se para debido a que su estado natural es el reposo.

c) Un cuerpo solamente se puede mantener en movimiento si sobre él actúa una fuerza.

a) Falso. Según la 1.ª ley de Newton, si el disco está en reposo para que comience a moverse es necesario aplicar una fuerza sobre él.

b) Falso. Se para debido al rozamiento entre la bola y el suelo.

c) Falso. Un cuerpo puede moverse con *mru* sin que actúe una fuerza sobre él. Por ejemplo, un disco de hockey una vez que está en movimiento.

8. **Una persona empuja horizontalmente una caja con una fuerza de manera que la caja se desliza por el suelo con velocidad constante. Si la persona deja de empujar la caja, señala la afirmación correcta:**

a) La caja se para instantáneamente.

b) La caja sigue moviéndose con velocidad constante.

c) Inmediatamente disminuye su velocidad hasta pararse al cabo de un cierto tiempo.

a) Falsa. La caja seguirá en movimiento.

b) Falsa. Si el hombre empuja con una fuerza y la velocidad es constante, tiene que existir fuerza de rozamiento, por lo tanto, al cesar la fuerza que ejerce el hombre, la caja se parará poco a poco.

c) Verdadero. Ver la respuesta b).

9. **Responde a las siguientes cuestiones:**

a) ¿Es posible que un objeto siga una trayectoria curva si la fuerza resultante sobre él es cero?

b) Un autobús escolar frena bruscamente en una señal de stop. Las mochilas apoyadas en el suelo se mueven hacia delante. ¿Existe una fuerza que mueva las mochilas?

a) No es posible. Según el primer principio, si la fuerza resultante sobre un objeto es cero, el movimiento es rectilíneo y uniforme.

b) Las mochilas no se mueven hacia delante debido a una fuerza, lo hacen como consecuencia de su inercia. Al frenar el autobús, las mochilas tienden a seguir con su estado de movimiento, que era el del autobús.

10. **Una persona sostiene un globo de helio en el interior de un coche con las ventanillas cerradas. Indica si el coche tiene aceleración en los siguientes casos.**

a) El globo permanece vertical.

b) El globo se inclina hacia delante.

c) El globo se inclina hacia un lado.

a) El globo, debido a su inercia, tiende a mantener su estado de movimiento. Si permanece vertical, el vehículo o está en reposo o se mueve con velocidad constante, por lo tanto no tiene aceleración.

b) En este caso el vehículo está frenando. Si tiene aceleración.

c) El vehículo está tomando una curva. Se inclina hacia la parte exterior de la curva. Sí tiene aceleración.

11. Sobre un objeto de masa m_1 se aplica una fuerza y esta adquiere una aceleración de 4,0 ms^{-2}. Si se aplica la misma fuerza sobre una caja de masa m_2, esta adquiere una aceleración de 12 ms^{-2}. Si la masa m_1 es 1,5 kg, calcula el valor de la fuerza aplicada y la masa m_2:

Aplicando el segundo principio de la dinámica: $\vec{F} = m\vec{a}$

$$\left.\begin{array}{l} F = m_1\left(4,0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \\ F = m_2\left(4,0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow m_1\left(4,0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = m_2\left(4,0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 3,0$$

La fuerza aplicada es $F = (1,5\ \text{kg})\left(4,0\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 6,0\ \text{N} \Rightarrow m_2 = \frac{m_1}{3,0} = 0,50\ \text{kg}$

12. Una patinadora está en reposo sobre una pista de hielo. Una compañera la empuja con una fuerza constante durante 4,0 s. Si la patinadora se ha desplazado 3,0 m, determina el valor de la fuerza aplicada, sabiendo que la masa de la patinadora es de 60,0 kg.

Se calcula la aceleración con ayuda de la cinemática:

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2\Delta x}{t^2} = 0,38\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Aplicando el 2.º principio de la dinámica:

$$F = ma = (60,0\ \text{kg})\left(0,38\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 23\ \text{N}$$

13. Una moto de 200 kg (incluido el piloto) se mueve por la recta de tribuna de un gran premio con una velocidad de 300 km h^{-1}. Halla la velocidad de una segunda moto de 120 kg en la misma recta, si ambas tienen la misma cantidad de movimiento.

En el SI, la velocidad de 300 km h^{-1} es de 83 m s^{-1}

El enunciado indica que ambas motos tienen la misma cantidad de movimiento, así: $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2|$

(200 kg) (83 m s^{-1}) = (210 kg) v_2 ; de donde: v_2 = 79 m s^{-1}

14. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) En un *mcu* el momento lineal no varía.

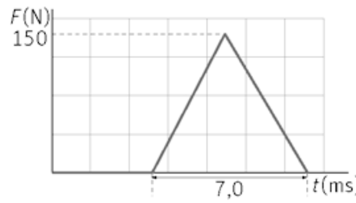
b) Si una pelota de 0,12 kg que se mueve horizontalmente a 4,0 m s^{-1}, choca con una pared y rebota con la misma velocidad, su momento lineal varía.

a) Falso. El momento lineal ($\vec{p} = m\vec{v}$) es una magnitud vectorial. En un *mcu* el módulo de la velocidad permanece constante, pero su dirección varía; al variar ésta el momento lineal también lo hará.

b) Verdadero. El momento lineal es una magnitud vectorial. Cuando la pelota va hacia la pared el vector momento tiene un sentido:

$\vec{p} = m\vec{v} = (0,12\ \text{kg})\left(4,0\vec{i}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right) = 0,48\vec{i}\ \text{kg}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$, al rebotar su sentido cambia $\vec{p} = -0,48\vec{i}\ \text{kg}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$

15. Una pelota al rebotar en el suelo experimenta la fuerza de la figura. Calcula el impulso en el intervalo de tiempo señalado.



Al ser la fuerza variable el impulso debe calcularse geométricamente. El impulso mecánico se calcula determinando el área bajo la curva. Como la figura es un triángulo:

$$I = \frac{1}{2}F\Delta t = \frac{1}{2}(150\ \text{N})\left(7,0\cdot 10^{-3}\ \text{s}\right) = 0,53\ \text{N}\,\text{s}$$

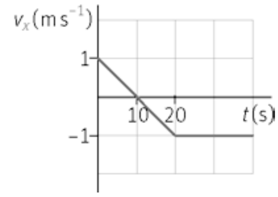
16. Una chica de 55 kg de masa se impulsa con sus piernas hacia arriba adquiriendo una velocidad, al iniciar el salto, de 2,5 m s^{-1}. Calcula el impulso y determina la fuerza que han ejercido sus piernas sobre el suelo, si el impulso ha durado 0,25 s.

Aplicando el teorema del impulso: $\vec{I} = \Delta\vec{p} \Rightarrow I = (55\text{ kg})(2{,}5\text{ m s}^{-1}) - (55\text{ kg})(0\text{ m s}^{-1}) = 1{,}4\cdot10^{2}\text{ kg m s}^{-1}$

Sabiendo que el impulso es la fuerza aplicada sobre un cuerpo por el tiempo que esta actúa:

$$I = F\Delta t \Rightarrow F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{(1{,}4\cdot10^{2}\text{ kg m s}^{-1})}{(0{,}25\text{ s})} = 5{,}6\cdot10^{2}\text{ N}$$

17. La siguiente gráfica corresponde a un movimiento rectilíneo:



a) Indica cuándo existe fuerza resultante y deduce su sentido.

b) Si *m* es 2,5 kg, calcula la variación del momento lineal en el primer y segundo tramo.

a) En el primer tramo que va hasta los 20 s, la velocidad varía, por lo tanto, el móvil posee aceleración y se ve sometido a una fuerza resultante. Mientras que en el segundo tramo, desde los 20 s en adelante, la velocidad es constante, lo que significa que la aceleración es nula y que por lo tanto no existe fuerza resultante.

En el primer tramo la aceleración es negativa, ya que la pendiente de la gráfica *v-t* lo es. La fuerza tiene sentido contrario al movimiento.

b) En el primer tramo: $\Delta p = p_f - p_0 = (2{,}5\text{ kg})(-1\text{ m s}^{-1}) - (2{,}5\text{ kg})(1\text{ m s}^{-1}) = -5\text{ kg m s}^{-1}$

En el segundo tramo la variación del momento lineal es cero; ya que la velocidad es constante.

18. Dos objetos diferentes experimentan aceleraciones de 1,5 m s^{-2} y 3,0 m s^{-2} cuando reciben la misma fuerza.

a) ¿Qué relación tienen las masas de los dos objetos?

b) Si los dos objetos se unen entre sí, ¿qué aceleración producirá la fuerza?

c) ¿Puedes calcular la fuerza?

a) Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$\left.\begin{array}{l} F = m_1(1{,}5\text{ m s}^{-2}) \\ F = m_2(3{,}0\text{ m s}^{-2}) \end{array}\right\} \Rightarrow m_1(1{,}5\text{ m s}^{-2}) = m_2(3{,}0\text{ m s}^{-2}) \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 2$$

b) La fuerza será: $F = (m_1 + m_2)a$

Sabiendo que $F = m_2(3{,}0\text{ m s}^{-2})$, y que $m_1 = 2m_2$; se obtiene:

$$m_2(3{,}0\text{ m s}^{-2}) = (m_1 + m_2)a = (2m_2 + m_2)a \Rightarrow a = \frac{3{,}0\text{ m s}^{-2}}{3} = 1{,}0\text{ m s}^{-2}$$

c) No. Para calcular la fuerza es necesario conocer la masa.

19. Una pulga común tiene una masa de 0,0080 g y puede realizar un salto vertical de 18 cm sobre la cabeza de un perro, impulsándose durante 80 ms.

a) La fuerza que impulsa a la pulga, ¿es la que ella hace sobre el perro o la que el perro realiza sobre ella?

b) Calcula ambas fuerzas.

a) Es la que realiza el perro sobre ella.

b) Utilizando las ecuaciones de la cinemática se determina la velocidad inicial de la pulga:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 0 - v_0^2 = 2(9{,}8\text{ m s}^{-2})(0{,}18\text{ m}) \Rightarrow v_0 = 1{,}9\text{ m s}^{-1}$$

Para calcular la fuerza que realiza el perro sobre la pulga se aplica el teorema del impulso:

$$\Delta p = F\Delta t \Rightarrow F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} = \frac{(0{,}0080\cdot10^{-3}\text{ kg})(1{,}9\text{ m s}^{-1})}{(80\cdot10^{-3}\text{ s})} = 1{,}9\cdot10^{-4}\text{ N}$$

La que ella ejerce sobre el perro tiene el mismo módulo y dirección, pero sentido contrario ($-1{,}9\cdot10^{-4}$ N).

20. En una película de ciencia ficción, un astronauta de 85 kg de masa (incluido todo su equipo) empuja en el espacio con una fuerza de 30,0 N a un vehículo espacial averiado.

El vehículo tiene una masa de 250 kg. Calcula la aceleración que experimentan, el astronauta y el vehículo espacial.

Se toma como sentido positivo de la fuerza, la que el astronauta realiza sobre la nave. La aceleración del astronauta viene determinada por la fuerza que realiza la nave sobre él, esta fuerza tiene sentido contrario a la que él realiza:

$$F = ma \Rightarrow -30\ \text{N} = (85\ \text{kg})a \Rightarrow a = -0{,}35\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

La de la nave: $30\ \text{N} = (250\ \text{kg})a' \Rightarrow a' = 0{,}12\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$

21. Una bola de masa 0,125 kg se mueve con una velocidad de 2,1 m s^{-1}, en una mesa de aire. La bola golpea a otra de masa 1,0 kg que inicialmente estaba en reposo. Después del choque, la primera masa retrocede con una velocidad de 1,8 m s^{-1}. Determina la velocidad de la segunda masa.

En una mesa de aire el rozamiento es prácticamente nulo. Las fuerzas que intervienen en el choque entre las bolas son internas, por lo tanto, se conserva el momento lineal en el mismo.

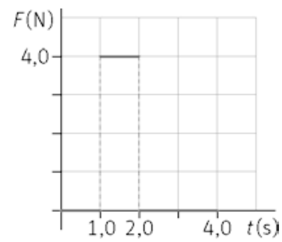
$$\vec{p}_f = \vec{p}_0 \Rightarrow (0{,}125\ \text{kg})(2{,}1\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) + (0\ \text{kg}\,\text{m}\,\text{s}^{-1}) = (0{,}125\ \text{kg})(-1{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) + (1\ \text{kg})v \Rightarrow v = 0{,}49\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

22. Una patinadora sobre hielo de 45 kg de masa atrapa un ramo de flores de 0,75 kg que le arrojaron y que le llega con una velocidad horizontal de 4,2 m s^{-1}. Si al coger el ramo la patinadora termina en reposo, ¿qué velocidad llevaba antes de atrapar el ramo?

En el instante de coger el ramo solo actúan fuerzas internas, el momento lineal se conserva. Como la patinadora termina en reposo, el momento final es nulo:

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow \vec{p}_{pat.} + \vec{p}_{ramo} = 0 \Rightarrow (45\ \text{kg})v - (0{,}75\ \text{kg})(4{,}2\ \text{m}\,\text{s}^{-1}) = 0 \Rightarrow v = 7{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

23. Una bola de 1,0 kg de masa está sometida a la fuerza que se indica en la gráfica.



a) Si en *t* = 0 estaba en reposo, calcula la velocidad en *t* = 4,0 s.

b) Si en ese instante choca contra otra bola de la misma masa que se dirige hacia ella a 2,5 ms^{-1}, calcula la velocidad con la que se mueven las dos bolas si después del choque permanecen unidas.

a) En la gráfica se observan tres tramos. En el primero y tercero no actúa fuerza alguna; solamente en el segundo actúa una fuerza de 4,0 N.

Aplicando la segunda ley de Newton, se calcula la aceleración: $F = m\,a \Rightarrow 4{,}0\ \text{N} = (1{,}0\ \text{kg})a \Rightarrow a = 4\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$

Como la fuerza solo actúa durante un segundo, sustituyendo en la ecuación de la velocidad del *mrua* se obtiene:

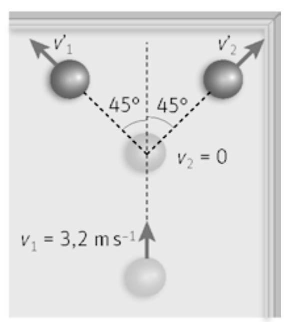
$$v_f = v_0 + a\,t = 0 + (4{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-2})(1{,}0\ \text{s}) = 4{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

b) En el choque se conserva el momento lineal. Como las dos bolas permanecen juntas el choque es inelástico. La velocidad de la segunda bola tiene sentido contrario a la de la primera, así:

$$(1{,}0\,\text{kg})(4\,\text{m}\,\text{s}^{-1}) + (1\,\text{kg})(-2{,}5\,\text{m}\,\text{s}^{-1}) = (1{,}0\,\text{kg} + 1{,}0\,\text{kg})v \Rightarrow v = 0{,}75\,\text{m}\,\text{s}^{-1}$$

24. Una bola de billar se mueve con una velocidad de 3,2 m s^{-1} en la dirección del eje *Y* y choca con otra bola de la misma masa que estaba en reposo. Las dos bolas salen formando un ángulo de 45° en relación al eje *Y*.

Calcula la velocidad de las dos bolas después de la colisión.



En el choque se conserva el momento lineal. Esta magnitud es vectorial y su conservación debe cumplirse tanto en el eje *X* como en el eje *Y*. Se descompone la velocidad según los ejes.

Eje *Y*: $m \cdot 3{,}2 = mv_1 \cos 45º + mv_2 \cos 45º$

Eje *X*: $0 = mv_1 \operatorname{sen} 45º + mv_2 \operatorname{sen} 45º \Rightarrow v_1 = v_2$

Así: $3{,}2 = 2v_1 \cos 45º \Rightarrow v_1 = v_2 = 2{,}3 \text{ m s}^{-1}$

25. Razona si es verdad que una partícula de 2 kg de masa que describe un movimiento circular de radio 2 m con una velocidad de 2 m s^{-1}, tiene menor momento angular que la misma partícula moviéndose en un círculo de radio 1 m a una velocidad de 4 m s^{-1}.

El módulo del momento angular es $L = r\,mv$. Para la misma masa, si el producto del radio por la velocidad no varía, la partícula poseerá el mismo momento angular, por lo tanto, la afirmación es falsa.

26. Se hace girar una masa con una onda en un sentido y posteriormente, sin cambiar ni su masa, ni su radio, ni su velocidad, se la hace girar en sentido contrario. Indica cómo afecta este hecho al momento angular de la masa respecto del centro de giro.

El momento angular es una magnitud vectorial $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, al cambiar el sentido de la velocidad, cambia el sentido del vector momento angular

27. Al aplicar una fuerza sobre un cuerpo, razona en qué condiciones no varía su momento angular.

Si solo actúa dicha fuerza, el momento angular permanecerá constante si el momento de la fuerza aplicada es cero. $\vec{M} = \dfrac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = \text{cte.}$; donde $M = r\,F \operatorname{sen} \alpha$

El momento de una fuerza es cero si el vector posición vale cero o si la fuerza se mide respecto a un punto contenido en la línea de acción de la misma, esto es, el seno es nulo.

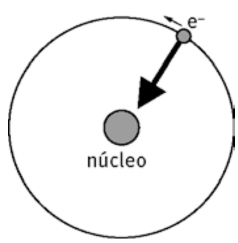
28. La Tierra tiene un movimiento de rotación. Razona por qué la duración de los días permanece razonablemente constante a lo largo del tiempo.

En la formación del sistema solar, la nube de gas y polvo comenzó a colapsar formando un disco enorme que giraba cada vez más rápido (piensa en una patinadora sobre hielo cuando junta sus brazos). El Sol se formó en el centro y cuando los planetas colapsaron sobre sí mismos comenzaron a girar sobre su eje como consecuencia de la conservación del momento angular; este movimiento sigue debido a la inercia.

29. En el modelo atómico de Bohr para el átomo de hidrogeno, el electrón gira en una órbita circular alrededor del núcleo. Razona si el momento angular del electrón respecto al núcleo permanece constante. ¿Cuál sería el momento angular del electrón respecto a un punto de su órbita?

La fuerza a la que se ve sometido el electrón está contenida en su línea de acción, el momento de la misma respecto del núcleo es cero, y, por lo tanto, se conserva el momento angular.

El momento del electrón respecto a un punto de su órbita es cero, ya que el vector posición respecto a sí mismo es cero.



Concepto de fuerza: medida, equilibrio y momento.

30. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) Si solo actúa una fuerza sobre un cuerpo, la fuerza resultante no puede ser cero.

b) Al rematar de cabeza un balón, si su velocidad mantiene la misma dirección y el mismo módulo que traía pero cambia el sentido, el balón no recibe ninguna fuerza.

a) Verdadera. Para que la fuerza resultante sea cero deben existir al menos dos fuerzas iguales en módulo y dirección, pero de sentido contrario.

b) Falsa. Si cambia de sentido es como consecuencia de la fuerza que ejerce la cabeza sobre el balón.

31. En un muelle se produce un alargamiento de 6,0 cm cuando se aplica una fuerza de 18 N.

a) Calcula el valor de constante recuperadora del muelle.

b) ¿Cuánto se alarga el muelle si recibe una fuerza de 30 N?

c) ¿Qué fuerza hay que aplicarle para producir un alargamiento de 2,5 cm?

a) Aplicando la ley de Hooke:

$$F = k\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{(18\ \text{N})}{\left(6{,}0\cdot 10^{-2}\ \text{m}\right)} = 3{,}0\cdot 10^{2}\ \text{Nm}^{-1}$$

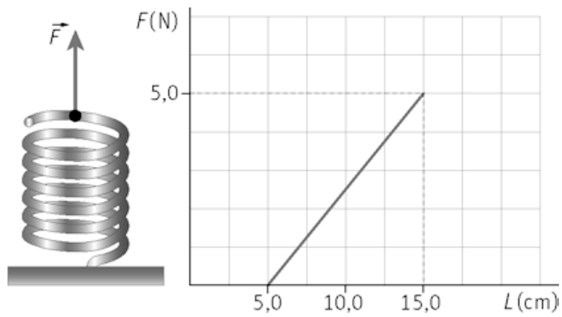
b) $F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \dfrac{F}{k} = \dfrac{(30\ \text{N})}{\left(3{,}0\cdot 10^{2}\ \text{Nm}^{-1}\right)} = 0{,}10\ \text{m}$

c) $F = \left(3{,}0\cdot 10^{2}\ \text{Nm}^{-1}\right)\left(0{,}025\ \text{m}\right) = 7{,}5\ \text{N}$

32. El muelle de la figura está sujeto en el suelo. Se tira de él hacia arriba con una fuerza y se mide el alargamiento. En la gráfica se muestra la fuerza en función de la longitud.

a) ¿Cumple el muelle la ley de Hooke?

b) Si es así, determina la constante recuperadora del muelle.



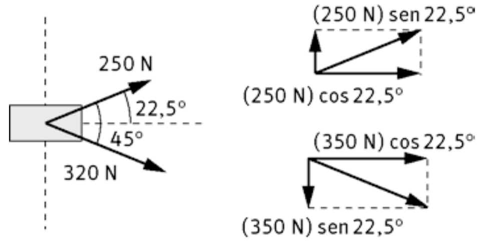
a) Si, ya que la representación gráfica *F-t* es una recta, por lo tanto, la fuerza elástica es proporcional al alargamiento.

b) Aplicando la ley de Hooke:

$$F = k\Delta L \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta L} = \frac{5{,}0\ \text{N}}{(15{,}0-5{,}0)\cdot 10^{-2}\ \text{m}} = 50\ \text{Nm}^{-1}$$

33. Dos personas tiran de una barca en un canal, ejerciendo fuerzas de 250 y 320 N, respectivamente. Sabiendo que ambas fuerzas forman un ángulo de 45°, calcula el módulo de la fuerza resultante.

Suponiendo que el eje de abcisas divide el ángulo en dos partes iguales, se descomponen las fuerzas:



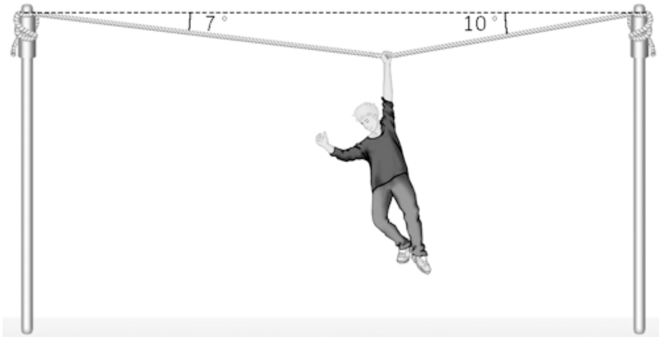
Eje X: $\vec{R}_x = (320\cos 22{,}5° + 250\cos 22{,}5°)\,\vec{i} = \left(5{,}3\cdot 10^{2}\,\vec{i}\right)\text{N}$

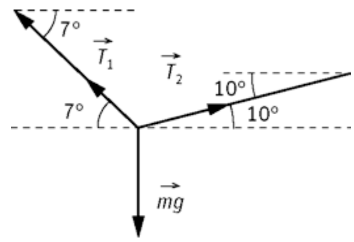
Eje Y: $\vec{R}_y = (320\,\text{sen}\,22{,}5° + 250\,\text{sen}\,22{,}5°)\,\vec{j} = \left(-27\,\vec{j}\right)\text{N}$

$\vec{R} = \left(5{,}3\cdot 10^{2}\,\vec{i} - 27\,\vec{j}\right)\text{N}$

El módulo es: $\left|\vec{R}\right| = \sqrt{\left(5{,}3\cdot 10^{2}\right)^{2} + (-27)^{2}} = 5{,}3\cdot 10^{2}\ \text{N}$

34. Un chico de 42,0 kg de masa se cuelga de una cuerda atada a dos postes, según se indica en la figura. Determina la tensión en cada sector de la cuerda.





Se descomponen las fuerzas:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_2 \cos 10° = T_1 \cos 7° \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 \cos 7°}{\cos 10°} = 1{,}01 T_1$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \,\text{sen}\, 10° + T_1 \,\text{sen}\, 7° - mg = 0 \Rightarrow 1{,}01 T_1 \,\text{sen}\, 10° + T_1 \,\text{sen}\, 7° = (42\text{ kg})(9{,}81\text{ m s}^{-2})$$

Despejando se obtienen los siguientes valores: $T_1 = 1{,}42 \cdot 10^3$ N y $T_2 = 1{,}43 \cdot 10^3$ N

35. En un día de viento fuerte se deja caer un balón de baloncesto de masa 0,61 kg. El viento ejerce una fuerza horizontal de 4,2 N. Determina el módulo de la fuerza resultante y el ángulo que forma la fuerza con la horizontal.

Las fuerzas que actúan sobre el balón son el peso en la dirección del eje *Y*, y la fuerza horizontal en la del *X*.

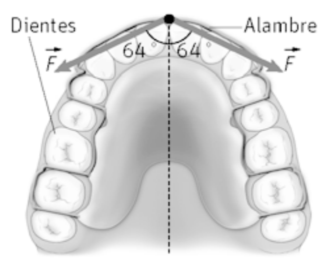
$$p = mg = (0{,}61\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2}) = 6{,}0\text{ N}$$

Vectorialmente: $\vec{R} = \left(4{,}2\vec{i} + 6{,}0\vec{j}\right)$N

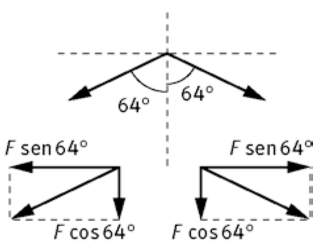
El módulo $\left|\vec{R}\right| = \sqrt{(4{,}2)^2 + (-6{,}0)^2} = 7{,}3$ N

Para determinar el ángulo: $\text{tg}\,\alpha = \frac{R_y}{R_x} \Rightarrow \alpha = \text{arctg}\frac{-6{,}0}{4{,}2} = -55°$

36. Para colocar un diente en su posición, el dentista coloca un alambre tal como se indica en la figura (sujeto al diente). Sabiendo que la fuerza resultante que actúa sobre el diente es 2,2 N, calcula el valor de cada una de las fuerzas, $\vec{F}_T$.



Como el diente está en equilibrio (es la misión del alambre) se debe cumplir:



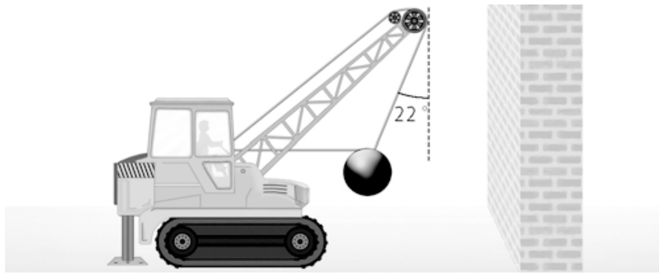
$$\sum F_x = 0$$

$$\sum F_y = 0$$

Las componentes *X* se anulan; mientras que $\sum F_y = 22$ N, por tanto, $F \cos 64° + F \cos 64° = 2{,}2\text{ N} \Rightarrow F = 2{,}5$ N

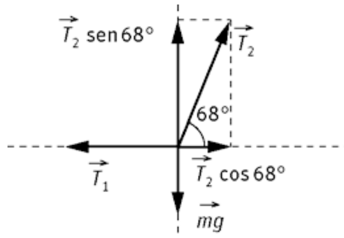
37. Una bola de demolición de 280 kg está sujeta a la grúa con dos cables. Uno está enganchado a la punta de la grúa y forma 22° con la vertical; el otro, es un cable horizontal que asegura la bola antes de ser lanzada.

Determina la tensión a la que se ve sometido el cable horizontal si el sistema está en equilibrio.



Como el sistema está en equilibrio se cumple que $\sum F_x = 0$ y $\sum F_y = 0$.

Dado que la suma de los ángulso de un triángulo es 180º; sabemos que el ángulo que forma T_2 con la horizontal es de 68º.



$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_2 \cos 68º - T_1 = 0 \Rightarrow T_1 = 0{,}37\,T_2$$

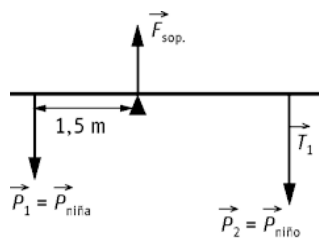
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T_2 \,\text{sen}\, 68º - mg = 0 \Rightarrow T_2 = \frac{(280\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})}{\text{sen}\, 68º} = 2{,}9 \cdot 10^3\text{ N}$$

$$T_1 = 0{,}37 \cdot 2{,}9 \cdot 10^3\text{ N} = 1{,}1 \cdot 10^3\text{ N}$$

38. Con ayuda de un tablón de 5,0 m de longitud y de masa despreciable, se construye un balancín, sujetando el tablón a un soporte por su punto medio. En el balancín se sientan un niño de 45 kg y una niña de 35 kg. La niña se sienta a 1,5 m del punto de apoyo:

a) Calcula la fuerza ejercida sobre el tablón por el soporte (el tablón tiene su centro de gravedad sobre el soporte).

b) ¿Dónde debe sentarse el niño para que el balancín esté en equilibrio?



a) Al estar en equilibrio se debe cumplir que:

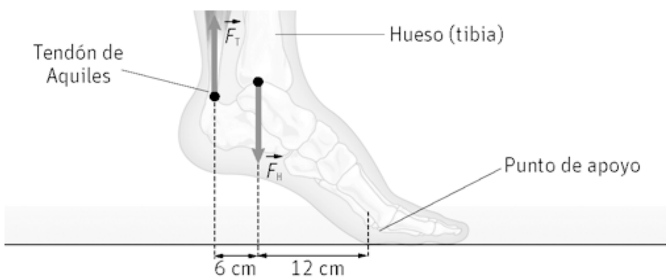
$$\sum F = 0 \Rightarrow F_{sop.} - p_1 - p_2 = 0 \Rightarrow F_{sop.} - p_1 - p_2 = \left[(45 + 35)\text{ kg}\right](9{,}8\text{ m s}^{-2}) = 7{,}8 \cdot 10^2\text{ N}$$

b) Al estar en equilibrio debe cumplirse $\sum \vec{M} = 0$, es decir el momento de la niña debe ser igual en módulo al del chico:

$$(35\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})(1{,}5\text{ m}) = (45\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})\,x \Rightarrow x = 1{,}2\text{ m}$$

39. Una bailarina de *ballet* realiza un apoyo con un solo pie. Cuando una persona realiza dicho apoyo, se ejerce una fuerza, F_T, hacia arriba en el tendón de Aquiles y otra, F_H, hacia abajo en la parte final del hueso de la pierna (tibia), tal y como se puede ver en la figura.

Si la masa de la chica es de 47 kg y suponiendo que todo el peso recae sobre el punto de apoyo, calcula F_T y F_H.

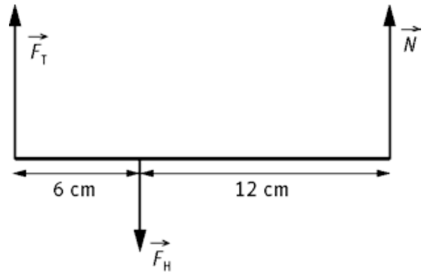


Además de las dos fuerzas que indica el enunciado, sobre el pie de apoyo, actúa la fuerza normal (la reacción al peso). Así el módulo de la fuerza normal coincide con el de la fuerza peso.

Para que esté en equilibrio debe cumplirse. $\sum \vec{F} = 0$ y $\sum \vec{M} = 0$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_T - F_H + N = 0$$

Aplicando momentos respecto al punto señalado.



$$\sum \vec{M} = 0 \Rightarrow mg\,(0{,}12\text{ m}) - F_T\,(0{,}06\text{ m}) = 0$$

Ya que la F_H no posee momento al ser su brazo nulo.

$$F_T = \frac{(47\text{ kg}) \cdot (9{,}8\text{ m s}^{-2}) \cdot (0{,}12\text{ m})}{(0{,}06\text{ m})} = 9{,}2 \cdot 10^2\text{ N}$$

$$\sum F = 0 \Rightarrow F_H = F_T + mg = (9{,}2 \cdot 10^2\text{ N}) + (47\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2}) = 1{,}4 \cdot 10^3\text{ N}$$

Principios de la dinámica

40. Da una explicación a los siguientes hechos:

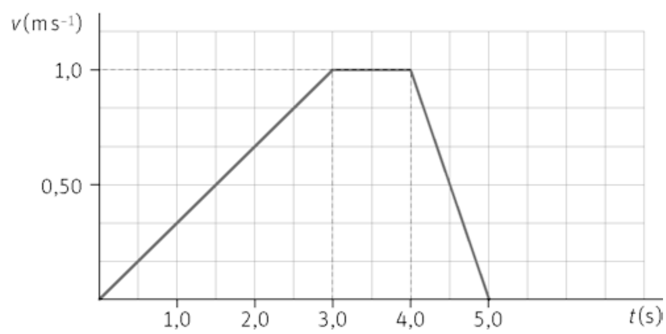
a) Una canica se encuentra apoyada en el piso horizontal de un remolque de juguete, en reposo. Cuando se tira del remolque, la canica rueda hacia la parte de atrás.

b) Un automóvil está parado ante una señal de stop cuando otro vehículo lo golpea por detrás. Las personas del primer automóvil sufren una lesión en las cervicales llamada “latigazo cervical” (ver figura).

a) Un objeto que se encuentra en reposo, según el primer principio tiende a permanecer en dicho estado. Al tirar del remolque la canica rueda hacia atrás debido a su inercia.

b) Al ser golpeado por detrás, la persona que se encuentre en reposo sentada en el coche tiende a permanecer en él. Si la cabeza no está bien apoyada sobre el reposa cabezas, el cuello sufre un latigazo hacia atrás.

41. La velocidad de un bombero de 84 kg de masa bajando por la barra fija de salida está descrita en la siguiente gráfica *v-t*. Determina la magnitud de la fuerza ejercida por el bombero en las distintas etapas del movimiento.



Sobre el bombero actúan dos fuerzas, la que le hace la barra, que es igual a la que hace él con los brazos, y la que hace la Tierra (*mg*).

En la 1ª etapa: $v = a\,t \Rightarrow a = \dfrac{v}{t} = \dfrac{(1{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}})}{(3\ \mathrm{s})} = 1/3\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

$$m\,g - F = m\,a \Rightarrow F = m\,g - m\,a = (84\,\mathrm{kg})\cdot\left[\left(9{,}8 - \frac{1}{3}\right)\mathrm{m\,s^{-2}}\right] = 8{,}0\cdot 10^{2}\ \mathrm{N}$$

En la 2.ª etapa, como la velocidad es constante: $a = 0 \Rightarrow F = m\,g = (84\ \mathrm{kg})(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}) = 8{,}2\cdot 10^{2}\ \mathrm{N}$

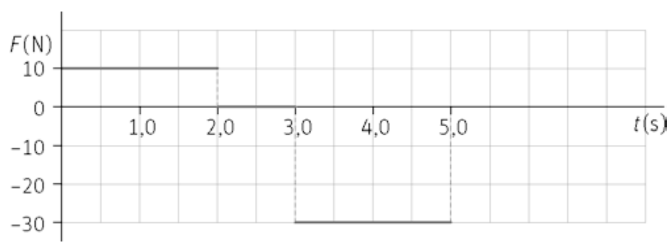
En la 3.ª etapa: $v = v_0 + a\,t \Rightarrow 0 = (1{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}}) + a(1{,}0\ \mathrm{s}) \Rightarrow a = -10\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

En este caso: $m\,g - F = m(-1{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}) \Rightarrow F = 9{,}1\cdot 10^{2}\ \mathrm{N}$

42. En la siguiente gráfica *F-t* se representa el movimiento de un objeto de 1,2 kg de masa. Si el objeto partió del reposo, calcula:

a) La velocidad del mismo a los 1,5 s, 2,5 s y 5,0 s.

b) Representa las gráficas *a-t* y *v-t*.



a) Entre $t = 0$ y $t = 2{,}0$ s, la fuerza que actúa sobre el objeto es de 10 N. Así, se calcula la aceleración empleando el segundo principio de la dinámica:

$$F = m\,a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{(10\ \mathrm{N})}{(1{,}2\ \mathrm{kg})} = 8{,}3\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

La velocidad es: $v = v_0 + a\,t = 0 + (8{,}3\ \mathrm{m\,s^{-2}})(1{,}5\ \mathrm{s}) = 12\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

Para calcular la velocidad a los 2,5 s, se determina la velocidad hasta t =2,0 s, después como no actúa ninguna fuerza, la velocidad será constante.

$$v = v_0 + a\,t = (12\ \mathrm{m\,s^{-1}}) + (8{,}3\ \mathrm{m\,s^{-2}})(0{,}5\ \mathrm{s}) = 16\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

Entre el t de 3,0 s y 5,0 s, la fuerza que actúa es –30 N

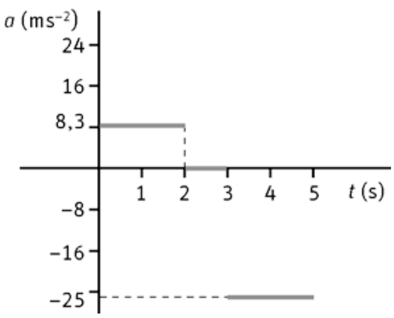
$$a = \frac{F}{m} = \frac{(-30\ \text{N})}{(1{,}2\ \text{kg})} = -25\ \text{m s}^{-2}$$

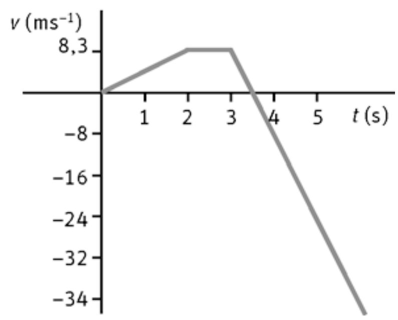
$$v = v_0 + a\,t = \left(16\ \text{m s}^{-1}\right) + \left(-25\ \text{m s}^{-2}\right)(2\ \text{s}) = -34\ \text{m s}^{-1}$$

b) En la gráfica *a-t*; tenemos tres tramos con aceleración constante. El primero desde los 0 a los 2 s, con un valor de a = 8,3 m s^{-2}. Después, desde los 2 a los 3 s la aceleración es nula; ya que se trata de un *mru*. El tercer y último tramo, es un *mrua* (como el primero) donde a = –25 m s^{-2} y va de los 3 a los 5 s.

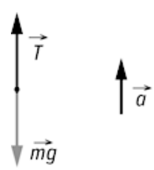
Para representar la gráfica *v-t*; se toman las ecuaciones de velocidad y se toman valores. Es suficiente con tomar dos, ya que son rectas.

Para el primer tramo: parte del origen ya que inicialmente el objeto está en reposo y a los dos segundos su velocidad es 8,3 m s^{-1}. En el segundo tramo su velocidad es constante hasta los 3 s. En el tercer y último tramo parte a los 3 s de 8,3 m s^{-1} y llega a los –34 m s^{-1} a los 5 s.





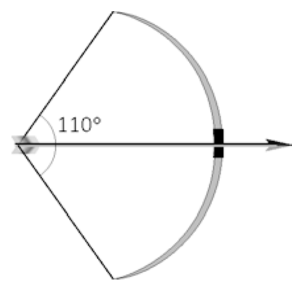
43. Un pescador, al tirar verticalmente de un pez con una aceleración de 1,75 m s^{-2}, rompe el hilo de la caña de pescar. Calcula la masa del pez, sabiendo que la tensión máxima que aguanta el hilo es de 25 N.



Las fuerzas que actúan son la tensión de la cuerda y el peso que ejerce el pez. Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$\sum F = m\,a \Rightarrow T - m\,g = m\,a \Rightarrow T = m\left(a + g\right) \Rightarrow m = \frac{T}{a+g} = 2{,}2\ \text{kg}$$

44. Si un arquero ejerce una fuerza de 360 N cuando las semicuerdas forman un ángulo de 110º y la flecha tiene una masa de 300 gramos, calcula:



a) La fuerza que transmite cada semicuerda.

b) La aceleración inicial de la flecha.

a) Se descomponen las fuerzas. Las componentes en el eje *Y* se anulan. Las componentes en el eje *X* se suman.

$$F_x = F\cos\alpha$$

La flecha divide al ángulo en dos partes iguales, según se ve en el dibujo. Así, la fuerza ejercida por el arquero es: 360 N = 2F cos55º $F = 3{,}1\cdot 10^{2}$ N

b) La fuerza que recibe la flecha en el momento del disparo es la que ejerce el arquero.

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{(3600\ \text{N})}{(0{,}30\ \text{kg})} = 1{,}2\cdot 10^{3}\ \text{m s}^{-2}$$

45. Identifica las fuerzas que actúan en cada situación y razona si hay fuerza resultante o no.

a) Un perro arrastra un trineo sobre un suelo helado.

b) Un coche con el motor funcionando, avanza por una carretera rectilínea a velocidad constante.

c) Una moto toma una curva sin peralte sin que varíe la indicación de su velocímetro.

d) Una persona empuja un mueble sobre el suelo de una habitación, moviéndolo cada vez más deprisa.

e) Una sonda espacial se mueve por el espacio exterior a velocidad constante.

a) Sobre el trineo actúa la fuerza que ejerce el perro. Esta fuerza es la resultante.

Sobre el perro actúa la fuerza que ejerce el trineo, pero está aplicada en un cuerpo distinto.

También actúan el peso y la normal, pero éstas se anulan mutuamente.

b) La fuerza que realiza el motor y la fuerza de rozamiento, el peso y la normal. Como el coche se mueve con velocidad constante, según el primer principio de la dinámica, la fuerza resultante debe ser cero.

c) Aunque su velocidad en módulo sea constante, al tomar una curva, sobre la moto debe actuar una fuerza (ya que la dirección de la velocidad varía). Esta fuerza es la de rozamiento. También actúan el peso y la normal.

d) Al variar la velocidad, el mueble posee un movimiento acelerado. Según la 2ª ley de la dinámica, sobre él actúa una fuerza resultante.

Las fuerzas que actúan son el peso y la normal que se anulan entre sí, la fuerza que ejerce la persona sobre el mueble y la fuerza de rozamiento. En este caso la primera debe ser mayor en módulo que la segunda; ya que cada vez va más deprisa.

e) En el espacio exterior, la sonda no está sometida a la atracción gravitatoria, además como se mueve con velocidad constante, no actúa ninguna fuerza sobre ella.

46. Un hombre cuya masa es de 70 kg se encuentra sobre una báscula electrónica en un ascensor. ¿Cuánto indicará la báscula en los siguientes casos?

a) El ascensor sube con velocidad constante de 3,0 m s^{-1}.

b) El ascensor baja con velocidad constante de 3,0 m s^{-1}.

c) El ascensor empieza a subir aumentando su velocidad a razón de 2,0 m s^{-1} por segundo.

d) El ascensor sube frenando a 2,0 m s^{-2} de aceleración.

e) El ascensor baja acelerando a 2,0 m s^{-2}.

f) El ascensor baja frenando a 2,0 m s^{-2}.

g) Se rompe el cable de sujeción del ascensor.

En todos los casos, la reacción normal de la báscula coincide con su indicación. Como el movimiento es en una dimensión, podemos prescindir de la notación vectorial. Se consideran positivas las fuerzas a favor del movimiento y negativas las contrarias. Lo mismo pasa con las aceleraciones.

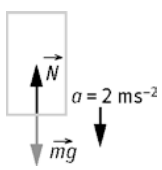
a) Si v = cte, $\sum F = 0 \Rightarrow N - mg = 0 \Rightarrow N = mg = (70\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 686\ \text{N}$

b) El resultado es el mismo, 686 N.

c) Como $a = 2{,}0\ \text{m s}^{-2} \Rightarrow N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a) = m(9{,}8 + 2{,}0) \Rightarrow N = 826\ \text{N}$

d) $N - mg = -ma \Rightarrow N = m(g - a) = m(9{,}8 - 2{,}0) \Rightarrow N = 546\ \text{N}$

e) $mg - N = ma \Rightarrow N = m(g - a) = m(9{,}8 - 2{,}0) \Rightarrow N = 546\ \text{N}$



f) $mg - N = -ma \Rightarrow N = m(g + a) = (70\ \text{kg}) \cdot [(9{,}8 + 2{,}0)(\text{m s}^{-2})] = 826\ \text{N}$

g) Si se rompe el cable, la aceleración es $a = g = -9{,}8\ \text{m s}^{-2} \Rightarrow mg - N = ma \Rightarrow N = 0$

47. Resuelve las siguientes cuestiones, indicando la pareja de fuerzas de acción-reacción.

a) En un número de circo, un perro de 12 kg de masa salta horizontalmente con una aceleración de 2,5 m s^{-2} a los brazos de un payaso de 82 kg que se encuentra en reposo sobre unos patines. Calcula la aceleración del payaso.

b) En una salida desde los tacos de una carrera de 100 m, un atleta de 71 kg es capaz de generar una fuerza con los músculos de la pierna de 250 N. Calcula la aceleración en ese instante del atleta.

a) El perro ejerce una fuerza sobre el payaso de $F = ma = (12\text{ kg})(2{,}5\text{ m s}^{-2}) = 30\text{ N}$

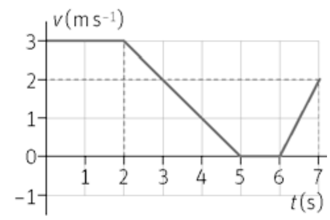
Aplicando el 2.º principio de la dinámica sobre el payaso: $30\text{ N} = (82\text{ kg})a \Rightarrow a = 0{,}37\text{ m s}^{-2}$

El payaso realiza una fuera sobre el perro de 30 N

b) Como $F = ma \Rightarrow a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{(250\text{ N})}{(71\text{ kg})} = 3{,}5\text{ m s}^{-2}$

El taco ejerce una fuerza sobre el atleta de 250 N, que es la que hace que este se ponga en movimiento.

48. La velocidad de una cámara de televisión de 15 kg, instalada en la banda de un campo de fútbol, varía según la grafica adjunta. Calcula la fuerza resultante sobre ella en cada tramo.



Entre t = 0 s y t = 2 s, la velocidad es constante, por lo tanto la fuerza es nula: F = 0 N.

Entre t = 2 s y t = 5 s, la cámara va perdiendo velocidad, hasta que se para y así:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{(0-3)\text{ m s}^{-1}}{3\text{ s}} = -1\text{ m s}^{-2}$$

$$F = ma = (15\text{ kg})(-1\text{ m s}^{-2}) = -15\text{ N}$$

Entre t = 5 s y t = 6 s, la velocidad es constante, así que F = 0 N.

Entre t = 6 s y t = 7 s:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{(2-0)\text{ m s}^{-1}}{1\text{ s}} = 2\text{ m s}^{-2}$$

$$F = ma = (15\text{ kg})\cdot(2\text{ m s}^{-2}) = 30\text{ N}$$

Impulso y conservación de momento lineal

49. Un jugador de tenis, tras golpear con la raqueta a la pelota en un saque, puede conseguir que esta salga con una velocidad superior a 200 km h^{-1}. Si la masa de la pelota es de 0,060 kg y el tiempo de contacto de la raqueta con la pelota es de 5,0 ms, calcula la fuerza media sobre la pelota, en uno de los saques más rápido medidos a Rafa Nadal: 217 km h^{-1}.

En el SI, 217 km h^{-1} son aproximadamente 60 m s^{-1}.

Aplicando el teorema del Impulso: $F\,\Delta t = m\,\Delta v \Rightarrow F = \dfrac{m\,\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(0{,}060\text{ kg})(60\text{ m s}^{-1})}{(5{,}0\cdot 10^{-3}\text{ s})} = 7{,}2\cdot 10^{2}\text{ N}$

50. Sobre un objeto en reposo de masa *m* se aplica una fuerza de 2,5 N durante 3,0 s. Sobre otro objeto de masa 2*m*, se aplica una fuerza de 3,0 N durante 3,5 s. ¿Cuál de los dos tendrá mayor velocidad al final?

Aplicando el teorema del impulso para cada situación,

$$F\,\Delta t = m\,\Delta v \quad \Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l}(2{,}5\text{N})(3{,}0\text{ s}) = mv_1 \\ (3{,}0\text{N})(3{,}5\text{ s}) = 2mv_2\end{array}\right\}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$\dfrac{v_1}{2v_2} = \dfrac{7{,}5}{10{,}5} \Rightarrow \dfrac{v_1}{v_2} = 1{,}4$ Tendrá mayor velocidad el que tiene menor masa

51. En un banco de aire (no hay rozamiento) se impulsa primero un carrito de masa m, y posteriormente otro de masa 3m, con la misma fuerza y durante el mismo instante de tiempo. Ambos recorren 0,80 m.

a) ¿Qué carrito tardará más tiempo en recorrer dicha distancia?

b) ¿Qué carrito recibirá mayor impulso al final?

a) Aplicando el teorema del impuso, $F\,\Delta t = m\,\Delta v$ al ser iguales la F y el Δt, la velocidad será menor para el objeto de mayor masa. La masa 3m tardará más tiempo en recorrer dicha distancia.

b) Los dos reciben el mismo impulso ya que $I = F\,\Delta t$.

52. La imagen muestra un test de resistencia de un vehículo a una velocidad de 65 km h^{-1}.

a) Suponiendo que el coche tiene una masa de 1350 kg, calcula la fuerza media y el impulso medio que se ejerce sobre el coche en la colisión, si el tiempo de impacto es de 0,15 s.

b) Realiza los mismos cálculos, pero suponiendo que el coche rebota con una velocidad de 9,5 m s^{-1}.

a) Sabemos que 65 km h^{-1} son 18 m s^{-1} que $I = \Delta p$:

$$I = \Delta p = p_f - p_0 = 0 - (1350\text{ kg})(18\text{ m s}^{-1}) = -2{,}4\cdot 10^4\text{ N s}$$

La fuerza media es: $F = \dfrac{I}{\Delta t} = \dfrac{(-2{,}4\cdot 10^4\text{ N s})}{(0{,}15\text{ s})} = -1{,}6\cdot 10^5\text{ N}$

b) En este caso $I = \Delta p = p_f - p_0 = (1350\text{ kg})(-9{,}5\text{ m s}^{-1}) - (1350\text{ kg})(18\text{ m s}^{-1}) = -3{,}7\cdot 10^4\text{ N s}$

$$F = \frac{I}{\Delta t} = \frac{(-3{,}7\cdot 10^4\text{ N s})}{(0{,}15\text{ s})} = -2{,}5\cdot 10^5\text{ N}$$

53. Una persona está en una barca y lanza un paquete de 5,5 kg a una velocidad de 9,0 m s^{-1}. Calcula la velocidad de la barca inmediatamente después de lanzar el objeto, suponiendo que se encontraba en reposo. La masa del chico es de 45 kg y la de la barca de 80 kg (ignora el rozamiento con el agua).

Como no actúan fuerzas externas en el instante de lanzar el paquete, se conserva el momento lineal.

Inicialmente la barca con la persona están en reposo; por lo que el momento lineal inicial es nulo.

Después de lanzar el paquete tenemos dos momentos lineales, el del paquete y el de la barca

$$p_f = (5{,}5\text{ kg})\cdot(9{,}0\text{ m s}^{-1}) + [(80+45)\text{ kg}]v$$

Como el momento lineal se conserva: $p_0 = p_f = (5{,}5\text{ kg})(9{,}0\text{ m s}^{-1}) + [(80+45)\text{ kg}]v \Rightarrow v = -0{,}40\text{ m s}^{-1}$

54. Un vagón de carga de masa 55 · 10^3 kg se mueve con una velocidad de 1,75 m s^{-1} y se acopla a otro vagón de la misma masa que tiene una velocidad de 0,75 m s^{-1} en la misma dirección y sentido. Calcula la velocidad que tendrán ambos vagones después de acoplarse.

Como los dos vagones se mueven juntos después de la colisión, el choque es inelástico. Como no hay fuerzas externas, se conserva el momento lineal: $p_0 = p_f$.

$$(55\cdot 10^3\text{ kg})(1{,}75\text{ m s}^{-1}) + (55\cdot 10^3\text{ kg})(0{,}75\text{ m s}^{-1}) = 2(55\cdot 10^3\text{ kg})v \Rightarrow v = 1{,}25\text{ m s}^{-1}$$

55. Por una carretera circulan un coche A de 2000 kg de masa a 108 km h^{-1} y una camioneta B de 3500 kg de masa a 90 km h^{-1}. Tras colisionar, ambos vehículos quedan unidos.

a) ¿Qué magnitud física se conservará y con qué velocidad se moverán después de la colisión si los vehículos chocan frontalmente?

b) ¿Y si el coche alcanza por detrás a la camioneta?

c) Realiza los mismos cálculos suponiendo que ambos coches vienen por carreteras perpendiculares.

108 km h^{-1} son 30 m s^{-1} y 90 km h^{-1} son 25 m s^{-1}

a) Se conserva el momento lineal o cantidad de movimiento. Como tras la colisión los dos vehículos quedan unidos, el choque es inelástico. Dado que la colisión tiene lugar en una dimensión se puede prescindir del uso de notación vectorial.

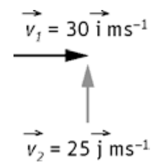
$$p_0 = p_f \Rightarrow m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30 \text{ m s}^{-1}) + (3{,}5 \cdot 10^3 \text{ kg})(-25 \text{ m s}^{-1})}{(2{,}0 \cdot 10^3 + 3{,}5 \cdot 10^3)\text{kg}} = -5{,}0 \text{ m s}^{-1}$$

b) En este caso las dos velocidades tiene la misma dirección y sentido

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30 \text{ m s}^{-1}) + (3{,}5 \cdot 10^3 \text{ kg})(25 \text{ m s}^{-1})}{(2{,}0 \cdot 10^3 + 3{,}5 \cdot 10^3) \text{ kg}} = 27 \text{ m s}^{-1}$$

c) En este caso el choque se produce en dos dimensiones: $\vec{p}_0 = \vec{p}_f \Rightarrow m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}$



$$\vec{v} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{(2{,}0 \cdot 10^3 \text{ kg})(30\,\vec{i} \text{ m s}^{-1}) + (3{,}5 \cdot 10^3 \text{ kg})(25\,\vec{j} \text{ m s}^{-1})}{(2{,}0 \cdot 10^3 + 3{,}5 \cdot 10^3)\text{kg}} = (11\vec{i} + 16\vec{j}) \text{m s}^{-1}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{11^2 + 16^2} = 19 \text{ m s}^{-1}$$

56. Calcula el modulo del momento angular de un objeto de 10^3 kg de masa respecto al centro de la Tierra en estos casos:

a) Se lanza desde el polo norte perpendicularmente a la superficie de la Tierra con una velocidad de 10 km s^{-1}.

b) Realiza una órbita circular alrededor de la Tierra en un plano ecuatorial de radio 6,97 · 10^6 m con una velocidad de 7,6 · 10^3 m s^{-1}.

a) $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ En este caso $\vec{r}$ es paralela a $\vec{p}$, por lo tanto el momento angular vale 0 kg m^2 s^{-1}; ya que el sen 0º es nulo.

b) Ahora el ángulo que forman los vectores velocidad y de posición es de 90º, siendo sen 90º = 1:

$$|\vec{L}| = r\,p = r\,mv = (10^3 \text{ kg})(6{,}97 \cdot 10^6 \text{ m})(7{,}6 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}) = 5{,}3 \cdot 10^{13} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

57. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Cuando un objeto gira respecto de un punto describiendo un movimiento circular uniforme se conservan el momento lineal y el momento angular.

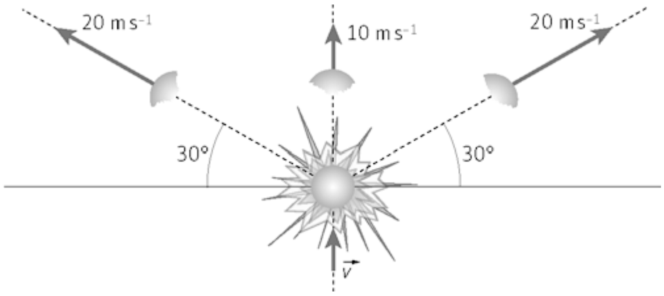
b) El momento de una fuerza y el momento angular son magnitudes vectoriales. El impulso mecánico y el momento lineal son magnitudes escalares.

a) La afirmación es falsa. El momento lineal no se conserva debido a que cambia la dirección del vector velocidad.

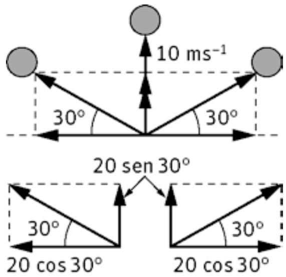
El momento angular si permanece constante ya que la fuerza que actúa sobre el objeto tiene la misma dirección que el vector posición.

b) Falsa. Las cuatro magnitudes son vectoriales.

58. Un objeto de 3,0 kg de masa es lanzado verticalmente hacia arriba con una determinada velocidad inicial. A los tres segundos de iniciado su movimiento explota, dividiéndose en tres fragmentos iguales, tal como se indica en la figura. Determina la velocidad con la que se lanzó el objeto.



En el momento de la explosión se mantiene constante la cantidad de movimiento. Eligiendo el sistema de ejes cartesiano, la conservación del momento lineal se escribiría:



Eje *X*: $(1\,\text{kg})(-20\text{ m s}^{-1})\cos 30º + 0 + (1\,\text{kg})(20\text{ m s}^{-1})\cos 30º = 0$

Eje *Y*: $(1\text{ kg})(-20\text{ m s}^{-1})\text{sen}\,30º + (1\text{ kg})(10\text{ m s}^{-1}) + (1\text{ kg})(20\text{ m s}^{-1})\text{sen}\,30º = 30\text{ kg m s}^{-1} \Rightarrow v_y = 10\text{ m s}^{-1}$

Por tanto, $v_y = v = 10\text{ m s}^{-1}$ es la velocidad que tiene el objeto en el momento de la explosión. Para obtener la que llevaba cuando se lanzó, es decir, 3 s antes se sustituye en la ecuación del *mrua*:

$$v = v_0 - g\,t \Rightarrow v_0 = v + g\,t = 10\text{ m s}^{-1} + (9{,}8\text{ m s}^{-2})(3\text{ s}) = 39\text{ m s}^{-1}$$

58. Actividad smSaviadigital.com RESUELVE

La física en el parque de atracciones

1. En la lectura anterior, identifica situaciones donde se cumplan el primer principio de la dinámica, el segundo principio y el tercer principio.

Primer principio: Cuando suben con movimiento uniforme, la suma de las fuerzas sobre ellos es cero.

Segundo principio: durante la caída libre, la fuerza gravitatoria (el peso) acelera a las personas.

Tercer principio: Cuando el pasajero está sentado subiendo, la fuerza sobre el asiento es igual a la reacción normal que el asiento ejerce sobre él.

2. ¿Por qué los viajeros se aprietan sobre el asiento cuando este comienza a frenar? ¿Qué principio de la dinámica explica este hecho?

Debido a su inercia. Es explicado por el primer principio.

3. Con los datos técnicos, calcula la aceleración de frenado (supón que es constante) y la fuerza neta que experimenta la persona en ese tiempo. ¿Hacia dónde va dirigida?

La velocidad inicial cuando empieza a frenar es 81 km h^{-1} = 23 m s^{-1}

Como frena en 20 m, su aceleración de frenado es: $a = \dfrac{v_f^2 - v_0^2}{2e} = \dfrac{0^2 - 23^2}{2 \cdot 20} = -13 \text{ m s}^{-2}$

Va dirigida hacia arriba.

4. Suponiendo que el cuerpo humano puede soportar una aceleración máxima de 3*g* m s^{-2}, ¿cuál sería la distancia mínima de frenado para no sobrepasar ese valor?

$$e = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - 23^2}{2 \cdot 3 \cdot (-9{,}8)} = 9{,}0 \text{ m}$$

Autoevaluación

1. Se aplica la misma fuerza a dos muelles, A y B, cuyas constantes elásticas son $k_A = 10\ N\ m^{-1}$ y $k_B = 20\ N\ m^{-1}$.

a) A se estira el doble que B.

b) B se estira el doble que A.

c) Ambos se estiran igual.

d) Faltan datos para responder.

a

2. Dos personas llevan una pértiga de 2,4 m apoyada sobre sus hombros. De ella cuelga un caldero con agua, de tal manera que una de las personas recibe el doble de peso que la otra. ¿A qué distancia de la persona que lleva menos peso se encuentra el caldero?

a) 1,6 m

b) 0,80 m

c) 0,40 m

d) 1,2 m

a

3. Sobre un objeto de 4,0 kg de masa se aplica una fuerza y este adquiere una aceleración de 0,4 m s^{-2}. Si sobre un segundo objeto se aplica la misma fuerza, la aceleración es de 0,2 m s^{-2}. ¿Cuál es la masa del segundo objeto?

a) 4,0 kg

b) 2,0 kg

c) 8,0 kg

d) 6,0 kg

c

4. Un objeto de 4 kg de masa que lleva una velocidad de 3 m s^{-1}, recibe una fuerza de 6 N durante 2 s. Su velocidad final:

a) Puede ser 0 m s^{-1}

b) Puede ser 7 m s^{-1}.

c) Puede ser 12 m s^{-1}.

d) No puede ser 3 m s^{-1}.

d

5. Indica si estas afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Sobre un objeto que se mueve con velocidad constante no actúa ninguna fuerza.

b) Un balón de baloncesto en movimiento posee momento lineal y fuerza

c) Un satélite ambiental, en su órbita circular alrededor de la Tierra, varía su momento angular respecto al centro de la misma.

d) Un pez nada hacia otro más pequeño que se encuentra en reposo. Si se lo come, su velocidad disminuye.

a) Falsa

b) Falsa

c) Falso

d) Verdadera

6. Un chico de 66 kg y una chica de 44 kg están de pie juntos en una pista de hielo. Después de empujarse el uno al otro, el chico se aleja con una velocidad de 0,60 m s^{-1} respecto al suelo. Después de 4,0 s ambos se encuentran a:

a) 3,6 m

b) 2,4 m

c) 1,2 m

d) 6,0 m

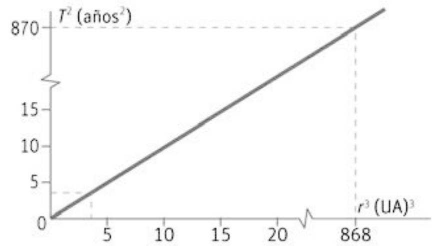
d

11 Estudio de situaciones dinámicas

ACTIVIDADES

1. En la siguiente tabla se muestran los datos del periodo de algunos planetas y la distancia media al Sol en unidades astronómicas. Representa gráficamente T^2-r^3.

Planeta	Período (años terrestres)	Distancia media (UA)
Marte	1,88	1,53
Júpiter	11,8	5,20
Saturno	29,5	9,54
Urano	84,0	19,18



2. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones.

a) Si un planeta A se encuentra dos veces más alejado del Sol que el planeta B, el periodo orbital de A es ocho veces mayor que el de B.

b) El periodo orbital de Ganimedes, una luna de Júpiter, es de 7,1664 días y su distancia media a Júpiter es 1,07 · 10^7 m. La constante k de las lunas de Júpiter es distinta a la de los planetas del sistema solar.

a) Aplicando la 3.ª ley de Kepler,

$$\frac{T_A^2}{r_A^3}=\frac{T_B^2}{r_B^3}\Rightarrow\frac{T_A^2}{T_B^2}=\frac{r_A^3}{r_B^3}=\frac{(2r_B)^3}{r_B^3}=8\Rightarrow T_A=2\sqrt{2}\,T_B$$

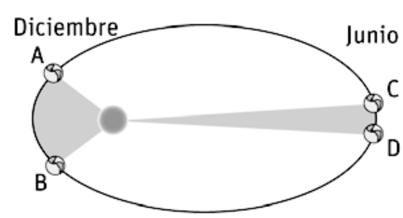
La afirmación es falsa; el cuadrado del período de A es ocho veces mayor es el cuadrado del período de B.

b) La $k=\frac{T^2}{r^3}=\frac{(7{,}1664\text{ día})(86400\text{ s día}^{-1})^2}{(1{,}07\cdot 10^7\text{ m})^3}=3{,}13\cdot 10^{-10}\text{ s}^2\text{ m}^{-3}$

La constante de Kepler depende de la masa del astro central. Si se compara el valor obtenido con el de la constante de Kepler del ejercicio resuelto 1 ($k=2{,}97\cdot 10^{-19}\text{ s}^2\text{ m}^{-3}$) se observa que son diferentes. La afirmación es cierta.

3. En diciembre la Tierra está más cerca del Sol. Usa la segunda ley de Kepler para demostrar que, en ese mes, la Tierra se mueve más rápido en su órbita que en junio, cuando la Tierra está más alejada del Sol.

La órbita de la Tierra es elíptica, como se ve en el dibujo adjunto. La Tierra, en su giro alrededor del Sol, barre áreas iguales en tiempos iguales. Al ser el arco A-B mayor que el C-D, la Tierra se mueve más rápida en diciembre que en junio.



4. Con ayuda de la tercera ley de Kepler y suponiendo una órbita circular, demuestra que un planeta más cercano al Sol tiene mayor velocidad de traslación sobre su órbita que un planeta más alejado.

En una órbita circular se cumple que $2\pi r=vT$, ya que al ser el tiempo el período, el planeta habrá dado una vuelta completa. Aplicando la tercera ley de Kepler $\left(k=\frac{T^2}{r^3}\right)$, y sustituyendo el valor del período obtenido en la primera ecuación, se obtiene la expresión $k=\frac{4\pi^2}{v^2 r}$ donde se observa que el producto de v^2r es constante, por lo tanto, a menor distancia, mayor velocidad de traslación.

5. La estación espacial internacional (EEI) tiene una órbita casi circular, con una distancia media a la superficie terrestre de 415 km y una masa de unas 450 t. Determina el valor de su momento angular respecto al centro de la Tierra. Dato. Radio medio de la Tierra: 6,37 · 10⁶ m.

El módulo del momento angular es $\left|\vec{L}\right| = r\,m\,v$, siendo r el radio de la órbita. En este caso:

$$r = (6{,}37 \cdot 10^6 + 4{,}15 \cdot 10^5)\ \text{m} = 6{,}79 \cdot 10^6\ \text{m}$$

En esta actividad la velocidad de la EEI debería ser un dato. Al describir una órbita circular existe una fuerza centrípeta que es la fuerza gravitatoria, lo que permite calcular la velocidad:

$$G\frac{Mm}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{\left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{N m}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\left(5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg}\right)}{6{,}79\cdot 10^6\ \text{m}}} = 7{,}66\cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}$$

$$\left|\vec{L}\right| = r\,m\,v = \left(6{,}79\cdot 10^6\ \text{m}\right)\left(450\cdot 10^3\ \text{kg}\right)\left(7{,}66\cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}\right) = 2{,}34\cdot 10^{16}\ \text{kg m}^2\,\text{s}^{-1}$$

6. Se sabe que la fuerza gravitatoria entre dos cuerpos separados 1,50 m es 3,16 · 10⁻⁷ N. Sabiendo que uno de ellos tiene una masa de 71,5 kg, calcula la masa del otro cuerpo.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2} \Rightarrow m_2 = \frac{F\,r^2}{G\,m_1} = \frac{\left(3{,}16\cdot 10^{-7}\ \text{N}\right)\left(1{,}5\ \text{m}\right)^2}{\left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\left(7{,}15\ \text{kg}\right)} = 149\ \text{kg}$$

7. Si un coche golpea por alcance a otro cuando ambos se mueven por una superficie horizontal, razona si el de atrás puede alegar en su descargo que la responsable del accidente ha sido la gravitación universal.

No. El hecho de que el valor de G sea tan pequeño hace que la fuerza gravitatoria que se ejercen ambos coches sea muy pequeña. Que un coche alcance al otro por detrás, está relacionado con la velocidad relativa entre ellos.

8. Calcula la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra:

a) Sobre un persona de 75,0 kg situada en la superficie de la Tierra.

b) Sobre un satélite artificial de 75,0 kg situado a 250 km sobre la superficie terrestre.

Datos: M_T = 5,98 · 10²⁴ kg; R_T = 6,37 · 10⁶ m.

a) $$F = G\frac{M_T\,m}{R_T^2} = \left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\cdot\frac{\left(5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg}\right)\left(75{,}0\ \text{kg}\right)}{\left(6{,}37\cdot 10^6\ \text{m}\right)^2} = 737\ \text{N}$$

b) $$F = G\frac{M_T\,m}{\left(R_T + h\right)^2} = \left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\cdot\frac{\left(5{,}98\cdot 10^{24}\ \text{kg}\right)\left(75{,}0\ \text{kg}\right)}{\left(6{,}37\cdot 10^6\ \text{m} + 2{,}5\cdot 10^5\ \text{m}\right)^2} = 683\ \text{N}$$

9. El valor del campo producido por una masa de 110 kg en la posición de otra masa de 15 kg es de 0,054 N kg⁻¹.

a) ¿A qué distancia se encuentran ambas masas?

b) ¿Qué fuerza recibe la masa de 15 kg?

c) ¿Qué fuerza ejerce la masa de 15 kg sobre la de 110 kg?

a) El valor del campo gravitatorio producido por una masa en un punto situado a una cierta distancia de la misma es el módulo de la intensidad del campo gravitatorio en dicho punto.

$$g = G\frac{m}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{GM}{g}} = \sqrt{\frac{\left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\left(110\ \text{kg}\right)}{0{,}054\ \text{Nm}^{-1}}} = 3{,}7\cdot 10^{-4}\ \text{m}$$

b) El módulo del vector $\vec{g}$, creado por una masa m sobre una masa m' en un punto que dista r de la masa es:

$$g = \frac{F}{m'} \Rightarrow F = \left(15\ \text{kg}\right)\left(0{,}054\ \text{Nm}^{-1}\right) = 0{,}81\,\text{N}$$

c) Según el tercer principio de la dinámica, la fuerza que un cuerpo B ejerce sobre otro A (fuerza de acción) tendrá el mismo módulo, la misma dirección y sentido contrario que la fuerza que ejerce A sobre B (fuerza de reacción).

10. Razona donde será mayor el peso de un destornillador, ¿en la superficie de la Tierra o en la Estación Espacial Internacional? ¿Y su masa?

El peso será mayor en el punto en el que el módulo de la intensidad del campo gravitatorio sea mayor. Como éste valor es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia, será mayor en la superficie de la Tierra (la superficie de la Tierra se encuentra más cerca del centro de la misma, que la Estación Espacial).

La masa es la misma. La masa es una característica inherente a todo cuerpo material, con independencia de que exista o no un campo gravitatorio.

11. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) La masa de un objeto depende de su posición.

b) El peso de un objeto depende de su posición.

a) Falsa. La masa es una característica inherente al cuerpo.

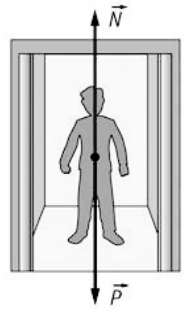
b) Verdadera. El peso depende del módulo de la intensidad del campo gravitatorio y éste es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia del objeto al centro de la Tierra.

12. El ascensor de un rascacielos tarda 3,5 s en alcanzar la velocidad de 10 m s^{-1}.

a) Calcula el peso aparente de una persona de 60 kg, cuando está empezando a subir (con un *mrua*).

b) ¿Cuál es su peso aparente cuando la velocidad es constante?

a) Se calcula la aceleración del ascensor, que posee un *mrua*:



$$v = v_0 + at \Rightarrow a = \frac{v}{t} = \frac{(10\ \text{m s}^{-1})}{(3{,}5\ \text{s})} = 2{,}9\ \text{m s}^{-2}$$

Aplicando es segundo principio de la dinámica:

$$N - mg = ma \Rightarrow N = m(g + a) = 60(9{,}8 + 2{,}9) = 7{,}6 \cdot 10^2\ \text{N}$$

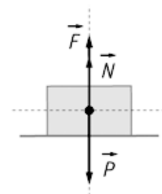
b) Al ser la velocidad constante, el ascensor no tiene aceleración:

$$N - mg = 0 \Rightarrow N = (60\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 5{,}9 \cdot 10^2\ \text{N}$$

13. Una caja de 10,0 kg de masa está situada sobre una superficie horizontal. Una persona ata una cuerda y tira hacia arriba con una fuerza de 45,0 N. Calcula la normal.

Al estar el cuerpo en equilibrio: $F + N = P$

$$F + N = mg \Rightarrow N = (10{,}0\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m s}^{-2}) - (45{,}0\ \text{N}) = 53{,}1\ \text{N}$$



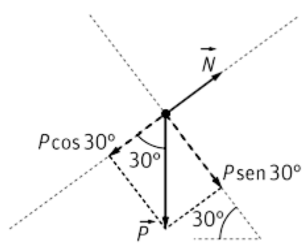
14. Una ardilla de 250 g se encuentra apoyada en una rama que forma 30° con la horizontal. Calcula su peso y la fuerza normal sobre la ardilla.

El peso de la ardilla es:

$$P = mg = (0{,}250\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m s}^{-2}) = 2{,}5\ \text{N}$$

En este caso la normal coincide con una de las componentes del peso:

$$N = mg\cos\alpha = (0{,}250\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m s}^{-2})\cos 30^\circ = 2{,}1\ \text{N}$$

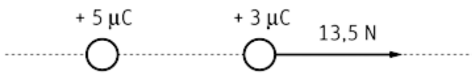


15. Dos cargas eléctricas, *q* y 2*q*, situadas en el vacio a una distancia de 3 m, se repelen con una fuerza de $2 \cdot 10^{-9}$ N. Calcula el valor de las cargas.

Por la ley de Coulomb: $F = k\dfrac{q\,q'}{r^2} = k\dfrac{q^2}{r^2} \Rightarrow q = r\sqrt{\dfrac{F}{2k}} = (3\ \text{m})\sqrt{\dfrac{(2\cdot 10^{-9}\ \text{N})}{2\cdot(9\cdot 10^{9}\ \text{Nm}^2\,\text{C}^{-2})}} = 1\cdot 10^{-9}\ \text{C}$

La segunda carga, como es el doble de esta, tendrá un valor de $2\cdot 10^{-9}$ C y del mismo signo; ya que se repelen.

16. ¿A qué distancia se encuentran dos cargas de +5,0 μC y +3,0 μC, si la fuerza que ejerce la primera sobre la segunda es de 13,5 N? Realiza un esquema representativo.



Por la ley de Coulomb:

$$F = k\frac{q\,q'}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{k\,q\,q'}{F}} = \sqrt{\frac{(9\cdot 10^{9}\ \text{Nm}^2\,\text{C}^{-2})(5{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{C})(3{,}0\cdot 10^{-6}\ \text{C})}{13{,}5\ \text{N}}} = 0{,}10\ \text{m}$$

17. Para comenzar a mover una caja de 6,0 kg por un suelo horizontal es necesario realizar una fuerza de 42 N.

a) Calcula el coeficiente estático de rozamiento.

b) Si la fuerza anterior continua aplicándose sobre la caja, esta adquiere una aceleración de 0,67 m s^{-2}. ¿Cuál es el coeficiente de rozamiento cinético?

a) La fuerza aplicada coincide con la fuerza de rozamiento estático máxima, $f_r = F$:

$$f_r = \mu_e\,m\,g \Rightarrow \mu_e = \frac{f_r}{m\,g} = \frac{(42\ \text{N})}{(6{,}0\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2})} = 0{,}71$$

b) Si la caja comienza a moverse actúa el coeficiente de rozamiento cinético. Aplicando el segundo principio:

$$F - f_r = m\,a \Rightarrow F - \mu_c\,m\,g = m\,a \Rightarrow \mu_c = \frac{F - m\,a}{m\,g} = \frac{(42\ \text{N}) - \left[(6{,}0\ \text{kg})(0{,}67\ \text{m}\,\text{s}^{-2})\right]}{(6{,}0\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2})} = 0{,}65$$

18. Si, para una superficie, el coeficiente de rozamiento estático es 1,2 veces el coeficiente de rozamiento cinético, razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) La fuerza de rozamiento estática es siempre 1,2 veces la cinética.

b) El máximo de la fuerza de rozamiento estática es 1,2 veces la fuerza de rozamiento cinética.

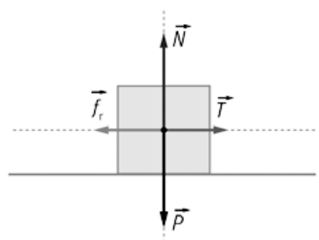
a) Falsa. La fuerza de rozamiento estático solo actúa cuando las dos superficies de contacto están en reposo, una respecto a la otra, y existe una fuerza sobre uno de los objetos a mover. La fuerza de rozamiento estático va aumentando conforme aumenta la fuerza aplicada, hasta que llega a un valor máximo, en ese caso si se cumpliría la premisa del enunciado: $f_{r,e} \leq \mu_e\,N$

b) Verdadera, según se explica en el apartad a).

19. Una caja de 33 kg esta en reposo sobre un plano horizontal. Calcula la fuerza paralela al plano necesaria para que la caja comience a deslizarse si el coeficiente de rozamiento estático es μ_e = 0,30. ¿Qué aceleración tendrá la caja cuando empiece a moverse si μ_c = 0,25?

Para que la caja comience a deslizar la fuerza aplicada debe ser igual a la fuerza de rozamiento estática máxima:

$$F = f_r = \mu_e\,m\,g = 0{,}30\cdot(33\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}) = 97\ \text{N}$$



Aplicando el 2.º principio de la dinámica cuando comienza a moverse:

$$F - f_r = m\,a \Rightarrow a = \frac{F - \mu_c\,m\,g}{m} = \frac{(97\ \text{N}) - 0{,}25\cdot(33\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2})}{(33\ \text{kg})} = 0{,}49\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

20. Si la caja del ejercicio anterior no recibe ninguna fuerza paralela al plano horizontal, ¿existe fuerza de rozamiento?

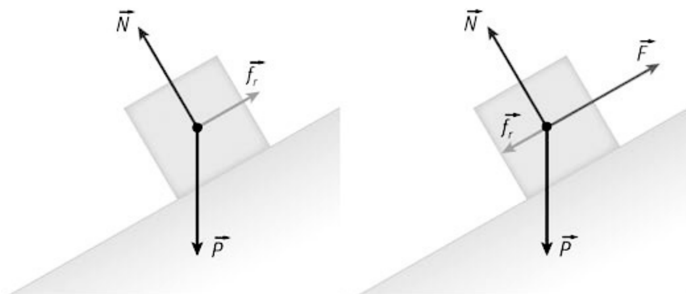
No. Para qué exista fuerza de rozamiento debe existir una fuerza aplicada sobre el objeto, aunque, no es necesario que la fuerza aplicada mueva el objeto.

21. Aunque a veces se dice que la fuerza de rozamiento "se opone al movimiento", indica alguna situación donde la fuerza de rozamiento permita el movimiento de objetos.

Cuando caminamos o corremos, realizamos una fuerza sobre el suelo y es la fuerza de rozamiento que ejerce el suelo sobre nosotros la que hace que nos movamos hacia delante.

Si no existiera rozamiento entre las ruedas de un coche y la carretera, el coche no tendría adherencia y patinaría (piensa lo que ocurre cuando un coche pasa por una mancha de aceite).

22. Asocia cada enunciado a uno de los diagramas de fuerzas.



a) Un operario sube un coche a velocidad constante, encima de una grúa por un plano inclinado con ayuda de un mecanismo que tira mediante un cable.

b) Una empresa de mudanzas baja una caja mediante una cinta transportadora inclinada con velocidad constante.

El segundo diagrama corresponde al enunciado a), ya que existe una fuerza, $\vec{F}$, dirigida hacia arriba, que corresponde a la que ejerce el mecanismo mediante el cable.

El primer diagrama corresponde al enunciado b); ya que la caja desliza por su propio peso.

23. En cada una de las situaciones siguientes hay una fuerza que no está correctamente aplicada sobre el objeto que se indica. Averigua que fuerza es y aplícala donde corresponda.

a) Las fuerzas que actúan sobre un niño montado en un trineo, que es arrastrado por su madre.

b) Un minero empujando hacia arriba una vagoneta por una vía ligeramente inclinada.

a) La Fuerza $\vec{F}$ debe estar aplicada sobre el trineo y no sobre el chico.

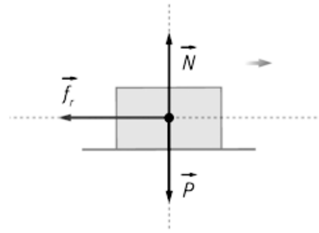
b) El peso debe ser perpendicular a la base del plano inclinado y no perpendicular a la superficie de apoyo.

24. Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones:

a) Si un cuerpo que se desliza por una superficie plana llega a una zona donde el coeficiente de rozamiento se reduce a la mitad, el valor absoluto de su aceleración también se reducirá a la mitad.

b) Si un cuerpo de masa *m* se desliza por un plano horizontal con rozamiento y se coloca sobre él otra masa igual, la fuerza de rozamiento será el doble.

a) Con ayuda del diagrama de fuerzas y aplicando el 2.º principio de la dinámica:



$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = mg$ (ya que está en equilibrio en el eje *Y*)

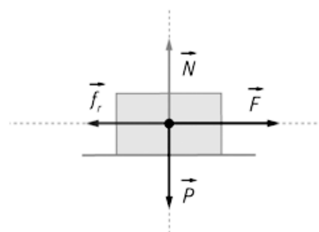
$$\sum F_x = ma \Rightarrow -f_r = ma \Rightarrow a = -\frac{f_r}{m}$$

Como $\left|\vec{f}_r\right| = \mu mg$, si el coeficiente se reduce a la mitad, la fuerza de rozamiento también lo hará, por lo tanto, el valor absoluto de la aceleración también se reducirá a la mitad.

b) Sabemos que $f_r = \mu N = \mu mg$. Como se observa en la expresión anterior la fuerza de rozamiento es proporcional a la masa, y si esta se duplica, la fuerza también lo hará.

25. Se tira de un objeto de 11 kg de masa, situado sobre un plano horizontal, con una fuerza *F* desconocida, que le produce una aceleración de 1,0 m s^{-2}. Posteriormente se tira con una fuerza de 2*F* y la aceleración pasa a ser de 8,0 m s^{-2}. Calcula el valor de la fuerza aplicada, *F*, y el valor del coeficiente de rozamiento, sabiendo que la superficie es horizontal.

Con ayuda del diagrama de fuerzas, aplicando el 2.º principio de la dinámica en los dos ejes, y sabiendo que el cuerpo está en equilibrio en el eje *Y*:



$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = mg$

$\sum F_x = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$

En el primer caso $F - \mu(11\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m s}^{-2}) = (11\,\text{kg})(1{,}0\ \text{m s}^{-2})$

Cuando la fuerza es el doble: $2F - \mu\cdot(11\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m s}^{-2}) = (11\,\text{kg})(8{,}0\ \text{m s}^{-2})$

Si se restan las dos ecuaciones: $F = (11\,\text{kg})\left[(8{,}0\ \text{m s}^{-2})(1{,}0\ \text{m s}^{-2})\right] = 77\ \text{N}$

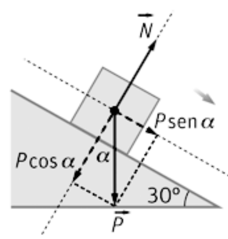
Sustituyendo *F* en la primera ecuación se obtiene el coeficiente de rozamiento:

$$(77\ \text{N}) = \mu\cdot(11\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m s}^{-2}) = (11\,\text{kg})(1{,}0\ \text{m s}^{-2}) \Rightarrow \mu = 0{,}61$$

26. Dos objetos de 25 kg y 35 kg de masa están situados en la parte superior de un plano inclinado, sin rozamiento, de 7 m de largo y 30° de inclinación. ¿Cuál llega antes al pie del plano si se sueltan a la vez? ¿Cuánto tiempo tardará?

Del diagrama de fuerzas, se observa que la única fuerza que actúa en la dirección del movimiento es la componente del peso multiplicada por el seno:

$$mg\,\text{sen}\,\alpha = ma \Rightarrow a = g\,\text{sen}\,\alpha$$



Como la aceleración es independiente de la masa, llegan las dos masas a la vez.

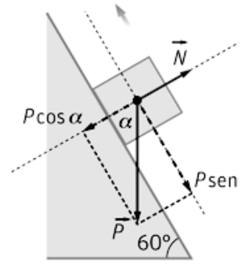
El cuerpo tiene un *mrua* con velocidad inicial nula. A través de la ecuación de la posición se puede calcular el tiempo:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\Delta x}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot(7{,}0\ \text{m})}{(9{,}81\,\text{m s}^{-2})\,\text{sen}\,30°}} = 1{,}7\ \text{s}$$

27. Se lanza hacia arriba por un plano inclinado de 60° de inclinación, un objeto con una velocidad de 9,0 m s^{-1} Calcula la distancia que recorrerá sobre el plano si no existe rozamiento.

Aplicando el 2.º principio de la dinámica en la dirección del movimiento:

$$-m\,g\ \text{sen}\ \alpha = m\,a \Rightarrow a = -g\ \text{sen}\ \alpha = \left(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\text{sen}\ 60° = -8{,}5\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$



Como el cuerpo posee un *mrua*, y en su punto más alto su v_f es nula:

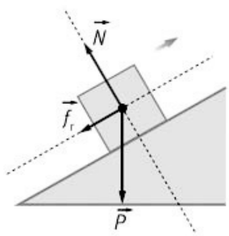
$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,a\,\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v_f^2 - v_0^2}{2a} = \frac{-\left(9{,}0\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)}{2\cdot\left(-8{,}5\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)} = 4{,}8\ \text{m}$$

28. Dibuja un diagrama de fuerzas que represente las situaciones que se indican a continuación.

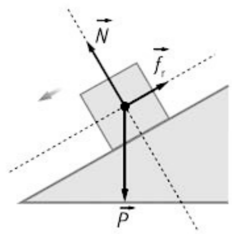
a) Un chico al salir de clase lanza una mochila hacia arriba por un tobogán que tiene rozamiento.

b) Un ciclista está descendiendo un puerto sin dar pedales en una zona que no hay curvas. Existe rozamiento entre las ruedas y el pavimento.

a)



b)



29. Con la ayuda de una fuerza de 14 N se sube un objeto de 2,0 kg de masa por un plano inclinado de 25º. Calcula la aceleración con la que sube el objeto:

a) Si no hay rozamiento entre el plano y el objeto.

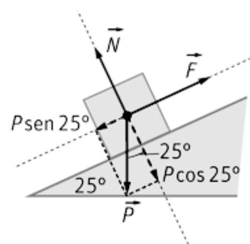
b) Si existe rozamiento, μ_c = 0,17.

a) Se dibuja el diagrama de fuerzas.

Aplicando el segundo principio de la dinámica en el eje *X*:

$$F - m\,g\,\text{sen}\,\alpha = m\,a \Rightarrow$$

$$a = \frac{F - m\,g\,\text{sen}\,\alpha}{m} = \frac{(14\ \text{N}) - (2{,}0\ \text{kg})\left(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\text{sen}\,25°}{(2{,}0\ \text{kg})} = 2{,}9\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$



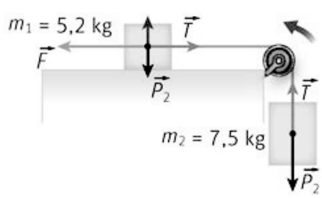
b) Aplicando el segundo principio en los dos ejes:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - m\,g\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = m\,g\cos\alpha$$

$$\sum F_x = m\,a \Rightarrow F - f_r = m\,a \Rightarrow F - m\,g\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,m\,g\cos\alpha = m\,a \Rightarrow$$

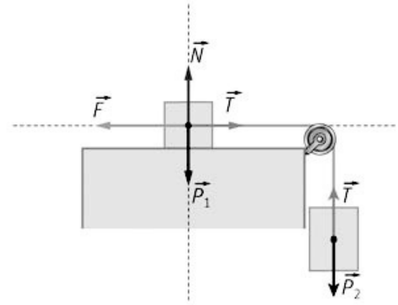
$$a = \frac{F - m\,g\left(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha\right)}{m} = \frac{(14\ \text{N}) - (2{,}0\ \text{kg})\left(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(\text{sen}\,25° + 0{,}17\cos 25°\right)}{(2{,}0\ \text{kg})} = 1{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

30. En la figura, ¿qué fuerza horizontal sobre el primer cuerpo hace que, partiendo del reposo, avance 5,0 m en 3,5 s? ¿Qué tensión tendrá la cuerda?



Se determina la aceleración

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a\,t^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2\cdot(5{,}0\ \text{m})}{(3{,}5\ \text{s})^2} = 0{,}82\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$



Se aplica la segunda ley de Newton en cada masa:

$$\left.\begin{array}{l} m_1 \Rightarrow F - T = m_1\,a \\ m_2 \Rightarrow F - m_2\,g = m_2\,a \end{array}\right\}$$

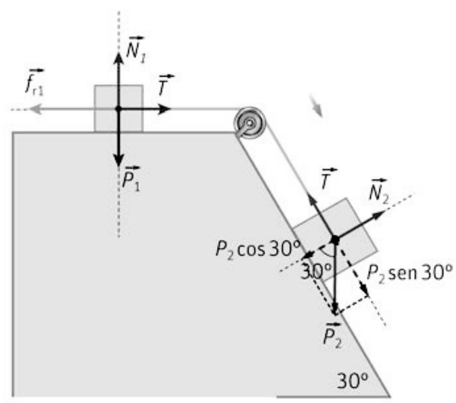
Sumando ambas ecuaciones:

$$F - m_2\,g = (m_1 + m_2)a \Rightarrow F = (12{,}7\ \text{kg})\left(0{,}82\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) + (7{,}5\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = 84\ \text{N}$$

Sustituyendo en (1): $(84\ \text{N}) - T = (5{,}2\ \text{kg})\left(0{,}82\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \Rightarrow T = 80\ \text{N}$

31. Dos cuerpos de 1,0 kg y 3,0 kg descansan sobre un plano horizontal y uno inclinado 30°, respectivamente, unidos por una cuerda. Suponiendo que el coeficiente de rozamiento cinético para ambos planos vale 0,10, halla la aceleración del sistema y la tensión de la cuerda.

Se realiza un diagrama con todas las fuerzas que actúan sobre cada masa.



Se asigna un sentido de movimiento y se aplican la 2.ª ley de Newton en cada masa.

$$m_1 : \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = m_1\,g \\ \sum F_x = m_1\,a \Rightarrow T - f_{r_1} = m_1\,a \Rightarrow T - \mu\,m_1\,g = m_1\,a \end{cases}$$

$$\Rightarrow T = m_1(a + \mu\,g)\ (1)$$

$$m_2 : \begin{cases} \sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 = m_2\,g\cos\alpha \\ \sum F_x = m_2\,a \Rightarrow m_2\,g\operatorname{sen}\alpha - f_{r_1} - T = m_2\,a \end{cases}$$

$$\Rightarrow m_2\,g\operatorname{sen}\alpha - \mu\,m_2\,g\cos\alpha = m_2\,a\ (2)$$

Sumando (1) y (2), y despejando la aceleración; se obtiene:

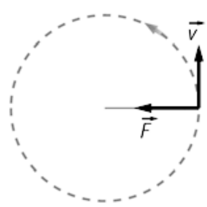
$$a = \frac{m_2\,g\operatorname{sen}\alpha - \mu\,m_2\,g\cos\alpha - \mu\,m_1\,g}{m_1 + m_2} = \frac{\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left[(3{,}0\ \text{kg})\operatorname{sen}30° - 0{,}1\cdot(1{,}0 + 3{,}0\cdot\cos 30°)\ \text{kg}\right]}{(1{,}0 + 3{,}0)\ \text{kg}} = 2{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Para calcular la tensión se sustituye en (1):

$$T - 0{,}1\cdot(1{,}0\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) = (1{,}0\ \text{kg})\left(2{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right) \Rightarrow T = 3{,}8\ \text{N}$$

32. Un grupo de patinadores se cogen de las manos y forman una línea recta. El grupo trata de patinar para que la línea gire alrededor del patinador situado en un extremo, que actúa como pivote. El patinador más alejado del pivote tiene una masa de 75,0 kg y se encuentra a 5,80 m del pivote y patina a una velocidad de 4,50 m s^{-1}. Calcula la fuerza centrípeta que actúa sobre él.

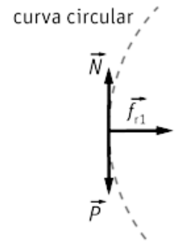
Como el movimiento es circular y uniforme, el patinador posee aceleración centrípeta, cuyo valor es:



$$F_c = m\frac{v^2}{r} = (75{,}0\ \text{kg})\cdot\frac{\left(4{,}5\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2}{(5{,}80\ \text{m})} = 262\ \text{N}$$

33. Un automóvil de 1250 kg entra en una curva plana de radio 34,0 m, con una determinada velocidad. Calcula la velocidad máxima con la que puede tomar la curva si el coeficiente de rozamiento estático en seco vale 0,450.

La fuerza centrípeta es en este caso la fuerza de rozamiento estático entre los neumáticos y el suelo. Aplicando la 2.ª ley de Newton en cada eje:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P = 0 \Rightarrow N = mg$$

$$\sum F_x = ma_c \Rightarrow f_r = ma_c \Rightarrow \mu_e mg = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\mu_e g r} = \sqrt{0{,}45 \cdot (9{,}8\ \text{m s}^{-2})(34\ \text{m})} = 12{,}3\ \text{m s}^{-1}$$

34. Un satélite artificial de 120 kg de masa gira alrededor de la Tierra en una órbita de radio $6{,}87 \cdot 10^6$ m. Conocidas las constantes de gravitación universal y de la masa de la Tierra, calcula la fuerza centrípeta que recibe el satélite y su velocidad.

La fuerza centrípeta es la fuerza gravitatoria que ejerce el planeta sobre el satélite:

$$F = G\frac{M_T m}{R_T^2} = (6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}) \cdot \frac{(5{,}98 \cdot 10^{24}\ \text{kg})(120\ \text{kg})}{(6{,}87 \cdot 10^6\ \text{m})^2} = 1{,}01 \cdot 10^3\ \text{N}$$

La velocidad de giro se obtiene expresando esta fuerza como centrípeta y despejando la velocidad de la ecuación:

$$F_c = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F_c r}{m}} = \sqrt{\frac{(1{,}01 \cdot 10^3\ \text{N})(6{,}87 \cdot 10^6\ \text{m})}{(120\ \text{kg})}} = 7{,}6 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}$$

35. Un muelle de 25 cm de longitud tiene una constante elástica de 5,0 N m^{-1}.

a) ¿Qué fuerza duplicará su longitud inicial?

b) ¿Qué alargamiento produce una fuerza de 0,80 N?

a) Sabemos que la fuerza aplicada es proporcional al alargamiento producido. Para duplicar su longitud, el muelle debe alargarse 25 cm. Así: $F = k\,\Delta L = (5{,}0\ \text{Nm}^{-1})(0{,}25\ \text{m}) = 1{,}3\ \text{N}$

b) $\Delta L = \dfrac{F}{k} = \dfrac{(0{,}80\ \text{N})}{(5{,}0\ \text{Nm}^{-1})} = 0{,}16\ \text{m}$

36. Un muelle ejerce una fuerza de 10,0 N si se estira 1,00 cm desde su posición de equilibrio. ¿Cuánto aumentará la fuerza del muelle si este se estira de la posición 3,00 cm a la posición 4,00 cm?

El alargamiento es (4,00 – 3,00) cm = 1,00 cm, por lo tanto, como dice el enunciado, cuando se estira 1,00 cm, el muelle ejerce una fuerza de 10,0 N.

37. Una persona, al subirse sobre una balanza de resorte, pesa 670 N; el muelle se comprime 0,78 cm.

a) ¿Cuál es la constante del muelle?

b) ¿Cuánto pesa otra persona que comprime el muelle 0,32 cm?

a) Con ayuda de la ley de Hooke:

$$F = k\,\Delta x \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta x} = \frac{(670\ \text{N})}{(0{,}78\ \text{cm})} = 8{,}6 \cdot 10^2\ \text{Ncm}^{-1}$$

b) $F = k\Delta x = (8{,}6 \cdot 10^2\ \text{Ncm}^{-1})(0{,}32\ \text{cm}) = 275\ \text{N}$

38. En una feria hay un juego que consiste en golpear sobre un muelle acolchado. Una persona de 87,0 kg puede golpear con una fuerza que es igual a la mitad de su peso; si la constante elástica del muelle vale *k* = 2,70 · 10⁴ N m⁻¹, calcula cuánto se comprimirá el muelle.

El peso de la persona es: $P = mg = (87\text{ kg})(9{,}81\text{ m s}^{-2}) = 853\text{ N}$

La fuerza que ejercerá es la mitad del peso; esto es, 427 N.

Con ayuda de la ley de Hooke:

$$F = k\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{F}{k} = \frac{(427\text{ N})}{(2{,}70 \cdot 10^{4}\text{ Nm}^{-1})} = 1{,}58 \cdot 10^{-2}\text{ m}$$

Interacciones, gravitatoria y eléctrica

39. Responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué fuerzas actúan sobre el transbordador espacial que gira en órbita en torno a la Tierra?

b) Indica donde se aplica la reacción a estas fuerzas.

c) ¿Tienen el mismo significado fuerza gravitatoria que intensidad del campo gravitatorio? Razona tu respuesta.

d) Indica de que factores depende el valor de la gravedad en la superficie de la Tierra y en qué unidad se expresa.

a) Actúa la fuerza gravitatoria que ejerce la Tierra sobre el transbordador.

b) Se aplica en el centro de la Tierra.

c) No. La intensidad del campo gravitatorio en un punto es la fuerza gravitatoria por unidad de masa situada en dicho punto.

d) Por definición: $g = G\frac{M_T}{R_T^2}$. Es directamente proporcional a la masa de la Tierra e inversamente proporcional al cuadrado del radio terrestre. Sus unidades son m s^{-2} o N kg^{-1}.

40. Se sabe que el valor de la gravedad en la superficie de Júpiter es 25,1 m s^{-2}. Una sonda espacial tiene un peso en la Tierra de 725 N. Determina la masa y el peso de la sonda espacial si esta pudiera llegar a la superficie de Júpiter. Dato: g_T = 9,81 m s^{-2}.

El valor de la masa no varía al ir de un planeta al otro.

Como: $P = mg \Rightarrow m = \frac{(725\text{ N})}{(9{,}81\text{ m s}^{-2})} = 73{,}9\text{ kg}$

El peso en Júpiter: $P_J = mg_J = (73{,}9\text{ kg})(25{,}1\text{ m s}^{-2}) = 1{,}85 \cdot 10^{3}\text{ N}$

41. Si el radio medio de la órbita de la Luna en torno a la Tierra es 3,84 · 10⁵ km, aproximadamente, calcula:

a) La fuerza gravitatoria de la Tierra sobre la Luna.

b) La velocidad de la Luna en su movimiento alrededor de la Tierra.

Datos: M_T = 5,98 · 10²⁴ kg; M_L = 7,35 · 10²² kg; G = 6,67 · 10⁻¹¹ N m² kg⁻²

a) La fuerza gravitatoria es:

$$F = G\frac{M_T m_L}{(d_{T\text{-}L})^2} = (6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ Nm}^2\text{ kg}^{-2}) \cdot \frac{(5{,}98 \cdot 10^{24}\text{ kg})(75{,}3 \cdot 10^{22}\text{ kg})}{(384 \cdot 10^{8}\text{ m})^2} = 1{,}98 \cdot 10^{20}\text{ N}$$

b) Se aplica el segundo principio de la dinámica:

$$F = ma_c \Rightarrow G\frac{M_T m_L}{(d_{T\text{-}L})^2} = m_L\frac{v^2}{d_{T\text{-}L}} \Rightarrow v = \sqrt{G\frac{M_T}{d_{T\text{-}L}}} = 1{,}02 \cdot 10^{3}\text{ ms}^{-1}$$

42. La Tierra tarda en dar una vuelta alrededor del Sol un tiempo de 3,156 · 10⁷ s. Sabiendo que la distancia de la Tierra al Sol es 1,496 · 10¹¹ m, calcula la masa del Sol.

Suponiendo la órbita circular, si el tiempo es el periodo, la Tierra ha dado una vuelta completa. Se cumple, por tanto, que $2\pi r = vT \Rightarrow v = \dfrac{2\pi r}{T}$. Aplicando la 2.ª ley de Newton:

$$F = m a_c \Rightarrow G\frac{M_S m_T}{r^2} = m_T\frac{v^2}{r} \Rightarrow M_S = \frac{v^2 r}{G} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} = 1{,}99\cdot 10^{30}\ \text{kg}$$

43. Marte tiene dos satélites, Deimos y Fobos. Deimos es el más pequeño de los dos, tiene un radio de 6,3 km y una masa de 2,24 · 10¹⁵ kg.

a) Calcula el valor de la gravedad en la superficie de Deimos.

b) ¿Cuál sería la reacción normal sobre un objeto apoyado en Deimos si la reacción normal sobre el mismo objeto apoyado en la Tierra es 98,1 N?

a) $g_D = G\dfrac{M_D}{r_D^2} = \left(6{,}67\cdot 10^{-11}\ \text{Nm}^2\,\text{kg}^{-2}\right)\dfrac{\left(2{,}24\cdot 10^{15}\ \text{kg}\right)}{\left(6{,}3\cdot 10^{3}\ \text{m}\right)^2} = 3{,}76\cdot 10^{-3}\ \text{m s}^{-2}$

b) En la Tierra $N = mg \Rightarrow 9{,}81\,\text{N} = m\left(9{,}81\,\text{m s}^{-2}\right) \Rightarrow m = 10{,}0\ \text{kg}$

$N_D = m g_D \Rightarrow N_D = (10{,}0\ \text{kg})\left(3{,}76\cdot 10^{-3}\ \text{m s}^{-2}\right) = 3{,}76\cdot 10^{-2}\ \text{N}$

44. La aceleración de caída libre en la superficie de un planeta es 22 m s⁻². Si el radio y la masa de un segundo planeta son el doble que en el primer planeta, calcula el valor de la gravedad en su superficie.

$$g_2 = G\frac{m_2}{r_2^2} = G\frac{2m_1}{(2r_1)^2} = \frac{1}{2}g_1 = 11\,\text{m s}^{-2}$$

45. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones:

a) Un cuerpo cualquiera puede adquirir una carga negativa de 4 · 10⁻¹⁹ C.

b) Si dos cargas eléctricas iguales se alejan, la fuerza eléctrica entre ellas disminuye.

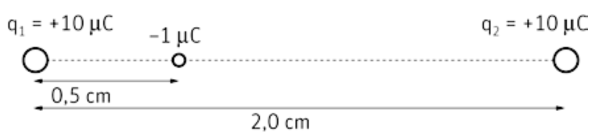
a) Un cuerpo adquiere carga negativa cuando gana electrones. La carga de un electrón es 1,6 · 10⁻¹⁹ C. Así:

$$n = \left(-4\cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)\frac{1\,e^-}{\left(-1{,}6\cdot 10^{-19}\ \text{C}\right)} = 2{,}5\ \text{electrones}$$

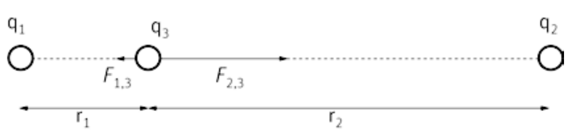
La afirmación es falsa; ya que el electrón no se puede dividir.

b) Verdadera. La ley de Coulomb nos indica que la fuerza que se ejercen dos cargas es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

46. Dos cargas de +10 μC están separadas 2,0 cm. Calcula la fuerza neta que estas cargas ejercen sobre otra carga de –1,0 μC, situada entre las dos cargas y a 0,50 cm de una de ellas.



Del diagrama de la figura se determinan las dos fuerzas.



Como la $\vec{F}_{1,3}$ va hacia la izquierda será negativa; mientras que la $\vec{F}_{2,3}$ será positiva.

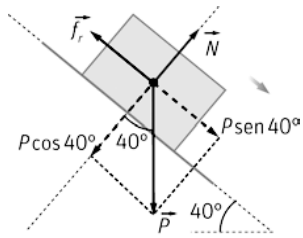
$$\vec{F}_{1,3} = k\frac{q\,q'}{r^2}\vec{i} = \left(9\cdot10^9\ \mathrm{Nm^2\,C^{-2}}\right)\cdot\frac{\left(10{,}0\cdot10^{-6}\ \mathrm{C}\right)\left(10^{-6}\ \mathrm{C}\right)}{5{,}0\cdot10^{-3}\ \mathrm{m}}\vec{i} = \left(3{,}6\cdot10^3\,\vec{i}\right)\mathrm{N}$$

$$\vec{F}_{2,3} = -\left(9\cdot10^9\ \mathrm{Nm^2\,C^{-2}}\right)\cdot\frac{\left(10{,}0\cdot10^{-6}\ \mathrm{C}\right)\left(10^{-6}\ \mathrm{C}\right)}{1{,}5\cdot10^{-2}\ \mathrm{m}}\vec{i} = \left(-400\,\vec{i}\right)\mathrm{N}$$

$$\vec{F} = \left(3{,}6\cdot10^3\,\vec{i} - 400\,\vec{i}\right)\mathrm{N} = \left(3{,}2\cdot10^3\,\vec{i}\right)\mathrm{N}$$

Movimiento por la acción de fuerzas constantes

47. Un camión tiene que descargar una viga de 150 kg. Para ello comienza a levantar su caja poco a poco. Cuando la caja forma un ángulo de 40° con la horizontal, la viga comienza a deslizarse. Determina el valor del coeficiente de rozamiento estático entre la viga y la caja.



Comenzará a moverse cuando la componente del peso en la dirección del movimiento coincida con la fuerza de rozamiento estática máxima.

Aplicando la segunda ley de Newton a ambos ejes, justo antes de moverse:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = m\,g\cos\alpha$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow P\,\mathrm{sen}\,\alpha - f_\mathrm{r} = 0 \Rightarrow m\,g\,\mathrm{sen}\,\alpha - \mu\,m\,g\cos\alpha = 0 \Rightarrow \mu = \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{tg}\,40° = 0{,}84$$

A partir de este ángulo la viga deja de estar en equilibrio y descenderá.

48. Una persona empuja un cortacésped de 12,5 kg de masa con una fuerza de 85,5 N, tal como se indica en la figura. El cortacésped se mueve con velocidad constante. Calcula:

a) La fuerza de rozamiento y la fuerza normal.

b) La fuerza con la que tendría que empujarse el cortacésped para que, partiendo del reposo, adquiriera una velocidad de 1,25 m s^{-1} en 1,32 s, sabiendo que la fuerza de rozamiento es la misma que la calculada en el apartado a.

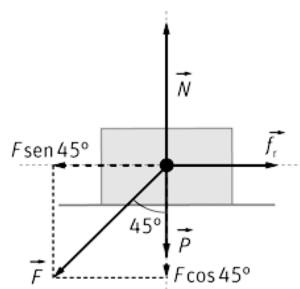
a) Aplicando el segundo principio de la dinámica en ambos ejes y teniendo en cuenta que la velocidad es constante; lo que significa que la aceleración es nula y, por lo tanto, la fuerza total también.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F\ \mathrm{sen}\ 45° - f_\mathrm{r} = 0\ (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P - F\ \cos\ 45° = 0\ (2)$$

De (1): $f_\mathrm{r} = F\ \mathrm{sen}\,45° = (85{,}5\ \mathrm{N})\ \mathrm{sen}\,45° = 60{,}5\ \mathrm{N}$

De (2): $N = m\,g + F\cos 45° = (12{,}5\ \mathrm{kg})(9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}) + (85{,}5\ \mathrm{N})\cos 45° = 183\ \mathrm{N}$



b) El movimiento es *mrua*, así: $v = v_0 + a\,t \Rightarrow a = \dfrac{v}{t} = \dfrac{(1{,}25\ \mathrm{m\,s^{-1}})}{(1{,}32\ \mathrm{s})} = 0{,}947\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

Con ayuda de la segunda ley de Newton:

$$F\ \mathrm{sen}\ 45° - f_\mathrm{r} = ma \Rightarrow F = \frac{f_\mathrm{r} + ma}{\mathrm{sen}\ 45°} = \frac{(60{,}4\ \mathrm{N}) + (12{,}5\ \mathrm{kg})(0{,}947\ \mathrm{m\,s^{-2}})}{0{,}707} = 102\ \mathrm{N}$$

49. Se lanza un objeto, con una velocidad inicial hacia arriba, por un plano inclinado. Analiza la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si no hay rozamiento en el plano inclinado, el tiempo de ascenso es igual al de descenso.

b) Si en el plano inclinado no hay rozamiento, la velocidad en la base del plano inclinado es la misma cuando sube que cuando baja.

c) Si hay rozamiento en el plano inclinado, el tiempo de ascenso es igual al de descenso.

d) Si hay rozamiento, dependerá de los valores de los coeficientes de rozamiento estático y dinámico que el cuerpo pueda o no bajar.

a) Verdadera. En ambos casos la única fuerza que actúa en la dirección del movimiento es la componente del peso: $m\,g$ sen α, aplicando la segunda ley de Newton.

Cuando sube: $-m\,g \text{ sen } \alpha = m\,a \Rightarrow a = -g \text{ sen } \alpha$

Cuando baja: $m\,g \text{ sen } \alpha = m\,a \Rightarrow a = g \text{ sen } \alpha$

En valor absoluto las dos aceleraciones son iguales, por lo tanto, tardará el mismo tiempo en subir que en bajar, ya que el tiempo es función de la distancia recorrida y de la aceleración.

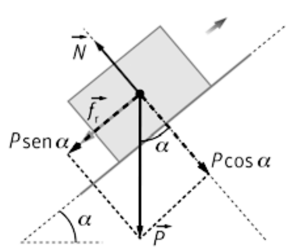
$$x = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{a}}$$

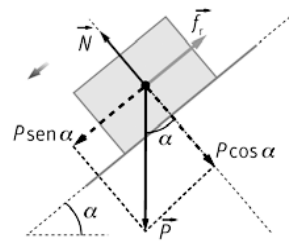
b) Verdadera. Por lo explicado en el caso a).

c) Falsa.

Al subir: $-P \text{ sen}\,\alpha - f_r = ma \Rightarrow a = \dfrac{-P \text{ sen}\,\alpha - f_r}{m}$

Al bajar: $P \text{ sen}\,\alpha - f_r = m\,a \Rightarrow a = \dfrac{P \text{ sen}\,\alpha - f_r}{m}$





Como las aceleraciones son diferentes y la distancia es igual, los tiempos también son distintos.

d) Falso. Cuando sube, llega un momento que el objeto se para.

Para que comience a bajar la componente del peso debe ser mayor que la fuerza de rozamiento estática máxima, por lo tanto sí depende del coeficiente de rozamiento estático, pero no del dinámico.

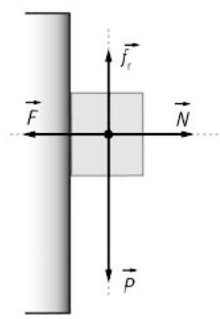
50. El profesor de Física y Química empuja un borrador de 95 g de masa contra la pizarra. Calcula la fuerza mínima con la que debe empujarlo para que no caiga, sabiendo que el coeficiente estático es μ_e = 0,40.

Aplicando la segunda ley de Newton y teniendo en cuenta que el borrador permanece estático:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N - F = 0 \Rightarrow N = F$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow f_r - P = 0 \Rightarrow f_r = P \Rightarrow \mu N = m g$$

Sustituyendo N: $\mu F = m g \Rightarrow F = \dfrac{m g}{\mu} = \dfrac{(9{,}5 \cdot 10^{-2}\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})}{0{,}40} = 2{,}3\ \text{N}$



51. Un jugador de hockey sobre hielo quiere golpear el disco para que se pare justo al final de la pista, de longitud 68,0 m. Calcula la velocidad con la que ha de impulsar el disco si el coeficiente de rozamiento es 0,115.

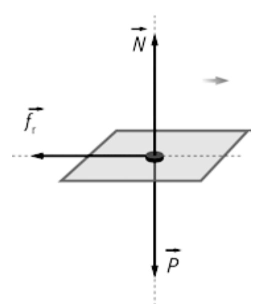
En el diagrama se observan las fuerzas que actúan sobre el disco.

Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$f_r = m\,a \Rightarrow a = -\mu g = -0{,}115 \cdot (9{,}81\ \text{m s}^{-2}) = -1{,}13\ \text{m s}^{-2}$$

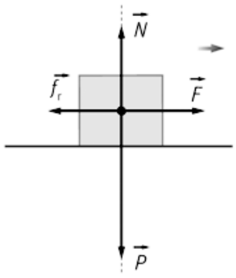
Como el disco posee *mrua*:

$$v_f^2 - v_0^2 = 2\,a\,\Delta x \Rightarrow v_0 = \sqrt{-2\,a\,\Delta x} = \sqrt{-2 \cdot (-1{,}13\ \text{m s}^{-2})(68{,}0\ \text{m})} = 12{,}4\ \text{m s}^{-1}$$



52. Una persona quiere mover con velocidad constante una caja de 9,0 kg que está apoyada sobre el piso de un vagón de tren que, a su vez, se mueve con velocidad constante. Para ello necesita hacer una fuerza de 78 N. En un momento dado, el vagón acelera y la persona tiene que aplicar una fuerza de 56 N para mover la caja con velocidad constante. Calcula el coeficiente de rozamiento y la aceleración del vagón.

Como el vagón se mueve con velocidad constante y la caja también, aplicando el segundo principio de la dinámica, se calcula el coeficiente de rozamiento.



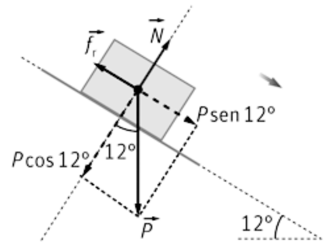
$$F - f_r = 0 \Rightarrow F = \mu m g \Rightarrow \mu = \frac{F}{mg} = \frac{(78\ \text{N})}{(9{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})} = 0{,}88$$

Cuando el vagón acelera:

$$F - f_r = m a \Rightarrow a = \frac{F - f_r}{m} = \frac{(56\ \text{N}) - (9{,}0\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})}{9{,}0\ \text{kg}} = -2{,}4\ \text{m s}^{-2}$$

53. Un esquiador se desliza por una pendiente de 12° con velocidad constante. ¿Con qué aceleración se deslizará por una pendiente de 23°? Supón que la nieve se encuentra en el mismo estado en ambas pendientes.

Se determina el coeficiente cinético de rozamiento, para ello se aplica la segunda ley de Newton:



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N - P\cos\alpha = 0 \Rightarrow N = m g \cos\alpha$$

Como la velocidad es constante: $\sum F_x = 0 \Rightarrow P\,\text{sen}\,\alpha - f_r = 0$

Sustituyendo: $\Rightarrow m g\,\text{sen}\,\alpha = f_r = \mu m g \cos\alpha \Rightarrow \mu = \text{tg}\,\alpha = \text{tg}\,12° = 0{,}21$

En el caso de la pendiente de 23º: $m g\,\text{sen}\,\alpha - f_r = m a$

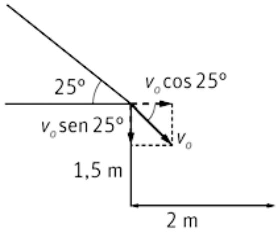
$$a = \frac{m g\,\text{sen}\,\alpha - \mu m g \cos\alpha}{m} = (9{,}8\ \text{m s}^{-2})(\text{sen}\,23° - 0{,}21\cos 23°) = 1{,}9\ \text{m s}^{-2}$$

54. Un *skater* se lanza por una barandilla que forma 25° con la horizontal. Al llegar al final de ella la altura sobre el suelo es de 1,5 m y debe caer a 2,0 m del final de la barandilla. ¿Qué distancia debe recorrer por la barandilla para que caiga a esa distancia? (El coeficiente de rozamiento entre el monopatín y la barandilla es μ = 0,08).

Primero se determina la velocidad con la que llega el *skater* al final de la barandilla. Utilizando las ecuaciones de la cinemática y teniendo en cuenta las componentes de la velocidad.

Eje X: $x = v_0 \cos 25°\, t \Rightarrow v_0 = \dfrac{x}{\cos 25°\, t}$

Eje Y: $y = y_0 - v_0\,\text{sen}\,25°\, t - \dfrac{1}{2} g t^2$



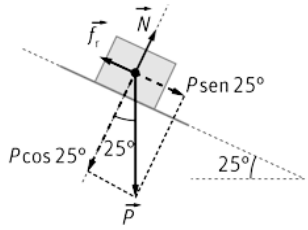
El tiempo de caída se determina haciendo y_0 = 0 m.

$$y_0 = v_0\,\text{sen}\,25°\, t + \frac{1}{2} g t^2 = x\,\text{tg}\,25° + \frac{1}{2} g t^2$$

$$1{,}5\ \text{m} = (2{,}0\ \text{m}) \cdot 0{,}47 + \frac{1}{2}(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) t^2 \Rightarrow t = 0{,}34\ \text{s}$$

$$v_0 = \frac{(2{,}0\ \text{m})}{\cos 25° (0{,}34\ \text{s})} = 6{,}5\ \text{m s}^{-1}$$

La aceleración con la que baja por la barandilla, se calcula a través del segundo principio de la dinámica. Se descomponen las fuerzas según el dibujo:



$$m\,g\,\text{sen}\,\alpha - f_r = m\,a \Rightarrow m\,g\,\text{sen}\,\alpha - \mu\,m\,g\cos\alpha = m\,a$$

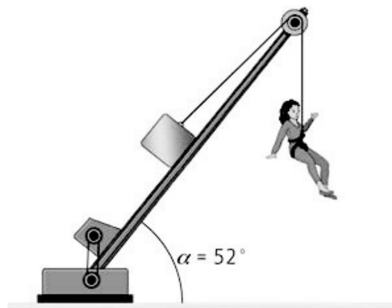
$$a = g\left(\text{sen}\,\alpha - \mu\cos\alpha\right) = \left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(\text{sen}\,25º - 0{,}08\cos 25º\right) = 3{,}4\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Como el movimiento es un *mrua* y la velocidad con la que comienza a moverse es cero:

$$v^2 = 2\,a\,\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^2}{2\,a} = \frac{\left(6{,}5\ \text{m}\,\text{s}^{-1}\right)^2}{2\cdot\left(3{,}4\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)} = 6{,}2\ \text{m}$$

Movimientos de cuerpos enlazados

55. En un montaje teatral, un actor de 52,0 kg de masa tiene que caer en vertical una distancia de 4,20 m en 2,50 s. Entre bastidores hay una superficie inclinada de 52,0° que soporta un contrapeso de masa m, según se indica en la figura. Ayuda al director del montaje calculando la masa del contrapeso y el valor de la tensión de la cuerda.



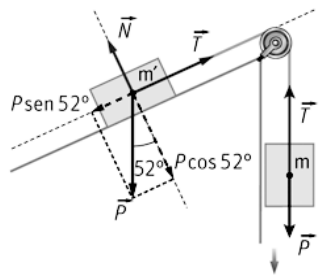
Con ayuda de la ilustración, se aplica la segunda ley de Newton sobre cada masa:

Sobre *m*': $T - m'\,g\,\text{sen}\,\alpha = m'\,a$

Sobre *m*: $m\,g - T = m\,a$

Sumando ambas expresiones: $m\,g - m'\,g\,\text{sen}\,\alpha = \left(m' + m\right)a$ (1)

Para determinar la aceleración, como el actor describe un *mrua*:



$y = y_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}a\,t^2$ (donde la velocidad inicial y la posición final son nulas):

$$a = \frac{2\,y_0}{t^2} = \frac{2\cdot(4{,}20\ \text{m})}{\left(3{,}5\ \text{s}\right)^2} = 1{,}34\ \text{m}\,\text{s}^{-2}$$

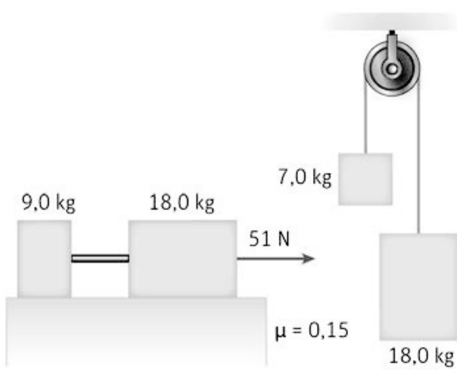
Sustituyendo en (1):

$$\left(52{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\right) - m'\left(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\text{sen}\,52º = \left[m' + \left(52{,}0\ \text{kg}\right)\right] = \left(1{,}34\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)$$

$$m' = 48{,}5\ \text{kg}$$

La tensión se calcula: $m\,g - T = m\,a \Rightarrow T = m\left(g - a\right) = \left(52{,}0\ \text{kg}\right)\left[\left(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}\right) - \left(1{,}34\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\right] = 440\ \text{N}$

56. En los siguientes sistemas determina la aceleración y la tensión de la cuerda.



a) Para calcular la aceleración se pueden considerar las dos masas como un todo. Aplicando el segundo principio de la dinámica**.**

$$\sum F_x = m\,a \Rightarrow (51\,\text{N}) - f_{r_1} - f_{r_2} = (m_1 + m_2)\,a$$

$$a = \frac{F - \mu m_1 g - \mu m_2 g}{(m_1 + m_2)} = \frac{(51\,\text{N}) - 0{,}15\cdot(9{,}0\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) - 0{,}15\cdot(18{,}0\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})}{(27\,\text{kg})}$$

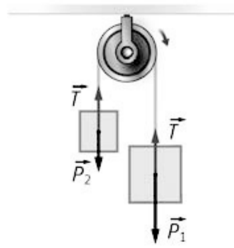
$$a = 0{,}42\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

Para calcular la tensión, se aplica la 2.ª ley de Newton, por ejemplo, sobre m_1:

$$T - f_{r_1} = m_1\,a \Rightarrow T = \mu\,m_1\,g + m_1\,a = (9{,}0\,\text{kg})\left[0{,}15\cdot(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) + (0{,}42\,\text{m}\,\text{s}^{-2})\right] = 17\,\text{N}$$

b) Se aplica la segunda ley de Newton sobre cada masa.

(1) $P_1 - T = m_1\,a$ (2) $T - P_2 = m_2\,a$



Sumando ambas expresiones:

$$m_1\,g + m_2\,g = (m_1 + m_2)\,a \Rightarrow a = \frac{g\,(m_1 - m_2)}{(m_1 + m_2)} = \frac{(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})(11{,}0\,\text{kg})}{(25\,\text{kg})} = 4{,}3\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

De la ecuación (1) puede obtenerse la tensión:

$$T = m_1\,g - m_1\,a = (18{,}0\,\text{kg})\left[(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) - (4{,}3\,\text{m}\,\text{s}^{-2})\right] = 99\,\text{N}$$

57. En muchas películas de acción el protagonista está agarrando la cuerda que sostiene una lámpara pesada (ver figura). Cuando se corta la cuerda que está atada al suelo, la lámpara cae y el protagonista sube hasta una ventana. La lámpara tiene una masa de 165 kg.

a) Calcula la aceleración que adquiere nuestro protagonista, de 74 kg de masa, cuando corta la cuerda.

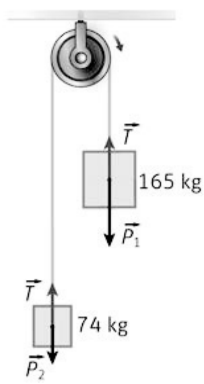
b) Determina la tensión de la cuerda mientras sube.

c) Si la ventana está a 5,2 m del suelo, ¿cuánto tiempo tarda en subir?

a) Se aplica la segunda ley de Newton a la lámpara y al protagonista:

$$P_1 - T = m_1\,a$$

$$T - P_2 = m_2\,a$$



Sumando ambas ecuaciones:

$$P_1 - P_2 = (m_1 + m_2)\,a \Rightarrow a = \frac{(m_1 - m_2)\,g}{(m_1 + m_2)} = \frac{(91\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2})}{(239\,\text{kg})} = 3{,}7\,\text{m}\,\text{s}^{-2}$$

b) De algunas de las dos ecuaciones se despeja la tensión:

$$P_1 - T = m_1\,a \Rightarrow (165\,\text{kg})(9{,}81\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) - T = (165\,\text{kg})(3{,}7\,\text{m}\,\text{s}^{-2}) \Rightarrow T = 1{,}0\cdot 10^3\,\text{N}$$

c) Se trata de un *mrua* con velocidad inicial nula, así:

$$y = v_0\,t + \frac{1}{2}a\,t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a}} = \sqrt{\frac{2\cdot(5{,}2\,\text{m})}{(3{,}7\,\text{m}\,\text{s}^{-2})}} = 1{,}7\,\text{s}$$

58. El limpiacristales de la figura se eleva a sí mismo mediante una fuerza *F*. Su masa es de 68 kg y la plataforma, de un material muy ligero, tiene una masa de 16 kg.

a) Calcula el valor de dicha fuerza si él quiere subir con una aceleración de 0,57 m s^{-2}.

b) ¿Qué fuerza tendría que realizar para subir con velocidad constante?

a) El limpiacristales tira con una fuerza F hacia abajo. Esta fuerza es igual a la tensión. Si se considera todo como un sistema y se aplica el segundo principio de la dinámica.

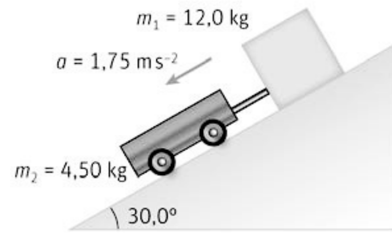
$$T - mg = ma \Rightarrow T = m(g+a) = (84\ \text{kg})\left[\left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right) + \left(0{,}57\ \text{m s}^{-2}\right)\right] = 872\ \text{N}$$

Como $F = T \Rightarrow F = 872$ N.

b) Al ser la velocidad constante, la aceleración es nula.

$$T - mg = 0 \Rightarrow T = mg = (84\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right) = 824\ \text{N}$$

59. Un bloque de madera, de masa 12,0 kg, permanece en reposo apoyado en un plano inclinado de 30,0° con rozamiento. Al atarle una masa con ruedas de 4,50 kg, para la que puede despreciarse el rozamiento, ambos descienden con una aceleración de 1,75 m s^{-2}. Calcula:

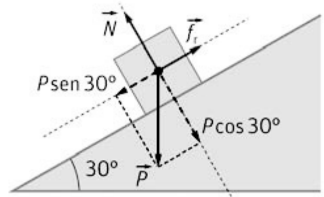


a) La fuerza de rozamiento entre el bloque y el plano antes de unir la segunda masa.

b) Determina el valor mínimo del coeficiente de rozamiento estático.

c) El coeficiente de rozamiento cinético.

a) Como la masa permanece en reposo.



$$\sum F = 0 \Rightarrow mg\ \text{sen}\ \alpha - f_r = 0$$

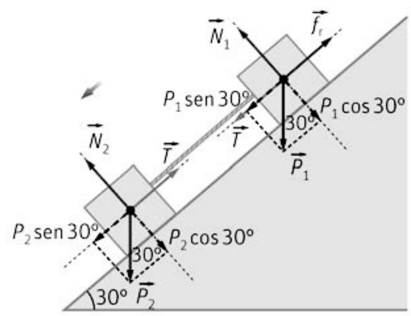
$$f_r = mg\ \text{sen}\,\alpha = (12{,}0\ \text{kg})\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right)\text{sen}\,30° = 58{,}9\ \text{N}$$

b) El valor mínimo del coeficiente estático se produce cuando: $\mu_e = \text{tg}\,\alpha = \text{tg}\,30{,}0° = 0{,}58$

c) Solo existe rozamiento entre el bloque y el plano inclinado. Aplicando el segundo principio a cada masa:

(1) $T + m_1\, g\,\text{sen}\,\alpha - \mu_c\, m_1\, g \cos\alpha = m_1\, a$ (2) $m_2\, g\,\text{sen}\,\alpha - T = m_2\, a$

Sumando y despejando:



$$\mu_c = \frac{g\ \text{sen}\,\alpha\,(m_1+m_2) - (m_1+m_2)\,a}{m_1\, g \cos\alpha}$$

$$\mu_c = \frac{(12{,}0\ \text{kg} + 4{,}5\ \text{kg})\left[\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right)\text{sen}\,30° - \left(1{,}75\ \text{m s}^{-2}\right)\right]}{(12{,}0\ \text{kg})\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right)\cos 30°} = 0{,}51$$

60. En la figura se ve como un piloto de Moto GP se inclina para tomar una curva.

a) Indica las fuerzas que actúan sobre el piloto.

b) Calcula la máxima velocidad con la que puede tomar la curva sabiendo que el radio de la misma es de 32 m, el ángulo máximo que puede inclinar la moto es 41° y que la marca de neumáticos ha conseguido un caucho con un coeficiente de rozamiento estático 0,88.

c) ¿Cómo afectará el desgaste de la rueda en la velocidad máxima?

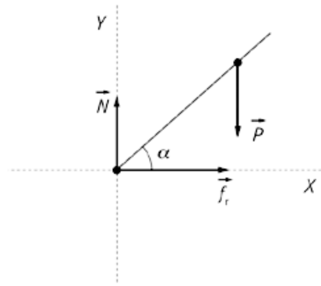
a) Las fuerzas que actúan son el peso, la normal y la fuerza de rozamiento.

b) Se aplica el 2.º principio de la dinámica en los dos ejes;

Eje Y: $N - P = 0 \Rightarrow N = P = mg$

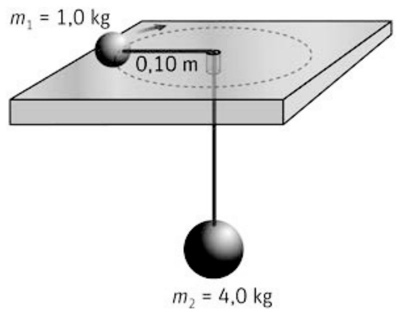
Eje X: $f_r = \mu N = m a_c \Rightarrow \mu mg = m\dfrac{v^2}{R}$

$$v = \sqrt{\mu R g} = \sqrt{0{,}88 \cdot (32\ \text{m})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})} = 17\ \text{m s}^{-1}$$



c) Al desgastarse el neumático, el coeficiente de rozamiento disminuye. Como se observa en la expresión anterior, la velocidad con la que puede tomar la curva será menor.

61. Una masa m_1 = 1,0 kg que esta sobre una mesa sin rozamiento, se encuentra unida a una masa m_2 = 4,0 kg colgada mediante una cuerda que pasa por un agujero practicado en la mesa. El cuerpo de masa m_2 está en reposo, mientras que el cuerpo de masa m_1 describe un movimiento circular uniforme de radio 0,10 m.



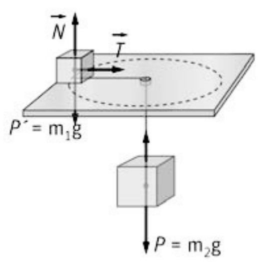
a) Dibuja las fuerzas que actúan sobre ambas masas y calcula la velocidad del cuerpo de masa m_2.

b) Calcula la aceleración normal y tangencial en la masa de 1,0 kg.

a) La masa sobre la mesa se mueve con un *mcu*. Se aplica la segunda ley de Newton a las dos masas.

$$\left.\begin{array}{l} T - m_2 g = 0 \Rightarrow T = m_2 g \\ T = m_1 a \Rightarrow T = m_1 \dfrac{v^2}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow m_2 g = m_1 \dfrac{v^2}{R}$$

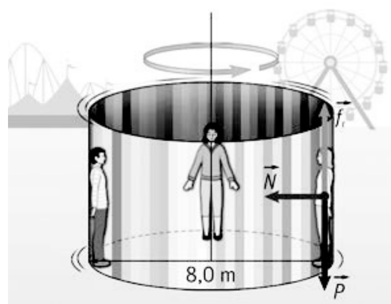
$$v = \sqrt{\frac{m_2 g R}{m_1}} = \sqrt{\frac{(4\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m s}^{-2})(0{,}10\ \text{m})}{(1\ \text{kg})}} = 2{,}0\ \text{m s}^{-1}$$



b) La aceleración normal es: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(2{,}0\ \text{m s}^{-1})^2}{(0{,}10\ \text{m})} = 40\ \text{m s}^{-2}$

Como el módulo de la velocidad no cambia, la aceleración tangencial es nula.

62. En algunas ferias hay una atracción que consiste en un cilindro que puede girar en torno a su eje. Los viajeros se colocan con la espalda contra la pared del cilindro que empieza girar. En un determinado momento se retira la base del cilindro pero los viajeros siguen girando con el dispositivo.

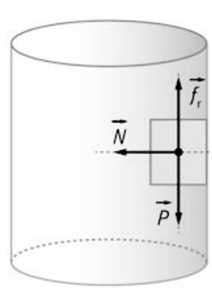


a) Explica por qué no se caen.

b) Si el cilindro tiene un diámetro de 8,0 m y el coeficiente de rozamiento de la pared es μ = 0,80, ¿a qué velocidad angular mínima debe girar para que un viajero de 70 kg siga pegado? Exprésala en *rpm*.

c) ¿Influye la masa de cada viajero en esta velocidad?

a) Sobre cada viajero actúan tres fuerzas, su peso, el rozamiento con la pared del cilindro y la normal perpendicular a la pared interna del cilindro (radial) y hacia su centro, fuerza que proporciona la fuerza centrípeta, es decir aquella que impide que el viajero salga "por la tangente", cambiando la dirección del vector velocidad. No se caen al ser la fuerza de rozamiento mayor que el peso.



b) Aplicando la segunda ley de Newton en los dos ejes:

$$\left.\begin{array}{l} \sum F_x = m a \Rightarrow N = m a \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow f_r - m g = 0 \end{array}\right\} f_r = \mu N = m g \Rightarrow \mu m a_n = m g \Rightarrow \mu \frac{v^2}{R} = g$$

$$v = \sqrt{\frac{g R}{\mu}} = \sqrt{\frac{(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(4\ \text{m})}{0{,}80}} = 7{,}0\ \text{m s}^{-1}$$

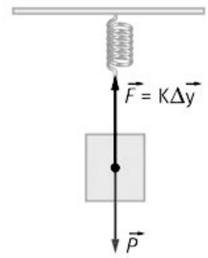
$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{\left(7{,}0\ \text{m s}^{-1}\right)}{\left(4\ \text{m}\right)} = 1{,}75\ \text{rad s}^{-1} = \left(\frac{1{,}75\ \text{rad}}{1\ \text{s}}\right)\left(\frac{60\ \text{s}}{1\ \text{min}}\right)\left(\frac{1\ \text{vuelta}}{2\pi\ \text{rad}}\right) = 17\ rpm$$

c) Como se puede observar en el apartado b), la masa no influye.

Fuerzas elásticas

63. Un muelle de constante *k* = 162 N m^{-1} está suspendido del techo de un ascensor. Del otro extremo cuelga un cuerpo de 2,50 kg. Calcula la deformación producida cuando el ascensor sube con velocidad constante y cuando arranca con una aceleración de 1,20 m s^{-2}.

a) Aplicando la segunda ley de Newton, teniendo en cuenta que la velocidad es constante.



$$\sum F = ma = 0 \Rightarrow k\Delta y - mg = 0 \Rightarrow \Delta y = \frac{mg}{k} = \frac{\left(2{,}50\ \text{kg}\right)\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right)}{\left(162\ \text{N m}^{-1}\right)} = 0{,}151\ \text{m}$$

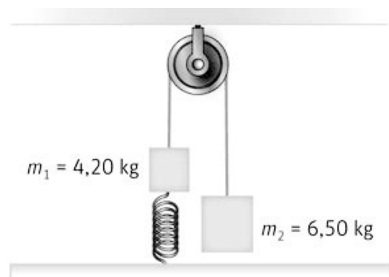
b) En este caso si hay aceleración:

$$\sum F = ma \Rightarrow k\Delta y - mg = ma \Rightarrow \Delta y = \frac{m(g+a)}{k} = \frac{\left(2{,}50\ \text{kg}\right)\left[\left(9{,}81 + 1{,}2\right)\text{m s}^{-2}\right]}{\left(162\ \text{N m}^{-1}\right)} = 0{,}170\ \text{m}$$

64. En una polea se cuelgan dos masas de 4,20 kg y 6,50 kg. La masa de 4,20 kg está unida al suelo mediante un muelle.

a) Calcula la fuerza del muelle sobre la masa de 4,20 kg.

b) Si se corta la cuerda que une ambas masas, ¿con qué aceleración comenzará a moverse la masa de 4,20 kg, justo en ese instante?

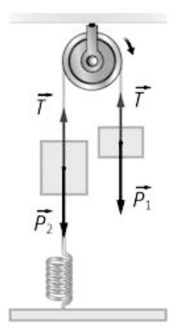


a) Se aplica el segundo principio de la dinámica en las dos masas:

$$\left.\begin{array}{l}(1) \sum F = 0 \Rightarrow T = m'g \\ (2)\ \sum F = 0 \Rightarrow T - F_{\text{muelle}} - mg = 0\end{array}\right\}$$

Sustituyendo la tensión:

$$m'g - F_{\text{muelle}} - mg = 0 \Rightarrow F_{\text{muelle}} = \left[\left(6{,}50 - 4{,}20\right)\text{kg}\right]\left(9{,}81\ \text{m s}^{-2}\right) = 22{,}6\ \text{N}$$

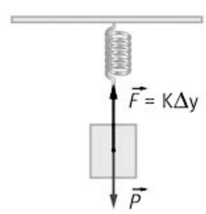


b) Si se corta la cuerda la tensión desaparece. Las otras dos fuerzas que actúan sobre la masa con cambian. Aplicando el segundo principio de la dinámica:

$$-mg - F_{\text{muelle}} = ma \Rightarrow a = \frac{-mg - F_{\text{muelle}}}{m} = -15{,}2\ \text{m s}^{-2}$$

65. En una carpintería guardan los clavos en una caja. Para calcular la cantidad de clavos que tienen, cuelgan al principio del día la caja de un muelle y observan que este se alarga 0,50 m. Al final del día vuelven a colgarla otra vez y observan que el muelle se alarga 0,20 m. ¿Qué porcentaje de clavos quedan en la caja?

Se aplica la segunda ley de Newton y recordando que la fuerza elástica es proporcional al alargamiento.



Al comienzo del día: $\sum F = 0 \Rightarrow k\,\Delta y = mg$

Al finalizar el mismo: $k\Delta y' = m'g$

Dividiendo y sustituyendo datos: $\dfrac{m}{m'} = \dfrac{0{,}20}{0{,}50} = 0{,}40 \Rightarrow 40\ \%$

66. Un vehículo deportivo tiene una masa en vacio de 1615 kg y su suspensión se basa en cuatro muelles helicoidales. Suponiendo que el peso del vehículo se distribuye uniformemente entre los cuatro muelles y que con el coche vacio estos están comprimidos 10,0 cm, contesta a estas preguntas.

a) ¿Cuánto vale la constante elástica de estos resortes?

b) ¿Cuánto se comprimirán los muelles si el coche lleva cuatro adultos de 70,0 kg de masa y 200,0 kg de maletas?

a) El peso del coche es: $P = mg = (1615\ \text{kg})(9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2}) = 1{,}58 \cdot 10^4\ \text{N}$

El peso se distribuye entre los cuatro muelles. A cada uno le corresponde: $\dfrac{P}{4} = 3{,}96 \cdot 10^3\ \text{N}$

Aplicando la ley de Hooke: $F = k\,\Delta y \Rightarrow k = \dfrac{F}{\Delta y} = \dfrac{(3{,}96 \cdot 10^3\ \text{N})}{(0{,}100\ \text{m})} = 3{,}96 \cdot 10^4\ \text{N}\,\text{m}^{-1}$

b) Con el coche cargado a cada muelle le corresponde un peso:

$$P = \frac{[(1615 + 4 \cdot 70{,}0 + 200{,}0)\ \text{kg}](9{,}81\ \text{m}\,\text{s}^{-2})}{4} = 5{,}14 \cdot 10^3\ \text{N}$$

Aplicando la ley de Hooke:

$$\Delta y = \frac{F}{k} = \frac{(5{,}14 \cdot 10^3\ \text{N})}{(3{,}96 \cdot 10^4\ \text{N}\,\text{m}^{-1})} = 0{,}130\ \text{m}$$

67. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE.

68. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La física y las fuerzas fundamentales

1. **Actividad** sm**Savia**digital.com INVESTIGA

2. **La materia oscura y la energía oscura son enigmas recientes de la física. Busca información sobre ello.**

   La existencia de la materia oscura se ha propuesto para armonizar los efectos gravitacionales ejercidos (y medidos) por diversas galaxias con la cantidad de materia observada (materia visible) que contienen. Se piensa que tal vez solo se puede ver el 20 % de la materia existente.

   La energía oscura es un tipo de energía cuya naturaleza se desconoce actualmente pero cuya existencia se postula para conjugar la velocidad de expansión del universo observada con la velocidad de expansión prevista por los diversos modelos del Big Bang (la expansión parece acelerarse).

Autoevaluación

1. **Un astronauta en la Estación Espacial Internacional "flota" en la cabina porque:**

   a) Su peso es cero.

   b) Está en ingravidez.

   c) Está en caída libre.

   d) Está muy lejos de la Tierra.

   c

2. **Una esfera de metal tiene una carga de +9,0 μC. Si se le añaden $6{,}0 \cdot 10^{13}$ electrones, su carga neta será:**

   a) 19 μC

   b) –0,60 μC

   c) –9,6 μC

   d) 0 μC

   b

3. **Un alpinista de masa 65 kg cayó en una grieta si en un glaciar, tal como se indica en la figura, sin contar el rozamiento, ¿cuál debe ser la masa mínima de un compañero para que este sea capaz de sujetarlo en el aire mientras llega el helicóptero?**

   a) 75 kg

   b) 65 kg

   c) 130 kg

   d) 135 kg

   a

4. **Un cuerpo se desliza por un plano inclinado de 15° con velocidad constante. ¿Cuánto valdrá la aceleración (en m s^{-2}) si se desliza sobre el mismo plano inclinado cuando forma un ángulo de 25° con la horizontal?**

   a) 3,7

   b) 1,7

   c) 2,5

   d) Ninguna de las anteriores.

   b

5. **Una furgoneta que se desplaza en sentido negativo del eje *X* lleva un péndulo sujeto al techo. Cuando la aceleración del vehículo es 5,66 m s^{-2}, el ángulo que forma el péndulo con la horizontal es:**

   a) 60º

   b) –30º

   c) 30º

   d) –60º

   d

6. **"El globo de la muerte" es una estructura de acero de unos 5,0 m de diámetro donde un motorista describe circunferencias. La velocidad mínima que debe llevar un motorista en la parte superior de un circulo vertical para que no caiga es:**

   a) 5,0 m s^{-1}

   b) 7,0 m s^{-1}

   c) 4,0 m s^{-1}

   d) 6,0 m s^{-1}

   a

12 Energía mecánica y trabajo

ACTIVIDADES

1. Indica qué porcentaje del consumo energético en España en 2011 provenía de la energía renovable.

11,6 %, según muestra el gráfico.

2. Enumera tres fuentes de energía que no generen gases de efecto invernadero.

Por ejemplo, hidraúlica, maremotriz y eólica.

3. Un albañil necesita subir una carga de ladrillos de $3,0 \cdot 10^2$ kg mediante una polea eléctrica a velocidad constante desde el suelo hasta una altura de 12 m. Calcula:

a) La fuerza ejercida por la cuerda de la polea sobre la carga.

b) El trabajo realizado por la polea.

a) La polea ejerce sobre la carga una fuerza igual al peso pero de sentido opuesto:

$$F = mg = \left(3,0 \cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9,8\ \text{m s}^{-2}\right) = 2,9 \cdot 10^3\ \text{N}$$

b) Trabajo realizado: $W = F\,\Delta r = \left(2,9 \cdot 10^3\ \text{N}\right)\left(12\ \text{m}\right) = 3,5 \cdot 10^4\ \text{J}$

4. Óscar Figueroa consiguió la medalla de plata en los Juegos Olímpicos de 2012 por levantar una barra de $1,77 \cdot 10^2$ kg desde el suelo hasta una altura aproximada de 2,0 m. Calcula:

a) La fuerza ejercida por el deportista sobre la barra.

b) El trabajo realizado.

a) El deportista ejerce sobre la barra una fuerza igual al peso pero de sentido opuesto:

$$F = mg = \left(1,77 \cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9,8\ \text{m s}^{-2}\right) = 1,7 \cdot 10^3\ \text{N}$$

b) Trabajo realizado: $W = F\,\Delta r = \left(1,7 \cdot 10^3\ \text{N}\right)\left(2\ \text{m}\right) = 3,5 \cdot 10^3\ \text{J}$

5. Un muelle tiene una longitud de 20 cm y una constante elástica de $7,5 \cdot 10^2$ N m^{-1}. Calcula qué trabajo hay que realizar sobre él para estirarlo hasta una longitud de 22 cm.

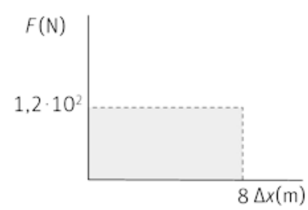
El estiramiento del muelle es: $\Delta x = \left(0,22 - 0,20\right)\ \text{m} = 0,02\ \text{m}$

El trabajo necesario para estirarlo esta longitud es: $W = \dfrac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2 = 0,15\ \text{J}$

6. Una persona tira de una caja de 40 kg con una cuerda horizontal ejerciendo una fuerza constante de $1,2 \cdot 10^2$ N en una distancia de 8,0 m. Calcula de modo gráfico el trabajo realizado.

La representación gráfica conforma un rectángulo cuyos lados son, 8,0 m de base y $1,2 \cdot 10^2$ N de altura. El valor de trabajo es igual al área de este rectángulo:

$$W = F\Delta x = \left(1,2 \cdot 10^2\ \text{N}\right)\left(8\ \text{m}\right) = 9,6 \cdot 10^2\ \text{J}$$



7. Calcula cuánto disminuye la energía cinética de un automóvil de $8,0 \cdot 10^2$ kg cuando pasa de $1,0 \cdot 10^2$ km h^{-1} a 60 km h^{-1}.

Las velocidades del automóvil en el SI son respectivamente de 27,8 m s^{-1} y 16,7 m s^{-1}. Así, la variación de la energía cinéticas es:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -2,0 \cdot 10^5 \text{ J} \ \text{(La } E_c \text{ disminuye } 2,0 \cdot 10^5 \text{ J .)}$$

8. Calcula qué energía cinética tiene un atleta de 90 kg que mantiene una velocidad constante de 20 km h^{-1}.

La velocidad del atleta es de 5,6 m s^{-1}, por tanto:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} (90 \text{ kg}) (5,6 \text{ m s}^{-1})^2 = 1,4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

9. Describe las transformaciones energéticas que tienen lugar cuando:

a) El agua de una presa se aprovecha para mover una rueda hidráulica que se utiliza para elevar un fardo.

b) Una polea eléctrica eleva una caja hasta una cierta altura.

c) Una persona trepa por una cuerda hasta una cierta altura y luego se deja caer.

a) La energía potencial del agua se transforma en energía cinética que mueve la rueda hidráulica; la energía de movimiento de esta se transforma en energía potencial del fardo.

c) El motor de la polea transforma la energía eléctrica en energía potencial de la caja que gana altura.

d) La energía química de los músculos se transforma en energía potencial de la persona que sube por la cuerda. Cuando se deja caer, transforma la energía potencial en energía cinética durante la caída.

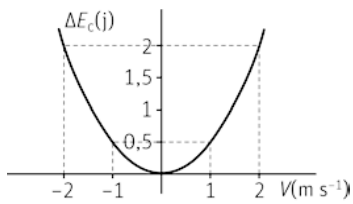
10. Representa gráficamente la variación de la energía cinética de un cuerpo con la velocidad a la que se mueve. ¿Puede tener la energía cinética valores negativos? Justifica la respuesta.

La gráfica E_C-v es una parábola, al ser la energía cinética directamente proporcional al cuadrado de la velocidad:

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2$$

Suponemos, para simplificar los cálculos, que la masa es de 1 kg y que parte del reposo. Así, $\Delta E_c = \frac{1}{2} v_f^2$

ΔE_c (J)	2	0,5	0	0,5	2
v (m s^{-1})	–2	–1	0	1	2

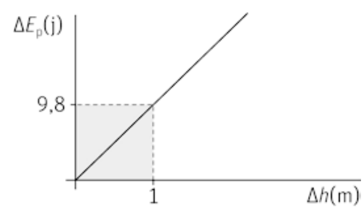


La energía cinética nunca puede tomar valores negativos; ya que ni la masa, ni la velocidad al cuadrado pueden serlo. Sin embargo, sí puede ser negativa la variación de energía cinética.

11. Representa gráficamente la variación de la energía potencial de un cuerpo con la altura a la que se encuentra. ¿Puede tener la energía potencia gravitatoria valores negativos? Justifica la respuesta.

La gráfica E_p-Δh es una línea recta; $\Delta E_p = m g \Delta h$, por lo que para representarla es suficiente con tomar dos valores. Al igual que en el ejercicio anterior suponemos una masa de 1 kg.

ΔE_p (J)	0	9,8
Δh (m)	0	1



No se pueden conocer los valores absolutos de la energía potencial, solo se pueden conocer sus variaciones. La altura a la que se considera que el valor de la energía potencial se iguala a cero es convencional; por ello, la energía potencial puede tomar valores negativos con respecto al nivel cero tomado como referencia.

12. Calcula el trabajo necesario para acelerar un camión de 10 t desde 60 km h^{-1} hasta 90 km h^{-1}. ¿Se puede calcular la distancia que recorre para ello?

Velocidades del camión son; $v_0 = 60\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 16{,}7\ \text{m s}^{-1}$; $v_f = 90\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_f = 25\ \text{m s}^{-1}$

El trabajo que debe realizar el camión es igual al incremento de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(1{,}0\cdot 10^4\ \text{kg}\right)\left[\left(25\ \text{m s}^{-1}\right)^2 - \left(16{,}7\ \text{m s}^{-1}\right)^2\right] = 1{,}7\cdot 10^6\ \text{J}$$

No se puede calcular la distancia que recorre para ello porque se desconoce la fuerza ejercida por los frenos.

13. Calcula el trabajo que debe realizar la fuerza de los frenos de un coche de 9,0 · 10^2 kg que se mueve a 1,2 · 10^2 km h^{-1} para reducir su velocidad a 60 km h^{-1}.

Velocidades del coche: $v_0 = 120\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 33{,}3\ \text{m s}^{-1}$; $v_f = 60\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_f = 16{,}7\ \text{m s}^{-1}$

El trabajo que deben realizar los frenos es igual a la disminución de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(9{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[\left(16{,}7\ \text{m s}^{-1}\right)^2 - \left(33{,}3\ \text{m s}-\right)^2\right] = -3{,}7\cdot 10^5\ \text{J}$$

14. Halla el valor de la fuerza de rozamiento correspondiente a la situación del ejercicio resuelto 8.

$$W_{f_r} = -8{,}8\cdot 10^5\ \text{J} \Rightarrow -8{,}8\cdot 10^5\ \text{J} = f_r\left(2{,}0\cdot 10^3\ \text{m}\right)\cos 180º \Rightarrow f_r = 4{,}4\cdot 10^2\ \text{N}$$

15. Un autobús de 6,0 t de masa se mueve a 30 km h^{-1}. ¿Qué trabajo se necesita para duplicar su velocidad?

Velocidades del autobús: $v_0 = 30\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 7{,}8\ \text{m s}^{-1}$; $v_f = 2v_0 = 60\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_f = 16{,}7\ \text{m s}^{-1}$

El trabajo que debe realizar el autobús es igual al incremento de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(6{,}0\cdot 10\ \text{kg}\right)\left[\left(16{,}7\ \text{m s}^{-1}\right)^2 - \left(1{,}3\ \text{m s}^{-1}\right)^2\right] = 6{,}3\cdot 10^5\ \text{J}$$

16. Un coche de 8,0 · 10^2 kg que circula a 1,0 · 10^2 km h^{-1} se encuentra a 50 m de una señal que limita la velocidad a 40 km h^{-1}. Si frena gradualmente hasta conseguir reducir la velocidad justo a la altura de la señal:

a) Calcula el trabajo realizado sobre el coche.

b) Determina la fuerza resultante que ha actuado sobre él.

Velocidades del coche: $v_0 = 1{,}0\cdot 10^2\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_0 = 27{,}8\ \text{m s}^{-1}$; $v_f = 40\ \text{km h}^{-1} \Rightarrow v_f = 11{,}1\ \text{m s}^{-1}$

a) El trabajo que deben realizar los frenos es igual a la disminución de la energía cinética:

$$W = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}\left(8{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left[\left(11{,}1\ \text{m s}^{-1}\right)^2 - \left(27{,}8\ \text{m s}^{-1}\right)^2\right] = -2{,}6\cdot 10^5\ \text{J}$$

b) La fuerza resultante sobre el coche tiene sentido opuesto al desplazamiento (α = 180º):

$$W = -2{,}6\cdot 10^5\ \text{J} \Rightarrow f_r = \frac{-2{,}6\cdot 10^5\ \text{J}}{\left(50\ \text{m}\right)\cos 180º} \Rightarrow f_r = 5{,}2\cdot 10^3\ \text{N}$$

17. Un ascensor tiene una masa de 6,0 · 10^2 kg. Calcula el trabajo que debe realizar el motor a velocidad constante para elevarlo desde el cuarto piso al décimo si la altura de cada piso es de 2,9 m? ¿Cuál es el incremento de energía potencial del ascensor?

El ascensor sube seis pisos de 2,9 m: $\Delta h = 6\left(2{,}9\ \text{m}\right) = 17{,}4\ \text{m}$

El trabajo que debe realizar el motor del ascensor es igual al incremento de la energía potencial:

$$W = \Delta E_p = mg\,\Delta h = \left(6{,}0\cdot 10^2\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m s}^{-2}\right)\left(17{,}4\ \text{m}\right) = 1{,}0\cdot 10^5\ \text{J}$$

El incremento de energía potencial del ascensor es igual al trabajo realizado.

18. Un muelle tiene una constante recuperadora de 5,0 · 10^3 N m^–1. ¿Qué longitud hay que estirarlo desde su posición natural para que almacene una energía elástica de 10 J? ¿Qué trabajo debe realizarse sobre el muelle para conseguirlo?

$$E_\mathrm{p} = \frac{1}{2}k\left(\Delta x\right)^2 \Rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{2E_\mathrm{p}}{k}} = 0{,}063\ \mathrm{m} = 6{,}3\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m}$$

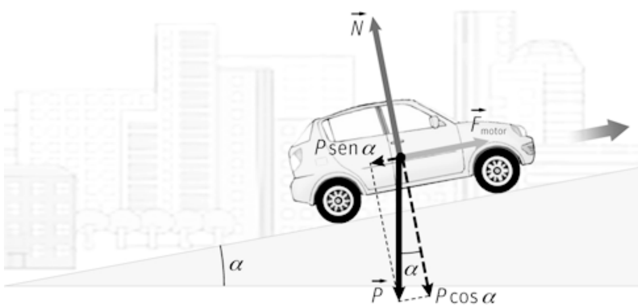
Sobre el muelle hay que realizar un trabajo de 10 J.

19. En el caso del ejercicio resuelto anterior, comprueba que se cumple el teorema de la energía cinética: la variación de energía cinética del vehículo es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante sobre el coche.

$$W_\mathrm{F} = F\,\Delta x = \left(6{,}1\cdot 10^2\ \mathrm{N}\right)\left(8{,}0\cdot 10^2\ \mathrm{m}\right) = 4{,}9\cdot 10^5\ \mathrm{J}$$

Este es el incremento de la energía cinética.

20. Comprueba igualmente, en el ejercicio resuelto anterior, que la variación de la energía potencial cambiada de signo es igual al trabajo realizado por la fuerza conservativa, que en este caso es el peso del coche.



Si α es el ángulo de inclinación de la pendiente, la dirección del peso y la dirección del desplazamiento forman un ángulo β = 90º + α. Por tanto, cos β = –sen α = –0,06

$$W_\mathrm{p} = mg\,\Delta x\cos\beta = \left(1{,}0\cdot 10^2\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(8{,}0\cdot 10^2\ \mathrm{m}\right)\left(-0{,}06\right) = -4{,}7\cdot 10^5\ \mathrm{J}$$

El trabajo realizado por el peso es igual a la variación de la energía potencial cambiada de signo

21. ¿La velocidad que adquiere en un descenso una vagoneta de una montaña rusa depende de la masa de la vagoneta? ¿O depende del número de personas que la ocupen? ¿Por qué?

Si cae una altura *h*, el incremento de la energía cinética es igual a la disminución de la energía potencial:

$$\Delta E_\mathrm{c} = -\Delta E_\mathrm{p} \Rightarrow \Delta E_\mathrm{c} = \frac{1}{2}mv_\mathrm{f}^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg\,\Delta h \Rightarrow v_\mathrm{f}^2 - v_0^2 = -2g\,\Delta h$$

La velocidad final no depende de la masa; por tanto, tampoco depende del número de personas que vayan en la vagoneta.

22. Un cuerpo en caída libre tiene una velocidad de 10 m s^–1 cuando se encuentra a 30 m del suelo. Calcula qué velocidad tendrá cuando esté a 5,0 m del suelo.

La energía mecánica (cinética + potencial) se conserva:

$$E_\mathrm{p1} + E_\mathrm{c1} = E_\mathrm{p2} + E_\mathrm{c2} \Rightarrow mg\,h_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = mg\,h_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow g\,h_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = g\,h_2 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(30\ \mathrm{m}\right) + \frac{1}{2}\left(10\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2 = \left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(5\ \mathrm{m}\right) + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2 = 24\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

23. Calcula el valor de la fuerza de rozamiento que actúa sobre el automóvil del ejercicio resuelto anterior.

La fuerza de rozamiento y el vector desplazamiento son antiparalelos, por lo que el cos180º vale –1. Así:

$$W_{f_r} = -f_r\,\Delta x$$

Despejando la fuerza de rozamiento:

$$f_r = -\frac{W_{f_r}}{\Delta x} = -\frac{\left(-1{,}88\cdot 10^5\ \text{J}\right)}{(40\ \text{m})} = 4{,}7\cdot 10^3\ \text{N}$$

24. ¿Qué significado tiene el signo negativo obtenido al calcular el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento del ejercicio resuelto anterior?

El trabajo debido a las fuerzas de rozamiento es un trabajo resistente que disminuye la energía mecánica del cuerpo.

25. Una polea consume 4,5 · 10³ J para subir una caja de 50 kg hasta una altura de 6,0 m. Calcula:

a) El trabajo útil realizado por la polea.

b) Su rendimiento energético

a) El trabajo útil realizado por la polea eléctrica es igual al incremento de energía potencial de la caja:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (50\ \text{kg})\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(6{,}0\ \text{m}) = 2{,}9\cdot 10^3\ \text{J}$$

b) El rendimiento es: $r(\%) = \dfrac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \dfrac{\left(2{,}9\cdot 10^3\ \text{J}\right)}{\left(4{,}5\cdot 10^3\ \text{J}\right)}\cdot 100 = 65\ \%$

26. El motor y los mecanismos de una grúa tienen un rendimiento del 55,0 %. Calcula qué energía debe suministrarse al motor para subir una caja de 1,25 · 10³ kg a una altura de 20,0 m.

Energía que debe suministrarse al motor:

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 \Rightarrow E = \frac{\text{Trabajo útil}}{r}\cdot 100$$

El trabajo útil es igual al incremento de energía potencial de la caja:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = \left(1{,}25\cdot 10^3\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(20{,}0\ \text{m}) = 2{,}45\cdot 10^5\ \text{J}$$

Sustituyendo en la ecuación del rendimiento se obtiene la energía suministrada:

$$E = \frac{W}{r(\%)}\cdot 100 = \frac{\left(2{,}45\cdot 10^5\ \text{J}\right)}{55{,}0}\cdot 100 = 4{,}45\cdot 10^5\ \text{J}$$

27. En el caso del ejercicio resuelto anterior:

a) Calcula la energía mecánica disipada.

b) Averigua la fuerza de rozamiento entre la caja y la tabla.

c) Si se hubiera usado una tabla más larga, ¿se habría disipado más o menos energía mecánica?

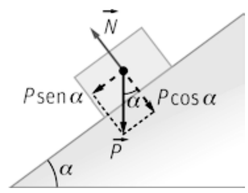
a) La energía mecánica disipada es igual a la energía suministrada menos el trabajo útil realizado:

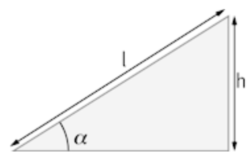
$$\Delta E_M = E - W = (3{,}6\cdot 10^3 - 2{,}1\cdot 10^3)\ \text{J} = 1{,}5\cdot 10^3\ \text{J}$$

b) La energía mecánica disipada es igual es igual al trabajo debido a la fuerza de rozamiento. Prescindiendo del signo:

$$\Delta E_M = W_{f_r} = f_r\,\Delta e \Rightarrow f_r = \frac{W_{f_r}}{\Delta e} = \frac{1{,}5\cdot 10^3\ \text{J}}{3{,}0\ \text{m}} = 5{,}0\cdot 10^2\ \text{N}$$

c) Según se ve en el dibujo adjunto:





$f_r = \mu N = \mu m g \cos\alpha$

Por otro lado, $\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha = 1$.

De donde: $\cos^2\alpha = 1 - \dfrac{h^2}{l^2} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{l^2 - h^2}}{l}$

Y así, se extrae que la energía disipada es mayor cuanto mayor es la longitud de la tabla:

$$\Delta E_M = W_{f_r} = f_r \Delta e = \mu (mg\cos\alpha) l = \mu m g l \frac{\sqrt{l^2-h^2}}{l} \Rightarrow \Delta E_M = \mu m g \cdot \sqrt{l^2 - h^2}$$

28. Un péndulo de 25 cm de longitud y 1,5 · 10² g de masa cae desde una posición inicial horizontal. Calcula la velocidad del péndulo:

a) En el punto más bajo de su recorrido.

a) Cuando la cuerda forma un ángulo de 30º con la horizontal.

b) La energía mecánica en la posición inicial es igual a la energía potencial; ya que la velocidad inicial del péndulo es nula:

$$E_{M_0} = E_{c_0} + E_{p_0} = m g h_0 = (0{,}150\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})(0{,}25\text{ m}) = 0{,}37\text{ J}$$

Esta energía mecánica permanece constante porque no hay rozamientos. Así, en el punto más bajo:

$$E_{M_1} = E_{M_0} \Rightarrow E_{c_1} + E_{p_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = m g h_0 = \frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(0{,}150\text{ kg}) v_1^2 = 0{,}37\text{ J}$$

$$v_1 = 2{,}2\text{ m s}^{-1}$$

b) Cuando la cuerda forma un ángulo de 30º con la horizontal, el péndulo ha descendido una altura igual a:

$$\Delta h = (0{,}25\text{ m})\,\text{sen}\,30º = 0{,}125\text{ m}$$

$$E_{M_2} = E_{M_0} \Rightarrow E_{M_2} = E_{c_2} + E_{p_2} = \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 \Rightarrow \frac{1}{2}(0{,}150\text{ kg}) v_2^2 + (0{,}150\text{ kg})(9{,}8\text{ ms}^{-2})(0{,}125\text{ m}) = 0{,}37\text{ J}$$

$$v_2 = 1{,}6\text{ ms}^{-1}$$

29. Explica si el sistema formado por una montaña rusa y sus vagonetas es conservativo o no lo es. ¿Qué fuerzas conservativas y no conservativas intervienen?

El sistema no es conservativo porque hay fuerzas de rozamiento que disipan energía mecánica. Intervienen el peso, que es una fuerza conservativa, y las fuerzas de rozamiento, que son no conservativas.

30. Enumera fuerzas conservativas y no conservativas que actúan en diversas situaciones cotidianas. ¿Por qué es difícil encontrar ejemplos de sistemas conservativos?

En todos los sistemas reales intervienen fuerzas de rozamiento por lo que son sistemas no conservativos. Existen casos donde las fuerzas de rozamiento son despreciables y el sistema puede considerarse conservativo.

31. Calcula el valor del potencial gravitatorio en un punto de un campo gravitatorio donde una pequeña esfera de 10 g tiene una energía potencial de 2 J.

$$V_G = \frac{E_p}{m} = \frac{(2\text{ J})}{(0{,}010\text{ kg})} = 200\text{ Jkg}^{-1}$$

32. Calcula la diferencia de potencial entre dos puntos si se realiza un trabajo de 2 · 10⁻³ J para transportar una carga de +4 μC desde el uno hasta el otro.

$$W_{A\to B} = q(V_A - V_B) \Rightarrow V_A - V = \frac{W_{A\to B}}{q} = \frac{(2\cdot 10^{-3}\text{ J})}{(4\cdot 10^{-6}\text{ C})} = 500\text{ V}$$

33. Un bombero de 90 kg sube en 15 s hasta una altura de 20 m. Halla la potencia que ha desarrollado expresada en kW y en CV.

El trabajo realizado es igual al incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (90\text{ kg})(9{,}8\text{ ms}^{-2})(20\text{ m}) = 1{,}76\cdot 10^4\text{ J}$$

Potencia: $\mathrm{P_m} = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{1{,}76\cdot 10^4\text{ J}}{15\text{ s}} = 1{,}2\cdot 10^3\text{ W} = 1{,}2\text{ kW} \Rightarrow \mathrm{P_m} = (1{,}2\cdot 10^3\text{ W})\cdot\dfrac{1\text{ CV}}{735\text{ W}} = 1{,}6\text{ CV}$

34. El motor de una excavadora lleva la indicación 4 · 10^2 CV. Halla qué trabajo realiza la máquina cada hora de funcionamiento.

$\mathrm{P} = 400\text{ CV} = (4\cdot 10^2\text{ CV})\cdot\dfrac{735\text{ W}}{1\text{ CV}} = 2{,}94\cdot 10^5\text{ W}$

$\mathrm{P} = \dfrac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \mathrm{P}\,\Delta t = (2{,}94\cdot 10^5\text{ W})(3{,}6\cdot 10^3\text{ s}) = 1{,}1\cdot 10^9\text{ J}$

35. Comprueba en el ejercicio resuelto anterior que el trabajo realizado por la polea eléctrica es igual al incremento de la energía potencial de la caja. ¿Cuánto vale el trabajo realizado por el peso de la caja?

$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (60\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})(18\text{ m}) = 1{,}1\cdot 10^4\text{ J}$

El peso realiza el mismo trabajo pero de signo opuesto: $W = -1{,}1\cdot 10^4\text{ J}$

36. Un coche emplea una potencia de 1,2 · 10^2 CV cuando se desplaza por una carretera horizontal con una velocidad constante de 80 km h^{-1}. Calcula la fuerza aplicada por el motor del coche.

La velocidad del automóvil en el SI es: 22,2 m s^{-1}.

$$\mathrm{P} = 120\text{ CV} = (1{,}2\cdot 10^2\text{ CV})\cdot\frac{735\text{ W}}{1\text{ CV}} = 8{,}82\cdot 10^4\text{ W}$$

$$\mathrm{P} = F\,v \Rightarrow F = \frac{\mathrm{P}}{v} = \frac{8{,}82\cdot 10^4\text{ W}}{22{,}2\text{ m s}^{-1}} = 4{,}0\cdot 10^3\text{ N}$$

Trabajo y energía

37. Razona sobre la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) La energía potencial de un objeto situado sobre el suelo es cero.

b) Si un móvil se mueve con velocidad constante, su energía potencial gravitatoria no varía.

c) La fuerza centrípeta realiza un trabajo nulo sobre un móvil con movimiento circular uniforme.

d) La energía cinética de un cuerpo depende de su masa.

e) Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, su energía cinética se mantiene constante.

f) El kWh se utiliza como unidad de potencia mecánica.

a) Incorrecta. Se pueden determinar las variaciones de la energía potencial pero no sus valores absolutos; aunque habitualmente se asigna el valor cero a la energía potencial de un cuerpo situado en el suelo.

b) Incorrecta. Si un cuerpo mantiene su velocidad constante, su energía cinética se mantiene constante, pero no se puede afirmar nada sobre su energía potencial.

c) Correcta. La fuerza centrípeta es perpendicular a la trayectoria en cualquier punto (cos90º = 0).

d) Correcta. La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su masa.

e) Incorrecta. Si sobre un cuerpo solo actúan fuerzas conservativas, su energía mecánica se mantiene constante, pero puede haber transformación de energía cinética en potencial y viceversa.

f) Incorrecta. El kW h se utiliza como unidad de energía; no es una unidad de potencia

38. Un automóvil circula a velocidad constante de 1,2 · 10^2 km h^{-1}. Calcula a qué altura sobre el suelo habría que situarlo para que su energía potencial fuese igual a la energía cinética que tiene a esa velocidad. ¿Equivale el impacto del coche contra un muro a esa velocidad al impacto contra el suelo si cayera desde esta altura?

Velocidad del automóvil: 33,3 m s^{-1}

$$E_c = E_p \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mg\,\Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{v^2}{2g} = \frac{\left(33{,}3\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2}{2\cdot\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)} = 57\ \mathrm{m}$$

El impacto del coche contra un muro a esa velocidad equivale al impacto contra el suelo cayendo desde 57 m.

39. Una vagoneta de 2,0 · 10^2 kg de masa, se mueve prácticamente sin fricción sobre unos raíles horizontales a 20 km · h^{-1}. Calcula el trabajo necesario para:

a) Duplicar su velocidad.

b) Mantener su velocidad constante.

c) Detenerla completamente.

Velocidad de la vagoneta es 5,56 m s^{-1}.

De acuerdo con el teorema de las "fuerzas vivas": $\Delta E_c = W \Rightarrow E_{c_f} - E_{c_0} = W \Rightarrow \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_0^2\right) = W$

a) $v_f = 2v_0 = 2\cdot\left(5{,}56\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right) = 11{,}1\ \mathrm{m\,s^{-1}} \Rightarrow W = \frac{1}{2}\left(2{,}0\cdot10^2\ \mathrm{kg}\right)\left[\left(11{,}1\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2 - \left(5{,}56\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2\right] = 9{,}3\cdot10^3\ \mathrm{J}$

b) Si la velocidad es constante, no hay variación de la energía cinética y, por tanto, no se requiere ningún trabajo para mantener la velocidad: W = 0 J.

c) $v_f = 0\ \mathrm{m\,s^{-1}} \Rightarrow W = \frac{1}{2}\left(2{,}0\cdot10^2\ \mathrm{kg}\right)\left[0 - \left(5{,}56\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2\right] = -3{,}1\cdot10^3\ \mathrm{J}$

El trabajo es negativo porque disminuye la energía de la vagoneta

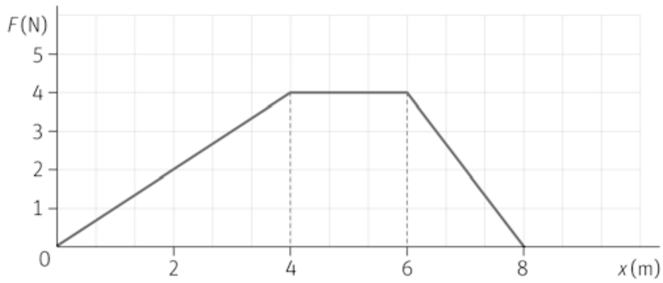
40. Calcula cuánto se incrementa la energía potencial gravitatoria de una persona de 80 kg que sube seis pisos de un edificio si la altura de cada piso es 2,8 m. ¿Es esa la energía que consume en la subida?

La persona sube seis pisos de 2,8 m cada uno, por lo que: Δh = 16,8 m

El incremento de su energía potencial gravitatoria es: $W = \Delta E_p = mg\,\Delta h = \left(80\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(16{,}8\ \mathrm{m}\right) = 1{,}3\cdot10^4\ \mathrm{J}$

La persona consume más energía, parte la invierte en su actividad corporal y parte en superar los rozamientos.

41. Una esfera de 0,20 kg de masa se desplaza en la dirección del eje *X*. Al pasar por la posición *x* = 0 m lleva una velocidad de 2,0 m s^{-1} y comienza a actuar sobre ella una fuerza varable con la posición, según se indica en la gráfica.



Calcula:

a) El trabajo realizado por la fuerza.

b) La energía cinética de la esfera en la posición *x* = 8,0 m.

c) La variación de energía potencial entre las posiciones *x* = 0 m y *x* = 8,0 m.

a) El trabajo equivale al área encerrada por la gráfica en cada tramo:

$$W_{0\to8} = W_{0\to4} + W_{4\to6} + W_{6\to8} = \frac{1}{2}(4\ \mathrm{m})(4\ \mathrm{N}) + (2\ \mathrm{m})(4\ \mathrm{N}) + \frac{1}{2}(2\ \mathrm{m})(4\ \mathrm{N}) = 20\ \mathrm{J}$$

b) Aplicando el teorema de la "fuerzas vivas" en la posición x = 8,0 m:

$$W_{0\to8} = \Delta E_c = E_{c_8} - E_{c_0} \Rightarrow E_{c_8} = E_{c_0} + W_{0\to8} = \frac{1}{2}mv_0^2 + W_{0\to8} = \frac{1}{2}(0{,}20\ \mathrm{kg})\left(2\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2 + 20\ \mathrm{J} = 20{,}4\ \mathrm{J}$$

c) $E_{c_8} = \frac{1}{2} m v_8^2 \Rightarrow 20{,}4\ \text{J} = \frac{1}{2}(0{,}20\ \text{kg}) v_8^2 \Rightarrow v_8 = 14\ \text{m s}^{-1}$

d) La energía potencial no ha variado; ya que se desplaza en el eje X, luego $\Delta E_p = 0$ J.

42. Un muelle se alarga 5,0 cm al colgar de su extremo un peso de 5,0 · 10^2 g. Calcula.

a) La constante recuperadora del muelle.

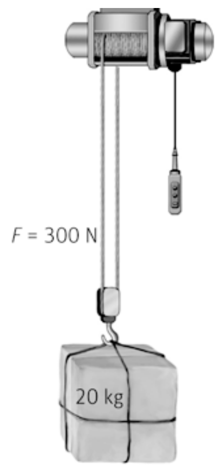
b) La energía potencial elástica almacenada en esa posición.

a) La fuerza ejercida sobre el muelle es el peso:

$$F = mg = k\,\Delta x \Rightarrow k = \frac{mg}{\Delta x} = \frac{(0{,}50\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})}{0{,}050\ \text{m}} = 98\ \text{N m}^{-1}$$

b) $E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(98\ \text{N m}^{-1})(0{,}050\ \text{m})^2 = 0{,}12\ \text{J}$

43. El cable de una polea eléctrica aplica una fuerza vertical hacia arriba de 3,0 · 10^2 N sobre un fardo de 20 kg de masa, inicialmente en reposo, para elevarlo una altura de 15 m como puedes ver en la imagen. Determina.



a) El trabajo realizado por la fuerza aplicada.

b) El trabajo realizado por el peso.

c) La enegía cinética que adquiere el fardo.

d) Su velocidad cuando se encuentra a 15 m de altura.

a) $W_F = F\,\Delta x = (3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N})(15\ \text{m}) = 4{,}5 \cdot 10^3\ \text{J}$

b) Al ser el peso y el desplazamiento antiparalelos (180º):

$$W_P = mg\,\Delta x = (20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(15\ \text{m})\cos 180º = -2{,}9 \cdot 10^3\ \text{J}$$

c) Fuerza resultante sobre el fardo: $F_R = F - mg = (3{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}) - (20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2}) = 1{,}0 \cdot 10^2\ \text{N}$

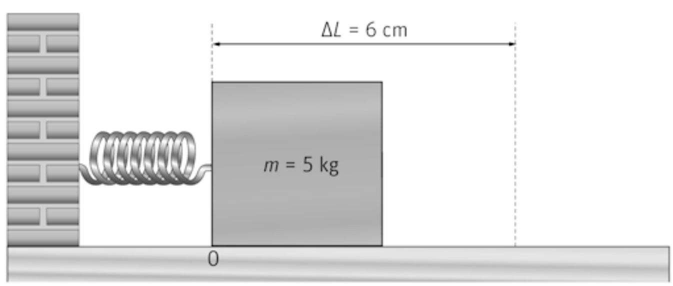
La energía cinética adquirida por el fardo es igual al trabajo de la fuerza resultante:

$$\Delta E_c = W_F = F\,\Delta x = (1{,}0 \cdot 10^2\ \text{N})(15\ \text{m}) = 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{J}$$

d) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1{,}5 \cdot 10^3\ \text{J} = \frac{1}{2}(20\ \text{kg}) v^2 \Rightarrow v = 12\ \text{m s}^{-1}$

44. Un cuerpo de 5,0 kg comprime 6,0 cm un resorte de constante recuperadora 8,0 · 10^2 N m^{-1}. Cuando se libera el resorte impulsa el cuerpo por una mesa horizontal sin rozamiento.

Calcula la velocidad final del cuerpo.



La energía potencial elástica almacenada por el muelle comprimido es:

$$E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(8{,}0 \cdot 10^2\ \text{N m}^{-1})(0{,}060\ \text{m})^2 = 1{,}44\ \text{J}$$

Al liberar el resorte está energía se transforma en energía cinética del cuerpo.

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 1{,}44\ \text{J} = \frac{1}{2}(5{,}0\ \text{kg}) v^2 \Rightarrow v = 0{,}76\ \text{m s}^{-1}$$

45. Un tenista ejerce una fuerza de 740 N a lo largo de un recorrido de 10 cm. La pelota tiene una masa de 58 g. Calcula.

a) El trabajo realizado sobre la pelota.

b) La variación de energía mecánica de la pelota.

c) La variación de su energía cinética si no ha habido variación de la altura de la pelota tras aplicar la fuerza.

d) La velocidad final de la pelota, en kmh^{-1}.

a) $W_F = F\,\Delta x = (740\text{ N})(0{,}10\text{ m}) = 74\text{ J}$

b) Este trabajo se invierte en incrementar la energía mecánica de la pelota: $\Delta E_M = 74\text{ J}$

c) Si no varía la altura, no hay variación de la energía potencial; por tanto, la variación de la energía mecánica es igual a la variación de la energía cinética: $\Delta E_c = 74\text{ J}$

d) $E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 23 = \frac{1}{2}(0{,}058)v^2 \Rightarrow v = 50\text{ m s}^{-1} = 1{,}8\cdot 10^2\text{ km h}^{-1}$

Trabajo y potencia

46. Calcula qué trabajo, expresado en kW h, puede realizar una excavadora de 6,0 · 10^2 CV cada minuto de funcionamiento.

$$\mathrm{P} = (6{,}0\cdot 10^2\text{ CV})\cdot\frac{735\text{ W}}{1\text{ CV}} = 4{,}4\cdot 10^5\text{ W}$$

$$\mathrm{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow W = \mathrm{P}\,\Delta t = (4{,}4\cdot 10^5\text{ W})(60\text{ s}) = (2{,}7\cdot 10^9\text{ J})\cdot\frac{1\text{ kW h}}{3{,}6\cdot 10^6\text{ J}} = 7{,}4\text{ kW h}$$

47. Se utiliza un montacargas para elevar una caja de 1,0 · 10^2 kg hasta una altura de 20 m en 15 s. ¿Cuál es la potencia mínima que debe tener el motor que mueve el montacargas.

El trabajo realizado es igual al incremento de energía potencial:

$$W = \Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (1{,}0\cdot 10^2\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2})(20\text{ m}) = 2{,}0\cdot 10^4\text{ J}$$

Potencia:

$$\mathrm{P_m} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{(2{,}0\cdot 10^4\text{ J})}{(15\text{ s})} = 1{,}3\cdot 10^3\text{ W}$$

48. Una persona arrastra mediante una cuerda horizontal una caja por un suelo rugoso a lo largo de 20 m a velocidad constante de 2,0 ms^{-1}. La fuerza aplicada es de 6,0 N. Calcula:

a) La potencia aplicada por la persona.

b) El trabajo realizado por la persona.

c) El trabajo debido al rozamiento.

a) $\mathrm{P} = F\,v = (60\text{ N})(2{,}0\text{ m s}^{-1}) = 12\text{ W}$

b) $W_F = F\,\Delta e\cos\alpha = (6{,}0\text{ N})(20\text{ m})\cos 0^\circ = 120\text{ J}$

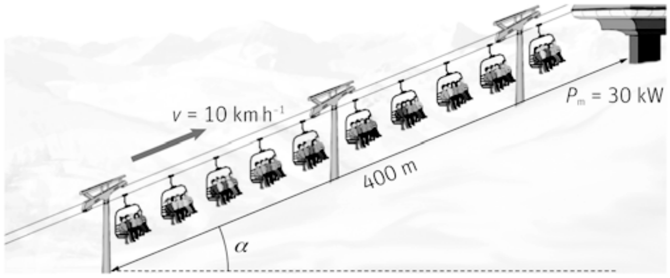
c) El trabajo debido al rozamiento es igual al realizado por la fuerza aplicada pero de sentido opuesto: $W_F = -120\text{ J}$

49. Un telesilla sube a 50 esquiadores, que tienen una masa media de 70 kg, por una pendiente de 4,0 · 10^2 m de longitud y 25 % de inclinación a una velocidad constante de 10 km h^{-1}. La potencia del motor del telesilla es 30 kW. Calcula:

a) La fuerza aplicada al telesilla.

b) El trabajo realizado por el motor.

c) Los valores de la fuerza de rozamiento y del trabajo debido al rozamiento.



a) $\mathrm{P} = Fv \Rightarrow F = \dfrac{\mathrm{P}}{v} = \dfrac{(30 \cdot 10^3 \text{ W})}{(2{,}8 \text{ m s}^{-1})} = 1{,}1 \cdot 10^4 \text{ N}$

b) $W_F = F\,\Delta e = (1{,}1 \cdot 10^4 \text{ N})(4{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}) = 4{,}3 \cdot 10^6 \text{ J}$

c) La altura que sube el telesilla es $\Delta h = \dfrac{25}{100} \cdot (4{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}) = 1{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}$

El incremento de energía potencial del telesilla es:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (50 \cdot 70 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2})(1{,}0 \cdot 10^2 \text{ m}) = 3{,}4 \cdot 10^6 \text{ J}$$

El trabajo realizado por el motor se invierte en incrementar la energía potencial del telesilla y en compensar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento:

$W_F + W_{f_r} = \Delta E_p \Rightarrow W_{f_r} = \Delta E_p - W_F = (3{,}4 \cdot 10^6 - 4{,}3 \cdot 10^6) \text{ J} = -8{,}9 \cdot 10^5 \text{ J}$

El valor de la fuerza de rozamiento es: $W_{f_r} = f_r\,\Delta e \cos 180º \Rightarrow f_r = \dfrac{W_{f_r}}{\Delta e} = \dfrac{(-8{,}9 \cdot 10^5 \text{ J})}{(4{,}0 \cdot 10^2 \text{ m})} = 2{,}2 \cdot 10^3 \text{ N}$

50. Un ciclista de 90 kg de masa (incluida la bicicleta) circula por una carretera horizontal con una velocidad constante de 20 km h^{-1}. El coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo es 0,10. Halla:

a) La fuerza que impulsa la bicicleta.

b) La potencia que debe desarrollar el ciclista.

c) La potencia que debería desarrollar si inicia la subida de una pendiente 5,0 % manteniendo la misma velocidad.

Velocidad del ciclista: 5,6 m s^{-1}

El peso total es: $P = m\,g = (90 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2}) = 8{,}8 \cdot 10^2 \text{ N}$

a) La fuerza de rozamiento es: $f_r = \mu\,m\,g = 0{,}10(90 \text{ kg})(9{,}8 \text{ m s}^{-2}) = 88 \text{ N}$

El ciclista tiene que aplicar sobre la bicicleta una fuerza igual a la del rozamiento pero de sentido opuesto.

b) $\mathrm{P} = F\,v = (88 \text{ N})(5{,}6 \text{ m s}^{-1}) = 4{,}9 \cdot 10^2 \text{ W}$

c) Si sube una pendiente del 5 %, la fuerza que aplica el ciclista debe compensar la fuerza de rozamiento y la componente del peso paralela al suelo. Para pequeños ángulos la tangente es aproximadamente igual al seno.

$$F' = f_r + m\,g \operatorname{sen}\alpha = \mu\,m\,g \cos\alpha + m\,g \operatorname{sen}\alpha \simeq (88 \text{ N}) + (8{,}8 \cdot 10^2 \text{ N}) \cdot \frac{5}{100} = 1{,}3 \cdot 10^2 \text{ N}$$

La potencia aplicada es entonces: $\mathrm{P}' = F'v = (1{,}3 \cdot 10^2 \text{ N})(5{,}6 \text{ m s}^{-1}) = 7{,}3 \cdot 10^2 \text{ W}$

51. El motor de un automóvil de 1,5 · 10^3 kg tiene que aplicar una potencia de 50 CV para circular por una carretera horizontal a una velocidad constante de 1,0 · 10^2 km h^{-1}.

a) ¿Cuál es el valor de la fuerza de rozamiento entre las ruedas y el suelo?

b) ¿Qué potencia en CV debe aplicar el motor para subir una pendiente de 10 % manteniendo esa velocidad?

c) ¿Y para descender por ella a la misma velocidad?

La velocidad del automóvil es en el SI: 28 m s^{-1}

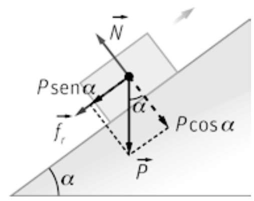
Y la potencia aplicada: $\mathrm{P} = 50\ \text{CV} = (50\ \text{CV})\cdot\dfrac{735\ \text{W}}{1\,\text{CV}} = 3{,}7\cdot 10^4\ \text{W}$

a) Fuerza aplicada:

$$\mathrm{P} = F\,v \Rightarrow F = \frac{\mathrm{P}}{v} = \frac{(3{,}7\cdot 10^4\ \text{W})}{(28\ \text{m s}^{-1})} = 1{,}3\cdot 10^3\ \text{N}$$

La fuerza aplicada por el motor se emplea en equilibrar la fuerza de rozamiento, que también vale $1{,}3\cdot 10^3$ N pero de sentido opuesto a la fuerza aplicada. El coeficiente de rozamiento es $\mu = \dfrac{f_r}{N} = \dfrac{f_r}{m\,g\cos\alpha}$.

b) Si sube una pendiente del 10 %, la fuerza que aplica el motor debe compensar la fuerza de rozamiento y la componente del peso paralela a la carretera. Si la pendiente es del 10 %, tgα = 0,1, como la pendiente es pequeña, $\text{tg}\alpha \approx \text{sen}\alpha$ y por tanto



$\cos\alpha = \sqrt{1-\text{sen}^2\alpha} = 0{,}99$ y $\mu = \dfrac{(1{,}3\cdot 10^3\ \text{N})}{(1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})\cdot 0{,}99} = 0{,}09$.

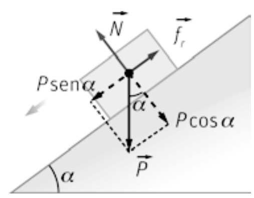
$F' = f_r + m\,g\,\text{sen}\alpha = \mu\,m\,g\cos\alpha + m\,g\,\text{sen}\alpha = m\,g\,(\mu\cos\alpha + \text{sen}\alpha)$

$F' = (1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(0{,}09\cdot 0{,}99 + 0{,}10) = 2{,}8\cdot 10^3\ \text{N}$

La potencia aplicada es:

$$\mathrm{P}' = F'v = (2{,}8\cdot 10^3\ \text{N})(28\ \text{m s}^{-1}) = 7{,}8\cdot 10^4\ \text{W} = (7{,}8\cdot 10^4\ \text{W})\cdot\frac{1\,\text{CV}}{735\ \text{W}} = 1{,}1\cdot 10^2\ \text{CV}$$

c) Si desciende por una pendiente del 10 %, la fuerza que aplica el motor debe compensar la diferencia entre la componente del peso paralela a la carretera y la fuerza de rozamiento:



$F' = m\,g\,\text{sen}\alpha - f_r = m\,g\,\text{sen}\alpha - \mu\,m\,g\,\text{sen}\alpha = m\,g\,(\text{sen}\alpha - \mu\cos\alpha)$

$F' = (1{,}5\cdot 10^3\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(0{,}10 - 0{,}09\cdot 0{,}99) = 1{,}6\cdot 10^2\ \text{N}$

La potencia aplicada es en este caso:

$$\mathrm{P}' = F'v = (1{,}6\cdot 10^2\ \text{N})(28\ \text{m s}^{-1}) = 4{,}5\cdot 10^3\ \text{W} = (4{,}5\cdot 10^3\ \text{W})\cdot\frac{1\,\text{CV}}{735\ \text{W}} = 6{,}1\,\text{CV}$$

52. El agua de un embalse cae desde 20 m de altura sobre los álabes de una turbina con un caudal de 4,0 · 10^2 L s^{-1}. Calcula el rendimiento de la turbina si su potencia útil es 60 CV.

La masa de 4,0 · 10^2 L de agua es 4,0 · 10^2 kg; ya que su densidad es 1 kg L^{-1}. El incremento (negativo) de la energía potencial del agua al caer 20 m es:

$$\Delta E_p = m\,g\,\Delta h = (4{,}0\cdot 10^2\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})(20\ \text{m}) = 7{,}8\cdot 10^4\ \text{J}$$

Esta variación se produce en un segundo; por tanto, la potencia suministrada es 7,8·10^4 W.

La potencia útil es: $\mathrm{P} = (60\ \text{CV})\cdot\dfrac{735\ \text{W}}{1\ \text{CV}} = 4{,}4\cdot 10^4\ \text{W}$

$$r(\%) = \frac{\text{Trabajo útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \frac{4{,}4\cdot 10^4\ \text{W}}{7{,}8\cdot 10^4\ \text{W}}\cdot 100 = 56\ \%$$

53. La potencia de una tuneladora es 6,0 MW.

a) ¿Cuál es el valor de la potencia expresada en CV?

b) ¿Qué trabajo realiza la tuneladora en un día de funcionamiento continuo?

a) $\mathrm{P} = \left(6{,}0 \cdot 10^6\ \mathrm{W}\right) \cdot \dfrac{1\ \mathrm{CV}}{735\ \mathrm{W}} = 8{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{CV}$

b) Un día equivale a 86 400 s.

$$W = \mathrm{P}\,\Delta t = \left(6{,}0 \cdot 10^6\ \mathrm{W}\right)\left(86400\ \mathrm{s}\right) = 5{,}2 \cdot 10^{11}\ \mathrm{J}$$

Conservación y disipación de energía

54. Una pelota de 25,0 g se deja caer desde una altura de 1,20 m y rebota hasta una altura de 1,05 m.

a) ¿Cuál es la energía cinética de la pelota al impactar contra el suelo?

b) ¿Qué porcentaje de la energía mecánica de la pelota se ha disipado en el bote?

c) ¿Qué altura alcanzará tras el segundo bote?

a) La energía mecánica inicial es la energía potencial; ya que si se deja caer, su velocidad inicial es nula.

$$E_{\mathrm{M}_0} = E_{\mathrm{c}_0} + E_{\mathrm{p}_0} = m\,g\,h_0 = \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(1{,}20\ \mathrm{m}\right) = 0{,}294\ \mathrm{J}$$

Al llegar al suelo toda la energía mecánica de la pelota es energía cinética: $E_{\mathrm{c}_{\mathrm{suelo}}} = 0{,}294\ \mathrm{J}$

b) Cuando llega a la altura de 1,05 m tras el bote, toda la energía mecánica de la pelota es energía potencial; ya que la bola se para; por lo que su energía cinética vuelve a ser cero:

$$E_{\mathrm{M}_1} = E_{\mathrm{c}_1} + E_{\mathrm{p}_1} = m\,g\,h_1 = \left(2{,}5 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)\left(1{,}05\ \mathrm{m}\right) = 0{,}257\ \mathrm{J}$$

La energía mecánica disipada en el bote es: $\Delta E_{\mathrm{M}} = E_{\mathrm{M}_0} - E_{\mathrm{M}_1} = \left(0{,}294 - 0{,}257\right)\ \mathrm{J} = 0{,}037\ \mathrm{J}$

El porcentaje de energía mecánica disipada en el bote es:

$$\Delta E_{\mathrm{M}}(\%) = \frac{\Delta E_{\mathrm{M}}}{E_{\mathrm{M}_0}} \cdot 100 = \frac{0{,}037\ \mathrm{J}}{0{,}294\ \mathrm{J}} \cdot 100 = 12{,}5\ \%$$

c) La energía mecánica tras el segundo bote es el 87,5 % de la energía mecánica tras el primer bote:

$$E_{\mathrm{M}_2} = \frac{87{,}5}{100} \cdot E_{\mathrm{M}_1} = 0{,}875 \cdot \left(0{,}257\ \mathrm{J}\right) = 0{,}225\ \mathrm{J}$$

Cuando alcanza la máxima altura tras el segundo bote, toda la energía mecánica es energía potencial:

$$E_{\mathrm{M}_2} = E_{\mathrm{p}_2} = m\,g\,h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{E_{\mathrm{M}_2}}{m\,g} = \frac{\left(0{,}225\ \mathrm{J}\right)}{\left(0{,}0250\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{ms^{-2}}\right)} = 0{,}92\ \mathrm{m}$$

55. Se deja caer una bola de acero de 5,0 kg de masa desde una altura de 3,0 m sobre arena húmeda. La bola se introduce 20 cm en la arena. Calcula:

a) La disminución de energía mecánica de la bola.

b) La fuerza de resistencia ejercida por la arena.

a) La disminución de energía potencial gravitatoria de la bola desde su posición inicial (h_0 = 3,0 m) hasta su posición final (h_f = –0,20 m) es:

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = m\,g\,\Delta h = \left(5{,}0\ \mathrm{kg}\right)\left(9{,}8\ \mathrm{ms^{-2}}\right)\left[\left(0{,}20 - 3{,}0\right)\ \mathrm{m}\right] = -1{,}6 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética de la bola no varía porque la velocidad es cero tanto en la posición inicial como en la final. Por tanto, la disminución de energía mecánica es igual a la disminución de la energía potencial.

b) Esta disminución de la energía mecánica de la bola es igual al trabajo resistente (negativo) realizado por la arena sobre la bola. Si F es la fuerza de resistencia aplicada por la arena:

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = W \Rightarrow -1{,}6 \cdot 10^2\ \mathrm{J} = -F\,\Delta e = -F \cdot \left(0{,}20\ \mathrm{m}\right) \Rightarrow F = 8{,}0 \cdot 10^2\ \mathrm{N}$$

56. Un automóvil de 1,2 · 10^3 kg, que se mueve con una velocidad constante de 60 km h^{-1} por una carretera horizontal, aplica los frenos al ver un obstáculo y consigue frenar en 60 m. Determina:

a) La disminución de la energía cinética del automóvil a consecuencia del frenado.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El valor del coeficiente de rozamiento entre las ruedas y el suelo durante el frenado.

d) La potencia desarrollada por el motor del automóvil expresada en CV.

a) Velocidad inicial del automóvil es: 60 km h^{-1} = 17 m s^{-1} y la final es cero, ya que se para.

$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{C_0} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = 0 - \frac{1}{2}\left(1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg}\right)\left(17 \text{ m s}^{-1}\right)^2 = -1{,}7 \cdot 10^5$ J . La disminución es $1{,}7 \cdot 10^5$ J .

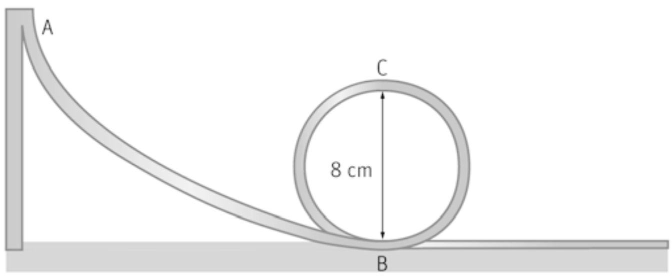
b) Aplicando el teorema de las "fuerzas vivas", el trabajo (negativo) realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W = \Delta E_c = -1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

c) $W_{f_r} = f_r \, \Delta e \cos 180º = -f_r \, \Delta e = -\mu \, m \, g \, \Delta e \Rightarrow 1{,}7 \cdot 10^5 \text{ J} = -\mu\left(1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(60 \text{ m}\right) \Rightarrow \mu = 0{,}24$

d) $\text{P} = f_r \, v = \mu m g \, v = 0{,}24\left(1{,}2 \cdot 10^3 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(17 \text{ m s}^{-1}\right) \cdot \frac{1 \text{ CV}}{735 \text{ W}} = 65 \text{ CV}$

57. La vagoneta de una montaña rusa tiene una masa total de 3,0 · 10^2 kg. En el punto (A) más alto de una pendiente tiene velocidad prácticamente nula. Al llegar al punto (B) más bajo de la pendiente inicia un bucle vertical de 8,0 m de diámetro.



a) ¿Qué velocidad debe llevar la vagoneta en el punto (C) más alto del bucle para dar el giro vertical completo?

b) Para esa velocidad, halla la energía cinética, la energía potencial y la energía mecánica de la vagoneta en el punto C (se considera como nivel cero de energías potenciales el punto B).

c) ¿Cuál debe ser la velocidad de la vagoneta en el punto B?

d) ¿A qué altura sobre el punto B debe encontrarse el punto A?

e) ¿Tiene influencia la inclinación de la pendiente? ¿Por qué?

a) Para poder describir el bucle completo, la fuerza centrípeta sobre la vagoneta debe ser en el punto más alto (C) igual, al menos, a su peso:

$$F_c = P \Rightarrow m\frac{v^2}{R} = m g \Rightarrow v = \sqrt{R g} = \left(4{,}0 \text{ m}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right) \Rightarrow v = 6{,}3 \text{ m s}^{-1}$$

b) Energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\left(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}\right)\left(6{,}3 \text{ m s}^{-1}\right)^2 = 5{,}9 \cdot 10^3 \text{ J}$

Energía potencial: $E_p = m g h = \left(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(8{,}0 \text{ m}\right) = 2{,}4 \cdot 10^4 \text{ J}$

Energía mecánica: $E_M = E_c + E_p = \left(5{,}9 \cdot 10^3 + 2{,}4 \cdot 10^4\right) \text{ J} = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J}$

c) Al final de la pendiente (punto B) la energía mecánica es igual a la energía cinética; ya que es en ese punto donde está el cero de energía potencial:

Como la energía mecánica se conserva:

$$E_{M_C} = E_{M_B} \Rightarrow 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J} = \frac{1}{2} m v_B^2 = \frac{1}{2}\left(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}\right) v_B^2 \Rightarrow v_B = 14 \text{ m s}^{-1}$$

d) Como el rozamiento es despreciable, la energía mecánica se conserva. Al ser A el punto más alto, su energía cinética es nula.

$$E_{M_C} = E_{M_A} = m g h_A = 3{,}0 \cdot 10^4 \text{ J} = \left(3{,}0 \cdot 10^2 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right) h_A \Rightarrow h_A = 10 \text{ m}$$

e) No influye la inclinación de la pendiente, solo influye la altura sobre el suelo, porque al no existir rozamiento la E_M se conserva. Si existiera, como la fuerza de rozamiento depende del ángulo también lo hará la energía disipada y por lo tanto, las diferentes energías.

58. Un tren de $2{,}5 \cdot 10^2$ t sube una pendiente del 1,2 % de inclinación y 2,0 km de longitud con una velocidad constante de 50 km h^{-1}. La fuerza de rozamiento es el 1 % del peso del tren. Halla:

a) La variación de energía mecánica del tren.

b) El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento.

c) El trabajo realizado por la locomotora y su potencia.

a) El tren no incrementa su energía cinética. Por tanto, la variación de su energía mecánica es igual al incremento de su energía potencial. Para ángulos pequeños la tangente es aproximadamente igual al seno, y así:

$$\Delta E_{\mathrm{M}} = \Delta E_{\mathrm{p}} = m\,g\,\Delta h = \left(2{,}5\cdot 10^5 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\cdot\frac{1{,}2}{100}\cdot\left(2{,}0\cdot 10^3 \text{ m}\right) = 5{,}9\cdot 10^7 \text{ J}$$

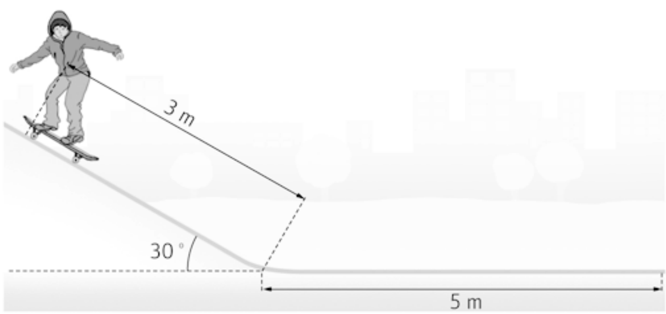
b) Fuerza de rozamiento: $f_{\mathrm{r}} = \mu\, m\, g = \dfrac{1}{100}\left(2{,}5\cdot 10^5 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right) = 2{,}5\cdot 10^4 \text{ N}$

Trabajo de la fuerza de rozamiento: $W_{f_{\mathrm{r}}} = f_{\mathrm{r}}\,\Delta e \cos 180^\circ = \left(2{,}5\cdot 10^4 \text{ N}\right)\left(2{,}0\cdot 10^3 \text{ m}\right) = -4{,}9\cdot 10^7 \text{ J}$

c) El trabajo realizado por la locomotora se ha invertido en compensar el trabajo debido al rozamiento y en incrementar la energía mecánica del tren: $W = W_{f_{\mathrm{r}}} + \Delta E_{\mathrm{M}} = \left(4{,}9\cdot 10^7 + 5{,}9\cdot 10^7\right) \text{ J} = 1{,}1\cdot 10^8 \text{ J}$

La velocidad del tren es: 14 m s^{-1}, y así, su potencia: $\mathrm{P}_{\mathrm{m}} = \dfrac{W}{\Delta t} = \dfrac{W}{\dfrac{\Delta e}{v}} = \dfrac{1{,}1\cdot 10^8 \text{ J}}{\dfrac{2\cdot 10^5 \text{ m}}{14 \text{ m s}^{-1}}} = 7{,}9\cdot 10^5 \text{ W}$

59. Un niño de 20 kg cae con su monopatín desde el punto más alto de un plano inclinado de 30º y 3,0 m de longitud. Luego se desliza 5,0 m por un plano horizontal hasta detenerse. El coeficiente de rozamiento es el mismo en ambos planos.



a) ¿Cuál ha sido el trabajo de las fuerzas de rozamiento?

b) ¿Qué cantidad de E_{M} se ha disipado en los dos planos?

c) ¿Qué velocidad llevaba al final del plano inclinado?

d) ¿Cuál es el valor del coeficiente de rozamiento?

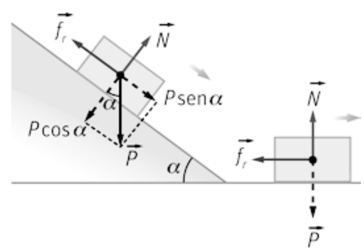
a) En el punto más alto del plano inclinado la energía mecánica del niño es igual a su energía potencial; ya que la velocidad inicial es cero:

$$E_{\mathrm{M_0}} = E_{\mathrm{p_0}} = m\,g\,h_0 = \left(20 \text{ kg}\right)\left(9{,}8 \text{ m s}^{-2}\right)\left(3{,}0 \text{ m}\right)\mathrm{sen}30^\circ = 2{,}9\cdot 10^2 \text{ J}$$

En la posición final la energía mecánica del niño es igual a cero; por tanto, la pérdida de energía mecánica es igual a $2{,}9 \cdot 10^2$ J. En consecuencia, el trabajo de las fuerzas de rozamiento ha sido: $W_{f_{\mathrm{r}}} = -2{,}9\cdot 10^2 \text{ J}$

b) El trabajo de la fuerza de rozamiento a lo largo del plano inclinado ha sido:

$$W_{f_{\mathrm{r}}(\text{inclinado})} = -f_{\mathrm{r}}\,\Delta e = -\left(\mu\, m\, g \cos\alpha\right)\Delta e = -\mu\, m\, g \cos 30^\circ \left(3{,}0 \text{ m}\right) = \left(-2{,}6\mu m g\right) \text{ J}$$



El trabajo de la fuerza de rozamiento a lo largo del plano horizontal ha sido:

$$W_{f_{\mathrm{r}}(\text{horizontal})} = -f_{\mathrm{r}}'\,\Delta e = -\left(\mu\, m\, g\right)\Delta e = -\mu\, m\, g\left(5{,}0 \text{m}\right) = \left(-5\mu\, m\, g\right) \text{ J}$$

El trabajo total de las fuerzas de rozamiento ha sido:

$$W_{f_r} = W_{f_r\,(\text{inclinado})} + W_{f_r\,(\text{horizontal})} = -2{,}6\,\mu m g - 5{,}0\,\mu m g = -2{,}9 \cdot 10^2\ \text{J}$$

$$W_{f_r\,(\text{inclinado})} = -2{,}6\,\mu m g \cdot \left(\frac{-2{,}9 \cdot 10^2\ \text{J}}{-7{,}6\,\mu m g}\right) = -1{,}0 \cdot 10^2\ \text{J} \qquad W_{f_r\,(\text{horizontal})} = -5\,\mu m g \cdot \left(\frac{-2{,}9 \cdot 10^2\ \text{J}}{-7{,}6\,\mu m g}\right) = -1{,}9 \cdot 10^2\ \text{J}$$

c) Al final del plano la energía mecánica del niño es solo energía cinética. Esta energía es igual a la energía mecánica inicial menos la disipada por rozamiento en el plano inclinado:

$$E_{M_1} = E_{c_1} = E_{p_0} + W_{f_r\,(\text{inclinado})} = \left(2{,}9 \cdot 10^2 - 1{,}0 \cdot 10^2\right)\text{J} = 1{,}9 \cdot 10^2\ \text{J} = \frac{1}{2}(20\ \text{kg})v_1^2 \Rightarrow v_1 = 4{,}4\ \text{m s}^{-1}$$

d) $7{,}6\,\mu m g = 2{,}9 \cdot 10^2\ \text{J} \Rightarrow \mu = \dfrac{2{,}9 \cdot 10^2\ \text{J}}{7{,}6(20\ \text{kg})(9{,}8\ \text{m s}^{-2})} = 0{,}20$

60. Un proyectil de 40 g de masa impacta contra un bloque de madera con una velocidad de 3,0 · 10^2 m s^{-1} y penetra en él una distancia de 9,0 cm. Calcula:

a) El trabajo de la fuerza de resistencia de la madera y la energía mecánica disipada.

b) La resistencia que ofrece la madera al proyectil.

a) La variación de energía cinética del proyectil es:

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_0} = \frac{1}{2}m v_f^2 - \frac{1}{2}m v_0^2 = 0 - \frac{1}{2}\left(40 \cdot 10^{-3}\ \text{kg}\right)\left(3{,}0 \cdot 10^2\ \text{m s}^{-1}\right)^2 = -1{,}8 \cdot 10^3\ \text{J}$$

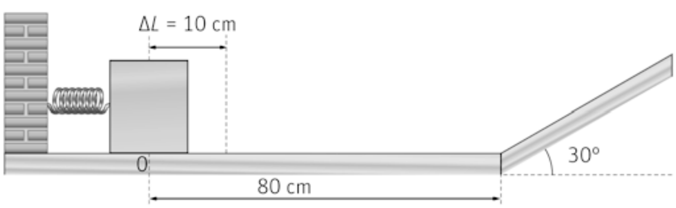
Esta disminución de la energía cinética se debe al trabajo (negativo) realizado por la fuerza de resistencia de la madera a lo largo de 9 cm. Aplicando el teorema de las “fuerzas vivas”:

$$W_{f_r} = \Delta E_c = -1{,}8 \cdot 10^3\ \text{J}$$

La energía mecánica disipada es igual al trabajo de la fuerza de resistencia: $1{,}8 \cdot 10^3\text{J}$

b) Fuerza de resistencia: $W_{f_r} = f_r\,\Delta e = -1{,}8 \cdot 10^3\ \text{J} = f_r\left(9{,}0 \cdot 10^{-2}\ \text{m}\right) \Rightarrow f_r = 2{,}0 \cdot 10^4\ \text{N}$

61. Un bloque de 2,0 kg comprime 10 cm un muelle. Cuando se libera el muelle (k = 8,0 · 10^2 N m^{-1}), impulsa al cuerpo por un plano horizontal de 80 cm de longitud y, a continuación, por un plano inclinado 30º (μ = 0,10 en ambos planos). Halla:



a) La E_p elástica almacenada por el muelle comprimido.

b) El trabajo debido a f_r en el plano horizontal.

c) La velocidad del bloque al iniciar la subida del plano inclinado.

d) La distancia que recorre por el plano inclinado.

e) El trabajo debido a la fuerza de rozamiento en el plano inclinado durante la subida del bloque.

f) La velocidad del bloque cuando llega de nuevo a la base del plano inclinado tras descender por él.

a) La energía potencial elástica del muelle comprimido es: $E_p = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2 = \frac{1}{2}\left(8{,}0\cdot 10^2\ \text{Nm}^{-1}\right)\left(0{,}10\ \text{m}\right)^2 = 4{,}0\ \text{J}$

b) La fuerza de rozamiento en el plano horizontal es: $f_{r(\text{horizontal})} = \mu N = \mu m g = 1{,}96\ \text{N}$

El trabajo debido a esta fuerza es: $W_{f_r(\text{horizontal})} = -f_{r(\text{horizontal})}\,\Delta x = -\left(1{,}96\ \text{N}\right)\left(0{,}80\ \text{m}\right) = -1{,}6\ \text{J}$

c) Mientras se mueve por el plano horizontal la energía potencial gravitatoria del cuerpo no varía:

$$E_{M_0} + W_{f_r(\text{horizontal})} = E_{c_1} \Rightarrow E_{c_1} = E_{M_0} + W_{f_r(\text{horizontal})} = (4-1{,}6)\ \text{J} = 2{,}4\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 2{,}4\ \text{J} = \frac{1}{2}\left(2{,}0\ \text{kg}\right)v^2 \Rightarrow v = 1{,}6\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

d) Cuando llega al punto más alto del plano, su energía cinética es nula; la energía total es ahora energía potencial gravitatoria. La energía cinética al inicio del plano inclinado parte se transforma en energía potencial y parte se disipa debido al rozamiento. Si d es la distancia recorrida en el plano inclinado:

$$E_{c_1} = E_{p_f} - W_{f_r(\text{inclinado})} \Rightarrow E_{p_f} = E_{c_1} + W_{f_r(\text{inclinado})}$$

El trabajo debido al rozamiento mientras el bloque sube por el plano inclinado es:

$$W_{f_r(\text{inclinado})} = -f_r\,\Delta e = -\left(\mu\, m\, g \cos\alpha\right)\Delta e = -0{,}1\cdot\left(2{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(\cos 30º)\cdot d$$

La energía potencial del bloque en el punto más alto del plano es:

$$E_{p_f} = m g\,\Delta h = \left(2{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\cdot d\cdot(\text{sen}30º)$$

$$2{,}4\ \text{J} = \left(2{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(\text{sen}30º)\cdot d + 0{,}1\left(2{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{ms}^{-2}\right)(\cos 30º)\cdot d \Rightarrow d = 0{,}21\,\text{m}$$

e) El trabajo debido a la fuerza de rozamiento en el plano inclinado durante la subida del bloque ha sido:

$$W_{f_r(\text{inclinado})} = -\left(\mu\, m\, g\cos\alpha\right)\Delta e = -0{,}1\left(2{,}0\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)(\cos 30º)\left(0{,}21\text{m}\right) = -0{,}36\ \text{J}$$

f) Al llegar de nuevo al punto más bajo del plano inclinado, la energía potencial del punto más alto (2,4 – 0,36)J se ha transformado parte en energía cinética y parte se ha disipado debido al rozamiento:

$$E_{c_2} = E_{p_f} + W_{f_r(\text{inclinado})} = (2{,}4-0{,}36)\ \text{J} = 1{,}7\ \text{J}$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 1{,}7\ \text{J} - \frac{1}{2}\left(2{,}0\ \text{kg}\right)v^2 \Rightarrow v = 1{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

62. Una vivienda se abastece de agua de un pozo. Mediante una pequeña bomba de $4{,}5\cdot 10^2$ W de potencia nominal se sube el agua desde el pozo al depósito, cuya entrada está situada a una altura de 20 m sobre el nivel del pozo. Cada día, la bomba funciona durante 10 min y trasvasa 9,0 dL s^{-1} de agua.

a) ¿Qué masa de agua pasa del pozo al depósito cada día?

b) ¿Cuál es el incremento de energía potencial de esa masa de agua?

c) ¿Qué cantidad de energía eléctrica consume diariamente la bomba?

d) ¿Cuál es el rendimiento de la bomba?

a) Durante los diez minutos de funcionamiento diario, la cantidad de agua trasvasada es:

$$m = \left(\frac{0{,}90\ \text{L}}{1\ \text{s}}\right)(10\ \text{min})\left(\frac{60\ s}{1\,\text{min}}\right)\left(\frac{1\,\text{kg}}{1\,\text{L}}\right) = 540\ \text{kg}$$

b) $\Delta E_p = m g\,\Delta h = \left(540\ \text{kg}\right)\left(9{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-2}\right)\left(20\ \text{m}\right) = 1{,}1\cdot 10^5\ \text{J}$

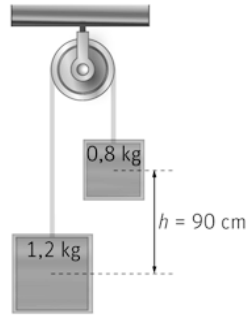
c) La bomba funciona diariamente durante diez minutos ($6{,}0\cdot 10^2$ s):

$$E = \text{P}\,\Delta t = \left(4{,}5\cdot 10^2\ \text{W}\right)\left(6{,}0\cdot 10^2\ \text{s}\right) = 2{,}7\cdot 10^5\ \text{J}$$

d) $r(\%) = \dfrac{\text{Energía útil}}{\text{Energía suministrada}}\cdot 100 = \dfrac{1{,}1\cdot 10^5\ \text{J}}{2{,}7\cdot 10^5\ \text{J}}\cdot 100 = 41\,\%$

63. Dos pesas de 0,8 kg y 1,2 kg, que inicialmente se encuentran a la misma altura, penden de una cuerda que pasa por la garganta de una polea de masa despreciable.

Calcula, mediante el principio de conservación de la energía, la velocidad de las pesas cuando su diferencia de alturas sea 90 cm.



Se considera como nivel cero de energía potencial la altura inicial de ambas pesas. Desde la posición inicial, la pesa de 0,8 kg asciende 45 cm y la de 1,2 kg desciende 45 cm. La energía potencial inicial de ambas pesas es cero y su energía cinética también es cero porque parten del reposo. Por tanto, la energía mecánica total inicial es cero. Como se considera que no hay rozamientos, la energía mecánica se conserva, siendo la final de ambas pesas cero.

La energía mecánica inicial de la pesa de 0,8 kg es:

$$E_{M_{0,8}} = E_{c_{0,8}} + E_{p_{0,8}} = \frac{1}{2} m v_{0,8}^2 + m g \Delta h_{0,8} = 0,8 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{0,8}^2 + g \Delta h_{0,8} \right)$$

La energía mecánica inicial de la pesa de 1,2 kg es:

$$E_{M_{1,2}} = E_{c_{1,2}} + E_{p_{1,2}} = \frac{1}{2} m v_{1,2}^2 + m g \Delta h_{1,2} = 1,2 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{1,2}^2 + g \Delta h_{1,2} \right)$$

La energía mecánica total de ambas pesas es:

$$E_M = E_{M_{0,8}} + E_{M_{1,2}} = 0,8 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{0,8}^2 + g \Delta h_{0,8} \right) + 1,2 \cdot \left(\frac{1}{2} v_{1,2}^2 + g \Delta h_{1,2} \right)$$

$$E_M = \frac{1}{2}(0,8\ \text{kg}) v_{0,8}^2 + (0,8\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})(0,45\ \text{m}) + \frac{1}{2}(1,2\ \text{kg}) v_{1,2}^2 + (1,2\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})(-0,45\ \text{m}) = 0 \Rightarrow v = 1,3\ \text{m s}^{-1}$$

64. Una bola de 0,1 kg se deja caer desde $1,6 \cdot 10^2$ cm de altura sobre un muelle situado verticalmente cuya constante recuperadora es $1,2 \cdot 10^3$ N m^{-1}. Calcula:

a) La velocidad de la bola al impactar contra el muelle.

b) La longitud que se comprime el muelle.

c) La energía elástica del muelle comprimido.

d) La variación de la energía mecánica de la bola desde su posición inicial hasta que queda momentáneamente en reposo junto al muelle.

a) La energía mecánica inicial de la bola es: $E_{M_0} = E_{c_0} + E_{p_0} = 0 + m g h_0 = m g h_0$

Y en el momento de entrar en contacto con el muelle: $E_{M_1} = E_{c_1} + E_{p_1} = \frac{1}{2} m v_1^2 + 0 = \frac{1}{2} m v_1^2$, tomando como nivel cero de energías potenciales la posición del extremo superior del muelle. Por el teorema de conservación:

$$E_{M_0} = E_{M_1} \Rightarrow m g h_0 = 0,5 m v_1^2 \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 g h_0} = \sqrt{2 \cdot (9,8\ \text{m s}^{-2})(1,60\ \text{m})} = 5,6\ \text{m s}^{-1}$$

b) Cuando el muelle se ha comprimido una longitud Δx la energía cinética de la bola es nula. La disminución de energía potencial ha sido: $E_{p_2} = E_{M_2} = E_{M_0} = m g \Delta h = m g (h_0 + \Delta x)$

Esta energía se ha transformado en energía potencial elástica del muelle:

$$m g (h_0 + \Delta x) = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 \Rightarrow (0,1\ \text{kg})(9,8\ \text{m s}^{-2})\left[(1,60 + \Delta x)\ \text{m}\right] \Rightarrow \Delta x = 5,2 \cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

c) $E_p = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2 = \frac{1}{2}(1,2 \cdot 10^3\ \text{Nm}^{-1})(5,2 \cdot 10^{-2}\ \text{m})^2 = 1,6\ \text{J}$

d) $\Delta E_M = -1,6\ \text{J}$

65. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

66. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La Física y....un consumo sostenible de energía

1. **Enumera algunas medidas de ahorro energético que puedan adoptarse fácilmente en el hogar.**

   Además del uso de iluminación energéticamente eficiente, procurar apagar completamente los electrodomésticos, televisores y ordenadores evitando dejarlos en *stand by*.

2. **¿Por qué la sostenibilidad debe abordarse desde una perspectiva global y no es suficiente alcanzarla en cada país?**

   En un mundo interconectado desde un punto de vista energético, la acción de un solo país resulta ineficiente.

3.

Autoevaluación

1. Una persona levanta un peso hasta una cierta altura utilizando planos inclinados de diferente longitud y por tanto, inclinación. Sin considerar el rozamiento, en cuál de ellos realiza mayor trabajo si los ángulos de inclinación son:

a) 10º b) 60º c) 40º d) 35º

Con todos los ángulos se hace el mismo trabajo, porque la altura alcanzada es la misma para todos.

2. Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:

a) El kilovatio-hora se puede utilizar como unidad de trabajo.

b) La E_p elástica es una fuerza no conservativa.

c) La energía cinética de un cuerpo es directamente proporcional a su velocidad.

d) La energía procedente de fuentes renovables es más barata.

a

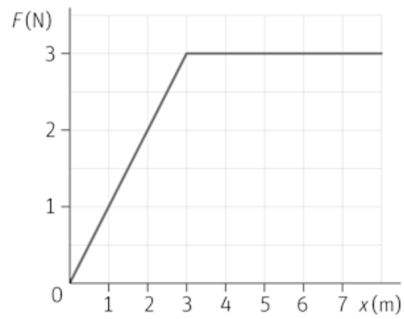
3. Una persona arrastra una caja de 30,0 kg por un suelo liso que no presenta rozamiento, mediante una cuerda que forma un ángulo de 30,0° con la horizontal. Aplica una fuerza de 80,0 N a lo largo de 6,00 m partiendo del reposo. La velocidad final de la caja es:

a) 1,33 m s^{-1} c) 5,26 m s^{-1}

b) 2,45 m s^{-1} d) 8,77 m s^{-1}

c

4. Determina a partir de la gráfica el trabajo que realiza una fuerza *F* que actúa en la dirección del eje *X*:



a) 9,50 J b) 19,5 J c) 15,0 J d) 24,0 J

b

5. Una persona de 60 kg sube hasta una altura de 12 m utilizando una escala en 12 s. La potencia desarrollada es:

a) 0,4 CV b) 0,8 CV c) 1,2 CV d) 1,6 CV

b

6. Razona cuál de las siguientes afirmaciones es la verdadera:

a) Las fuerzas de rozamiento son fuerzas conservativas.

b) La E_p elástica de un muelle depende de su masa.

c) El *W* que contiene un cuerpo es igual a la E_M que almacena.

d) Las fuerzas conservativas están asociadas a la E_p.

d

13 El movimiento armónico

ACTIVIDADES

1. Calcula el período y la frecuencia del movimiento circular uniforme de una rueda que gira a razón 160 vueltas en 3 minutos.

La velocidad angular de la rueda es: $\omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{(160 \text{ vueltas})(2\pi \text{ rad vuelta}^{-1})}{(180 \text{ s})} = 1{,}8\pi \text{ rad s}^{-1}$

Su período es: $T = \dfrac{2\pi \text{ rad}}{\omega} = 1{,}1 \text{ s}$ y su frecuencia: $\nu = \dfrac{1}{T} = 0{,}91 \text{ Hz}$

2. Un diapasón para afinar instrumentos de música vibra con una frecuencia de 440 Hz (correspondiente a la nota musical La). Determina el tiempo que tarda en realizar una vibración completa.

El tiempo en realizar una vibración completa es su período:

$$T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{440 \text{ Hz}} = 2{,}3 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

3. Calcula cuánto se estira un muelle cuya constante elástica tienen un valor *k* = 25 N m^{-1}, cuando se cuelga del muelle una masa de 4,5 kg.

El muelle se comporta conforme a la ley de Hooke: $F = -k\,x$

La masa de 4,5 kg aplica una fuerza igual a su peso; siendo la gravedad 9,8 ms^{-2}: $F = m\,g = 44$ N

Por tanto: $(44 \text{ N}) = (25 \text{ N m}^{-1}) \cdot x \Rightarrow x = 1{,}8 \text{ m}$

4. Si el anterior muelle con la masa colgada adquiere un *mas* calcula su frecuencia angular. ¿Dependerá dicha frecuencia de la amplitud de la oscilación?

En un *mas* la frecuencia angular es: $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}} = 2{,}4 \text{ rad s}^{-1}$

No, ya que como se ve en la ecuación superior la velocidad angular depende de la constante de elasticidad y de la masa; pero no de la amplitud.

5. La frecuencia de un *mas* es 2,0 Hz y su amplitud es 0,10 m. Establece su ecuación en función del seno y del coseno sabiendo que en el instante inicial (*t* = 0 s) el móvil se encuentra en *x* = –0,10 m.

La ecuación en función del coseno es: $x = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi_0) = 0{,}10 \cos(2\pi \cdot 2{,}0t + \phi_0)$

La fase inicial, ϕ_0, se determina con las condiciones iniciales: si $t = 0$ s $\Rightarrow x = -0{,}10$ m, por tanto:

$$-0{,}10 = 0{,}10 \cos\phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi \text{ rad}$$

Lo que nos lleva a la siguiente ecuación:

$$x = 0{,}10 \cos(0{,}4\pi t + \pi)$$

Dado que el seno y el coseno están desfasados $\dfrac{\pi}{2}$, la expresión en función del primero supone sumar dicha cantidad a la fase inicial: $x = 0{,}10 \operatorname{sen}\left(0{,}4\pi t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$

6. La ecuación de un *mas* es $x = 3\cos(5\pi t - \pi)$. Calcula la frecuencia del movimiento y escribe la ecuación en función del seno.

La frecuencia es: $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{(5\pi \text{ rad s}^{-1})}{(2\pi \text{ rad})} = 2{,}5 \text{ Hz}$ y la ecuación es $x = 3\,\text{sen}\left(5\pi t - \pi + \frac{\pi}{2}\right) = 3\,\text{sen}\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$

7. Una barca es alcanzada por las olas y efectúa un *mas* de 0,20 m de amplitud. Si el tiempo en realizar una vibración completa es 3,0 s, determina:

a) La velocidad máxima que adquiere la barca.

b) Su velocidad cuando se encuentra en *x* = 0,15 m.

a) La velocidad máxima de un *mas* es: $v_{\text{máx.}} = A\,\omega = (0{,}20 \text{ s})\left(\frac{2\pi \text{ rad}}{3{,}0\ s}\right) = 0{,}42 \text{ m s}^{-1}$

b) La velocidad en función de la posición es: $v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} = \frac{2\pi}{3{,}0}\sqrt{0{,}2^2 - 0{,}15^2} = 0{,}28 \text{ m s}^{-1}$

8. Un móvil con un *mas* posee una aceleración máxima de $6\pi^2$ m s^{-2} y una velocidad máxima de 3π m s^{-1}. Determina:

a) Su frecuencia angular.

b) Su amplitud.

a) Las expresiones de la velocidad máxima y la aceleración máxima de un *mas* son:

$$\left.\begin{array}{l} v_{\text{máx.}} = A\omega \\ a_{\text{máx.}} = A\omega^2 \end{array}\right\} \Rightarrow \omega = \frac{a_{\text{máx.}}}{v_{\text{máx.}}} = \frac{6\pi^2}{3\pi} = 2\pi \text{ rad s}^{-1}$$

b) Sustituyendo en la primera ecuación y despejando la amplitud; se obtiene un valor para esta de 1,5 m.

9. Indica si las siguientes afirmaciones son verdaderas:

a) La aceleración es negativa y decrece en valor absoluto cuando el móvil va desde *x* = –*A* a *x* = 0.

b) La velocidad es positiva y decrece cuando el móvil va desde *x* = 0 hasta *x* = +*A*.

c) Cuando *x* = 0, *a* = 0 y *v* = 0.

a) Falso, si $x < 0$ entonces $a > 0$.

b) Verdadero, el móvil va hacia la derecha y frenando.

c) Falso; la velocidad es nula si $x = \pm A$.

10 Un niño se monta de un salto en el caballito de un parque, que está apoyado sobre un muelle, y efectúa 30 oscilaciones en un minuto, de 20 cm de recorrido cada una, con un *mas*.

Establece la ecuación de su movimiento sabiendo que en el instante inicial, el muelle se encuentra completamente estirado.

La amplitud del movimiento es 10 cm = 0,1 m. Su frecuencia es:

$$\nu = \frac{(30 \text{ oscilaciones})}{(60 \text{ s})} = 0{,}5 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi\nu = \pi \text{ rad s}^{-1}$$

La ecuación en función del coseno es: $x = A\cos(\omega t + \phi_0) = 0{,}10\cos(\pi t + \phi_0)$

Para calcular la fase inicial, ϕ_0, se tienen en cuenta las condiciones iniciales:

Si $t = 0$, el muelle está completamente estirado, luego $x = +A = 0{,}10$ m, por tanto: $0{,}10 = 0{,}10\cos\phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \pi$ rad

La ecuación del movimiento es: $x = 0{,}10\cos(\pi t + \pi)$

11 En el ejercicio anterior, calcula:

a) La posición y la velocidad del niño al cabo de 0,2 s.

b) La máxima velocidad que adquiere el niño.

c) La aceleración del niño cuando su velocidad es nula y cuando su velocidad es máxima.

a) Sustituyendo el tiempo por 0,2 s en la ecuación: $x = 0{,}10\cos(\pi t + \pi)$, se obtiene un valor de x = –0,081 m.

Derivando la ecuación de la posición respecto del tiempo, se obtiene la de la velocidad:

$$v = \frac{dx}{dt} = -0{,}10\pi\,\text{sen}(\pi t + \pi)$$

Si t = 0,2 s; v = 0,18 m s^{-1}

b) $v_{\text{máx.}} = A\omega = (0{,}10\text{ m})(\pi\text{ rad s}^{-1}) = 0{,}1\pi\text{ m s}^{-1}$

c) Si la velocidad es máxima, la aceleración es nula y si la velocidad es nula la aceleración es máxima:

$$a_{\text{máx.}} = A\omega^2 = 0{,}99\text{ m s}^{-2}$$

12 Razona como varia el período de un oscilador armónico si su masa se duplica.

Como $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, si la masa se duplica, el período queda multiplicado por $\sqrt{2}$.

13 ¿Cuál es la constante elástica de un oscilador armónico de 25 kg de masa y 3,5 s de período?

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = 81\text{ N m}^{-1}$$

14 Indica cómo variará el período de un oscilador armónico si se mide en el planeta Marte, con una aceleración de la gravedad de 3,7 m s^{-2}. ¿Cuál será el período de un péndulo de 1,0 m de longitud?

El período del oscilador no depende de la gravedad, luego sería el mismo. Para el péndulo, $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = 3{,}3$ s

15 Explica cómo se podría medir la aceleración de la gravedad de un lugar utilizando un péndulo. ¿Cómo se podría saber la longitud de un péndulo sin medirla?

Basta con medir el período y la longitud, ya que $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$.

Así mismo, conociendo g y T, se muede calcular la longitud: $L = \frac{gT^2}{4\pi^2}$

16 Determina la energía cinética y la energía potencial en la posición x = 0,06 m, de un oscilador armónico de 6,5 kg de masa, y 0,15 m de amplitud si su período de oscilación es de 2 s.

La energía cinética del oscilador se puede expresar como: $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = 0{,}61$ J

La energía potencial del oscilador se puede expresar como: $E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = 0{,}12$ J

17 Un oscilador armónico está formado por un muelle de constante elástica k = 1,40 · 10^4 N m^{-1} y una masa de 5,00 kg. Calcula.

a) El trabajo empleado en comprimir el muelle 5,00 cm.

b) Si se suelta el muelle calcula su energía mecánica.

a) El trabajo realizado sobre el muelle, le transfiere una energía que se almacena como energía potencial:

$$W = \Delta E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\cdot 1{,}40\cdot 10^4\cdot\left(5{,}00\cdot 10^{-2}\right)^2 = 17{,}5\text{ J}$$

b) La energía mecánica es constante: $E_M = \dfrac{1}{2}kA^2 = \dfrac{1}{2}\cdot 1{,}40\cdot 10^4\cdot\left(5{,}00\cdot 10^{-2}\right)^2 = 17{,}5\ \text{J}$

18 La energía mecánica de un oscilador armónico es de 0,020 J y la fuerza máxima que actúa es de 3,0 N. Escribe la ecuación del movimiento sabiendo que el período de vibración es de 0,50 s y que en *t* = 0 s se encuentra en su máxima elongación positiva.

La ecuación es del tipo $x = A\cos\left(\omega t + \phi_0\right)$.

De las expresiones $E_M = \dfrac{1}{2}k\,A^2$ y $F_{max.} = k$, se deduce: $\left.\begin{matrix} 0{,}5\cdot kA = 0{,}020 \\ kA = 3{,}0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = 0{,}013\ \text{m}$

La ecuación es $x = 0{,}013\cos\left(\dfrac{2\pi}{0{,}50}t + \phi_0\right)$ y como en t = 0, x = 0,013 m, entonces $\phi_0 = 0\ \text{rad}$; ya que está en la máxima elongación positiva. La ecuación es: $x = 0{,}013\cos\left(4\pi t\right)$.

Cinemática del movimiento armónico simple

19 Razona sobre la veracidad o falsedad de estas afirmaciones.

a) Todos los movimientos oscilatorios son vibratorios.

b) Todos los movimientos vibratorios son oscilatorios.

c) Todos los movimientos armónicos simples son periódicos.

d) Todos los movimientos periódicos son armónicos simples.

a) Falso, un objeto puede oscilar a ambos lados de la posición de equilibrio, pero su aceleración puede no ser proporcional a la posición.

b) Verdadero, todos los *mas* son oscilatorios alrededor de una posición de equilibrio.

c) Verdadero, el ser periódico es una de las características del *mas*.

d) Falso, por ejemplo, un movimiento circular es periódico pero no es un *mas*.

20 Las gomas elásticas se alargan cuando se les aplica una fuerza, pero ese alargamiento no cumple la ley de Hooke. Razona si el movimiento producido al colgar un objeto de una goma elástica y separarlo ligeramente de su posición de equilibrio, es un movimiento armónico simple. En cualquier caso califica el movimiento producido.

Las gomas elásticas no cumplen la ley de Hooke, es decir, $F \neq kx$, luego $a \neq \text{cte}\cdot x$ y el movimiento producido no es armónico simple. En cualquier caso, el movimiento producido es vibratorio.

21 El extremo de la biela de una máquina describe un movimiento armónico simple horizontal entre los puntos *x* = – 2,0 m y *x* = 2,0 m y tarda 0,50 s en recorrer la distancia entre ambos puntos. Sabiendo que en *t* = 0 s la partícula se encuentra en *x* = 0 y se dirige hacia la derecha.

a) Escribe la ecuación de su posición en función del seno y del coseno.

b) Escribe la ecuación de su velocidad en función del seno y en función del coseno.

c) Escribe la ecuación de su aceleración en función del seno y en función del coseno.

a) Construimos una solución del tipo $x = A\,\text{sen}\left(\omega t + \phi_0\right)$. En este caso $T = 1\ \text{s} \Rightarrow \omega = \dfrac{2\pi}{1} = 2\pi\ \text{rad}\,\text{s}^{-1}$

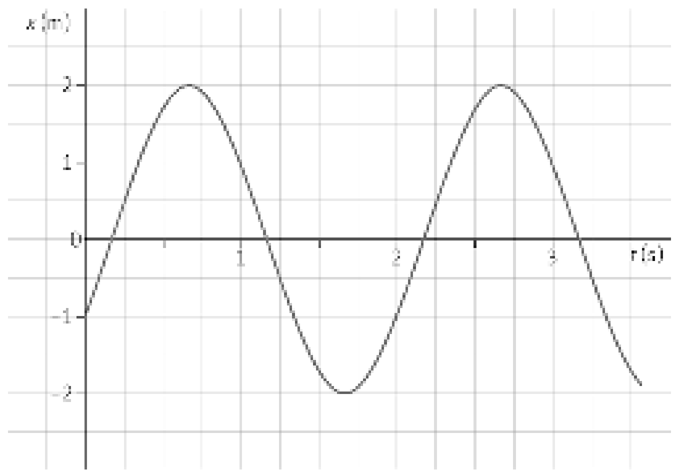
La ecuación es $x = 2\,\text{sen}\left(2\pi t + \phi_0\right)$. Como en t = 0, x = 0 ; lo que da dos valores del ángulo: 0 y π rad.
Al dirigirse hacia la derecha, la velocidad es positiva, por lo que el ϕ_0 es 0. La ecuación se expresa como:

$$x = 2\,\text{sen}\left(2\pi t\right) \text{ y como } x = 2\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$$

a) $v = \dfrac{dx}{dt} = 4\pi\cos 2\pi t$ $\qquad v = -4\pi\,\text{sen}\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

b) $a = \dfrac{dv}{dt} = -8\pi^2\,\text{sen}\,2\pi t$ $\qquad a = -8\pi^2\cos\left(2\pi t - \dfrac{\pi}{2}\right)$

22 **La gráfica de la figura representa la elongación de un movimiento armónico simple en función del tiempo.**



a) **Deduce de la gráfica el valor de la amplitud y la pulsación del movimiento.**

b) **Escribe la ecuación del movimiento en función del seno y en función del coseno.**

a) La amplitud es 2 m y el período del movimiento es 2 s luego:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad s}^{-1}$$

b) La ecuación será $x = 2\,\text{sen}(\pi t + \phi_0)$. Como en t = 0 s, x = –1 m, se cumple que:

$$-1 = 2\,\text{sen}\,\phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \begin{cases} 7\pi/6 \\ 11\pi/6 \end{cases}$$

como su velocidad es positiva se elige $\frac{11\pi}{6}$ rad. Luego la ecuación es:

$$x = 2\,\text{sen}\left(\pi t + \frac{11\pi}{6}\right) \text{ o también } x = 2\cos\left(\pi t + \frac{11\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right) = 2\cos\left(\pi t + \frac{8\pi}{6}\right) = 2\cos\left(\pi t + \frac{4\pi}{3}\right)$$

23 **La biela de un sistema biela-manivela oscila en torno al origen de coordenadas en la dirección del eje *X*, según la expresión $x = 2\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$, donde *x* está expresado en cm y *t* en s. Determina:**

a) **El período de oscilación de la biela.**

b) **La expresión de su velocidad de oscilación en función del tiempo y el valor de dicha velocidad en *t* = 20 s.**

a) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0{,}25\pi} = 8 \text{ s}$

b) $v = \frac{dx}{dt} = 0{,}25\pi \cdot 2\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow v = 0{,}50\pi\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{2}\right)$; en t = 20 s, v = 0 m s^{-1}.

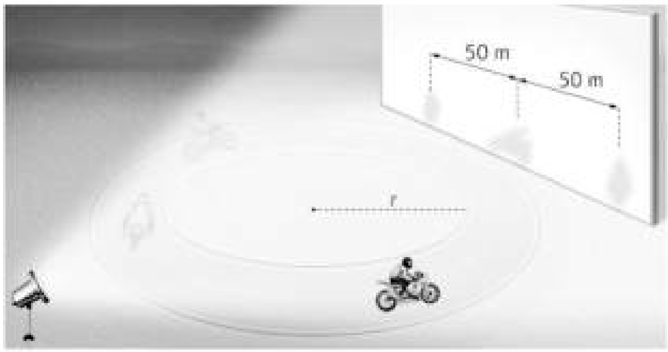
24 **La membrana del tímpano de una persona vibra con un *mas* cuando recibe un sonido. Calcula su período de vibración cuando recibe sonidos en los extremos de las frecuencias audibles: 20 Hz y 20000 Hz.**

Como $T = \frac{1}{\nu}$, los períodos pedidos son:

$$T_1 = \frac{1}{20} = 0{,}05 \text{ s} \quad \text{y} \quad T_2 = \frac{1}{20000\text{ s}^{-1}} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

25 **Una motocicleta describe un movimiento circular uniforme en una pista de pruebas circular de 50,0 m de radio, situada en un plano horizontal, con una velocidad constante de 12,0 m s^{-1}.**

Un potente foco lateral ilumina al motorista, de forma que su sombra describe un *mas* sobre un muro tangente con el velódromo.



Establece la ecuación del *mas* de la sombra en función del coseno, considerando una fase inicial nula.

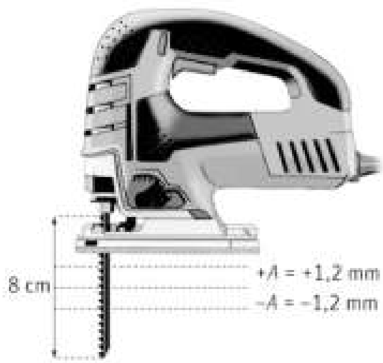
El *mas* aparece al proyectar el movimiento circular sobre uno de sus diámetros u otro eje paralelo a estos. En el caso que nos ocupa, v = 12,0 m s^{-1} luego la velocidad angular del movimiento circular es:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{(12{,}0 \text{ m s}^{-1})}{(50{,}0 \text{ m})} = 0{,}24 \text{ rad s}^{-1}$$

La velocidad angular del movimiento circular uniforme coincide con la del *mas* que hay que describir:

$$x = 50{,}0 \operatorname{sen} 0{,}24t \Rightarrow x = 50{,}0 \cos\left(0{,}24t + \frac{\pi}{2}\right)$$

26 **La hoja de una sierra de calar mide 8,0 cm de longitud, y realiza un movimiento armónico simple en dirección vertical (eje *Y*), con un periodo de 0,20 s y una amplitud de 12 mm. Se toma como origen de coordenada el centro de oscilación del punto central de la hoja de sierra, y se consideran positivas las posiciones que quedan más arriba que el origen de coordenadas y se mueve hacia arriba. En *t* = 0 s, la sierra comienza a moverse hacia arriba.**



a) **Escribe la ecuación del movimiento del punto central de la hoja de sierra.**

b) **Escribe la ecuación del movimiento del punto superior de la hoja de sierra.**

c) **Calcula el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde el origen hasta un punto cuya posición es y = 6,0 mm.**

d) **Calcula el tiempo que tarda el punto central de la hoja en moverse desde y = 6,0 mm hasta y = 12 mm.**

a) La ecuación será del tipo $y = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi_0)$, con A = 0,012 m y $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0{,}20} = 10\pi \text{ rad s}^{-1}$ luego:

$y = 0{,}012 \operatorname{sen}(10\pi t + \phi_0)$. En t = 0, y = 0, luego $\operatorname{sen}\phi_0 = 0 \Rightarrow \phi_0 = \begin{cases} 0 \text{ rad} \\ \pi \text{ rad} \end{cases}$

Como la hoja va hacia arriba, v > 0 y se elige $\phi_0 = 0$. La ecuación es, por lo tanto, $y = 0{,}012 \operatorname{sen} 10\pi t$

b) El movimiento es solidario con el punto central (ambos llegan al punto superior y al punto inferior a la vez, solo que estos están desplazados 4 cm hacia arriba, por tanto:

$$y = 0{,}04 + 0{,}012\,\text{sen}\,10\pi t$$

c) Como en t = 0, el punto central de la hoja está en y = 0, si y = 0,0060 m:

$$0{,}0060 = 0{,}012\,\text{sen}\,10\pi t \Rightarrow 10\pi t = \text{arc sen}\frac{0{,}0060}{0{,}012} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow t = \frac{1}{60}\text{ s}$$

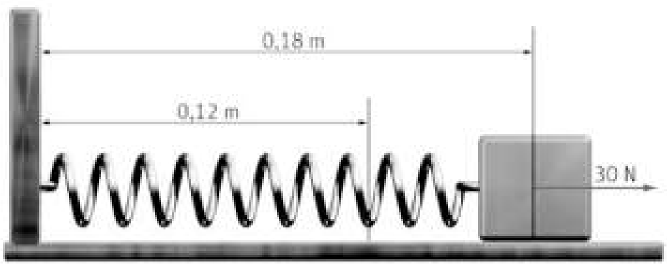
d) El punto central tarda en moverse hasta y = 12 mm un tiempo:

$$0{,}012 = 0{,}012\,\text{sen}\,10\pi t \Rightarrow 10\pi t = \text{arc sen}\frac{0{,}012}{0{,}012} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{1}{20}\text{ s}$$

Luego, desde y = 6,0 mm hasta y = 0,12 mm ha tardado $t = \dfrac{1}{30}$ s .

Dinámica del movimiento armónico simple

27 Un muelle de 12,0 cm de longitud, de masa despreciable, tiene uno de sus extremos fijo en la pared vertical mientras que otro está unido a una masa que descansa en una superficie horizontal sin rozamiento.



Si recibe una fuerza de 30,0 N, se estira hasta una longitud de 18,0 cm. En esta posición se suelta para que oscile libremente con una frecuencia angular de π rad s^{-1}. Calcula

a) La constante recuperadora del resorte.

b) La masa que oscila.

c) La ecuación del *mas* resultante.

a) Conforme a la ley de Hooke:

$$F = k\Delta x;\ 30{,}0 = k(18{,}0 - 12{,}0) \Rightarrow k = \frac{(30{,}0\text{ N})}{(6{,}0\text{ cm})} = 5{,}0\text{ Ncm}^{-1} = 5{,}0\cdot 10^2\text{ Nm}^{-1}$$

b) $m = \dfrac{k}{\omega^2} = \dfrac{(5{,}0\cdot 10^2\text{ Nm}^{-1})}{(\pi\text{ s})^2} = 50{,}7\text{ kg}$

c) Es del tipo $x = A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$ por tanto: $x = 0{,}18\,\text{sen}(\pi t + \phi_0)$.

Se cumple que en t = 0, x = 0,18 m:

$$0{,}18 = 0{,}18\,\text{sen}\,\phi_0 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}\text{ rad}$$

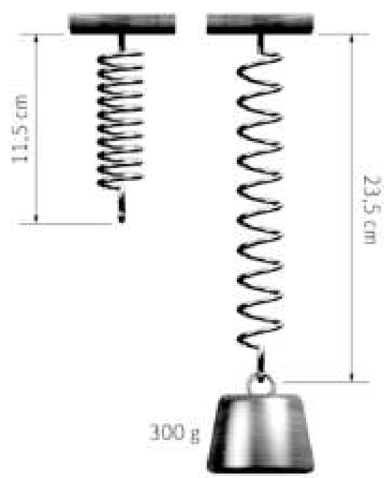
La ecuación completa es: $x = 0{,}18\,\text{sen}\left(\pi t + \dfrac{\pi}{2}\right)$

28 Un muelle de masa despreciable, suspendido de su extremo superior, mide 11,5 cm. Al colgar una masa de 300 g en el extremo libre, el muelle se estira hasta una posición de equilibrio en la cual su nueva longitud es de 23,5 cm.

a) Calcula la constante elástica del muelle a partir de la deformación descrita.

b) Empujamos la masa 5,0 cm hacia arriba comprimiendo el muelle, y la soltamos. Medimos 10 oscilaciones en 7,0 s. Determina la expresión para la posición de la masa en función del tiempo.

c) Calcula de nuevo la constante del muelle a partir del valor del período de oscilación.



a) Ahora la fuerza aplicada al muelle es el peso del objeto colgado:

$$F = k\Delta x;\ (0{,}3\text{ kg})(9{,}8\text{ m s}^{-2}) = k(23{,}5 - 11{,}5)\text{cm}$$

$$k = \frac{(2{,}9\text{ N})}{(12{,}0\text{ cm})} = 0{,}245\text{ N cm}^{-1} = 24{,}2\text{ N m}^{-1}$$

b) La frecuencia del *mas* producido es $\nu = \frac{(10\text{ osc.})}{(7{,}0\text{ s})} = 1{,}4\text{ Hz}$ luego la frecuencia angular es: $\omega = 2\pi\nu = 2{,}8\pi\text{ s}^{-1}$

La ecuación del movimiento es del tipo $y = A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$ es decir: $y = 0{,}050\,\text{sen}(2{,}8\pi t + \phi_0)$

En t = 0, y = +0,050 m luego $\text{sen}\,\phi_0 = 1 \Rightarrow \phi_0 = \frac{\pi}{2}$ rad, por tanto, la ecuación es $y = 0{,}050\,\text{sen}(2{,}8\pi t + \pi/2)$

c) $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot (0{,}30\text{ kg})}{(0{,}7\text{ s})^2} = 24{,}2\text{ N m}^{-1}$

29. Un péndulo simple tiene un período de oscilación de 455 ms en un punto donde la aceleración de la gravedad vale 9,81 m s^{-2}.

a) Determina la longitud del péndulo.

b) ¿Cuál debería ser la nueva longitud del péndulo para que oscile con el doble de frecuencia?

a) Como $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{(9{,}81\text{ m s}^{-2})(0{,}455\text{ s})^2}{4\pi^2} = 5{,}14\cdot 10^{-2}\text{ m} = 5{,}14\text{ cm}$.

b) Si la frecuencia de duplica, el período de hace la mitad. Con este período, la longitud del péndulo es:

$$L' = \frac{gT'^2}{4\pi^2} = \frac{g\left(\frac{T}{2}\right)^2}{4\pi^2} = \frac{L}{4} = 1{,}29\cdot 10^{-2}\text{ m} = 1{,}29\text{ cm}$$

30. Un columpio realiza oscilaciones pequeñas con una frecuencia de 0,25 Hz:

a) Considerando que se puede asimilar a un péndulo simple y que existe una aceleración de la gravedad de 9,8 m s^{-2}, determina la longitud del columpio.

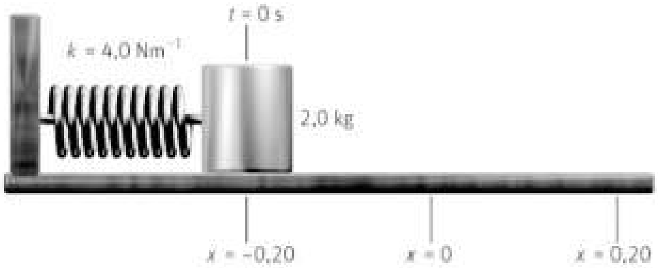
b) Indica cuál sería su nueva frecuencia de oscilación en Marte, con una aceleración de la gravedad de 3,7 m s^{-2}.

a) Dado que $\nu = 0{,}25\text{ Hz} \Rightarrow T = \frac{1}{\nu} = 4{,}0\text{ s}$. La longitud del péndulo se relaciona con el período:

$$L = \frac{gT^2}{4\pi^2} = \frac{(9{,}8\text{ m s}^{-2})(4{,}0\text{ s})^2}{4\pi^2} = 4{,}0\text{ m}$$

b) En Marte, el péndulo oscilaría con una frecuencia $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{(3{,}7\text{ m s}^{-2})}{(4{,}0\text{ m})}} = 0{,}15\text{ Hz}$

31. Un oscilador armónico consta de una masa de 2,0 kg sujeta al extremo de un muelle y situada sobre una mesa horizontal sin rozamiento. La constante del muelle es k = 4,0 N m^{-1} y el oscilador se separa de la posición de equilibrio un máximo de 0,20 m. En el instante t = 0 s el oscilador se encuentra en la posición x = –0,20 m.

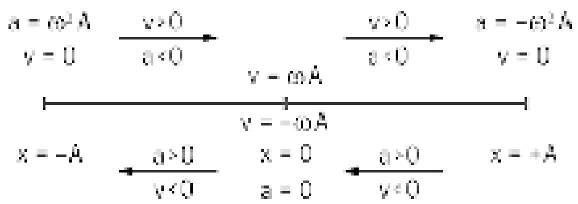


a) Indica el signo de su velocidad y su aceleración en los distintos tramos del movimiento.

b) Determina la ecuación del movimiento del oscilador en función del seno y del coseno.

c) Calcula su velocidad y su aceleración cuando su posición es x = 0 m.

a) En la posición de equilibrio (punto central), la aceleración es nula y la velocidad máxima. Lo contrario sucede en los extremos ($x = \pm A$); aquí, la aceleración es máxima y la velocidad nula. Por otro lado, como se ve en el esquema inferior, al moverse hacia la derecha se cumple que $v < 0$ y $a > 0$, mientras que al hacerlo hacia la izquierda, $v > 0$ y $a < 0$.



b) La ecuación del movimiento es del tipo $x = A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0)$. En este caso, A = 0,20 m y la pulsación es:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(4{,}0\ \text{Nm}^{-1})}{(2{,}0\ \text{kg})}} = \sqrt{2}\ \text{rad s}^{-1}$$

En la ecuación $x = 0{,}020\ \text{sen}\left(\sqrt{2}t + \phi_0\right)$, si t = 0, x = –0,20 m, luego, $\text{sen}\phi_0 = -1 \Rightarrow \phi_0 = -\frac{\pi}{2}\ \text{rad}$.

La ecuación es: $x = 0{,}20\ \text{sen}\left(\sqrt{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$ o $y = 0{,}20\ \cos(\sqrt{2}t - \pi)$

c) En x = 0 m la velocidad es la máxima: $v = \pm\omega A = 0{,}20 \cdot \sqrt{2} = \pm 0{,}28\ \text{m s}^{-1}$ y a = 0 m s^{-2}.

32. Determina la ecuación de un *mas* sabiendo que corresponde a un oscilador armónico de 2 kg de masa, sujeto al extremo de un muelle de constante k = 2 N m^{-1} y situado sobre una mesa horizontal sin rozamiento. La masa se ha separado 0,20 m de la posición de equilibrio y se ha soltado. Se ha empezado a contar el tiempo cuando el oscilador se encuentra en la posición x = 0,10 m y se mueve hacia la derecha.

Para una solución del tipo $y = A\ \cos(\omega t + \phi_0)$, en este caso, A = 0,20 m y $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{(2\,\text{Nm}^{-1})}{(2\,\text{kg})}} = 1\ \text{s}^{-1}$

Por lo tanto, $x = 0{,}20\ \cos(t + \phi_0)$

En t = 0 s, x = 0,10 m, luego $\cos\phi_0 = 0{,}5 \Rightarrow \phi_0 = \begin{cases} \frac{\pi}{3}\ \text{rad} \\ -\frac{\pi}{3}\ \text{rad} \end{cases}$

Como el oscilador se dirige a la derecha, su velocidad inicial es positiva, y para ello, $\phi_0 = -\frac{\pi}{3}\ \text{rad}$.

La ecuación es: $y = 0{,}20\ \cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$

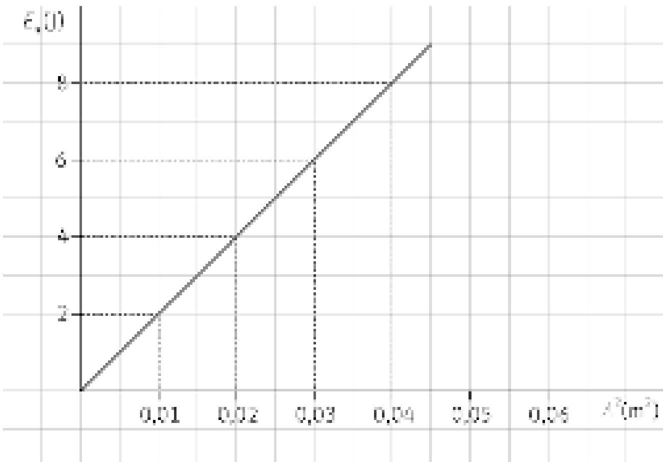
33. Se sabe que el peso de un cuerpo depende de la gravedad del lugar, y que en caída libre no es práctico ponerse sobre una báscula (porque indicaría cero). Razona como podría medir su masa un astronauta en órbita.

Se puede colgar al astronauta de un muelle de constante conocida y medir su período de oscilación. A continuación se calcula su masa con la expresión derivada de la fórmula del período del oscilador:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow m = \frac{kT^2}{4\pi^2}$$

Energía del oscilador armónico

34. Una masa de 0,500 kg unida al extremo de un muelle de masa despreciable y situada sobre una superficie horizontal sin rozamiento, describe varios movimientos armónicos. En la gráfica siguiente se relaciona el valor de la energía mecánica del muelle con el cuadrado de la amplitud de oscilación de los distintos movimientos armónicos.



a) Calcula el valor de la frecuencia de oscilación.

b) El valor de la velocidad máxima de la masa cuando la amplitud de la oscilación del movimiento es 0,1414 m.

a) De la gráfica se obtiene la relación entre la energía mecánica y el cuadrado de la amplitud.

$$\text{pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(2\text{ J})}{(0{,}01\,\text{m}^2)} = 200\ \text{Jm}^{-2}$$

Con ello, la ecuación es: E_M = 200A^2 J. Comparando esta expresión con la de la energía mecánica del oscilador armónico:

$$E_M = \frac{1}{2}m\omega^2A^2\text{, se deduce que}\quad 0{,}5\cdot m\omega^2 = 200 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{400}{0{,}500}} = 28{,}3\ \text{rad s}^{-1}$$

b) $v_{\text{máx.}} = \omega A = (28{,}3\ \text{rad s}^{-1})(0{,}1414\ \text{m}) = 4{,}00\ \text{m s}^{-1}$

35. Un cuerpo de masa 250 g unido a un muelle realiza un movimiento armónico simple con una frecuencia de 5,0 Hz. La energía total de este oscilador armónico es 10,0 J.

a) ¿Cuál es la constante elástica del muelle?

b) ¿Cuál es la amplitud del movimiento?

a) La constante elástica del muelle es: $k = m\,\omega^2 = m(2\pi\upsilon)^2 = (0{,}25\ \text{kg})(2\pi\cdot 5{,}0\ \text{Hz})^2 = 247\ \text{Nm}^{-1}$

b) De la expresión $E_M = \frac{1}{2}kA^2$ se deduce que $A = \sqrt{\frac{2E_M}{k}} = \sqrt{\frac{2\cdot(10{,}0\ \text{J})}{(247\ \text{Nm}^{-1})}} = 0{,}285\ \text{m}$

36. Un martillo neumático de 25 kg efectúa un mas con una frecuencia de 30 Hz y una amplitud de 4 cm.

a) Calcula sus energías, cinética, potencial y mecánica en x = +2 cm.

b) Determina la aceleración máxima que experimentan las manos del operario y da tu opinión sobre las posibles repercusiones en su salud.

a) Considerando al martillo como un oscilador armónico, la energía cinética es:

$$E_C = \frac{1}{2} m\omega^2 \left(A^2 - x^2\right) = 0{,}5 \cdot 25 \cdot (2\pi \cdot 30)^2 \cdot \left(0{,}04^2 - 0{,}02^2\right) = 533 \text{ J}$$

La energía potencial es:

$$E_p = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = 0{,}5 \cdot 25 \cdot (2\pi \cdot 30)^2 \cdot 0{,}02^2 = 178 \text{ J}$$

La energía mecánica es la suma: $E_M = E_c + E_p = (533 + 178) \text{ J} = 711 \text{ J}$

b) $a_{\text{máx.}} = \omega^2 A = (60\pi \text{ rad s}^{-1})^2 \cdot (0{,}04 \text{ m}) = 1{,}4 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-2}$. Una aceleración tan grande es debida a fuerzas de inercia muy grandes sobre el operario, con repercusiones negativas sobre su salud.

37. En un movimiento armónico simple , determina los puntos de su trayectoria en los que:

a) Su energía cinética es cero.

b) Su energía potencial es cero.

c) Su energía cinética es igual a su energía potencial.

a) La energía cinética es nula cuando la velocidad sea nula: $x = \pm A$

b) La energía potencial es nula cuando x = 0.

c) Si la energía cinética es igual a la potencial:

$$\frac{1}{2} m\omega^2 \left(A^2 - x^2\right) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{2}}$$

38. Sobre un oscilador armónico de 0,50 kg actúa una fuerza máxima de 0,30 N y su energía total es 0,60 J. Determina.

a) La amplitud del oscilador.

b) El período de oscilación.

c) Sus energías cinética y potencial, cuando el oscilador se encuentra en x = 2,0 m.

a) La expresiones de la fuerza máxima y la energía total forman un sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} F_{\text{máx.}} = kA \\ E_M = \dfrac{1}{2} kA^2 \end{array}\right\} \Rightarrow A = \frac{2E_M}{F_{\text{máx.}}} = \frac{2 \cdot (0{,}60 \text{ J})}{(0{,}30 \text{ N})} = 4{,}0 \text{ m}$$

b) La constante es:

$$k = \frac{F_{\text{máx.}}}{A} = \frac{(0{,}30 \text{ N})}{(4{,}0 \text{ m})} = 0{,}075 \text{ Nm}^{-1}$$

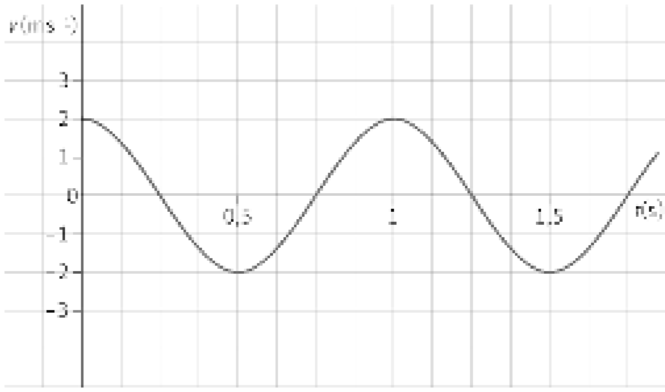
El período es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{(0{,}50 \text{ kg})}{(0{,}075 \text{ Nm}^{-1})}} = 16 \text{ s}$$

c) La energía potencial es: $E_p = \frac{1}{2} kx^2 = 0{,}5 \cdot \left(0{,}075 \text{ Nm}^{-1}\right) \cdot (2{,}0 \text{ m})^2 = 0{,}15 \text{ J}$ y la cinética es:

$$E_c = E_M - E_p = (0{,}60 - 0{,}15) \text{ J} = 0{,}45 \text{ J}$$

39. Un cuerpo de masa *m* = 0,10 kg oscila armónicamente a lo largo del eje *X*. En la figura se representa su velocidad en función del tiempo.



a) Determina y representa gráficamente la posición (elongación) de la partícula en función del tiempo.

b) Calcula las energías cinética y potencial de la partícula en el instante *t* = 0,050 s.

c) ¿Qué energías cinética y potencial, posee la partícula en la posición *x* = 0, 020 m?

a) La gráfica de la velocidad tiene el mismo período que la gráfica de la posición: *T* = 1 s. Además, la velocidad máxima es 2 m s^{-1}, por tanto:

$$v_{\text{máx.}} = \omega A \Rightarrow A = \frac{v_{\text{máx.}}}{\omega} = \frac{\left(2\ \text{m s}^{-1}\right)}{\left(2\pi\ \text{rad s}^{-1}\right)} = 0{,}32\ \text{m}$$

Por tanto, la ecuación de la posición es:

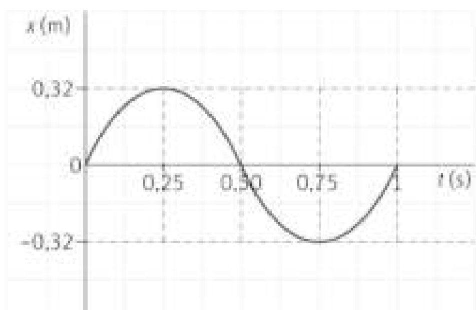
$$x = A\,\text{sen}(\omega t + \phi_0) = 0{,}32\,\text{sen}(2\pi t + \phi_0)$$

En el instante inicial, *t* = 0, el cuerpo está en *x* = 0 (punto de velocidad máxima) y se dirige hacia la derecha (velocidad positiva y disminuyendo), por tanto:

$sen\,\phi_0 = 0 \Rightarrow \phi_0 = \begin{cases} 0\ \text{rad} \\ \pi\ \text{rad} \end{cases}$. Como la velocidad inicial es positiva, $\phi_0 = 0$ y la ecuación queda $x = 0{,}32\,\text{sen}\,2\pi t$

Para hacer la representación gráfica se dan valores en la ecuación:

***t*(s)**	0	0,25	0,5	0,75	1
***x*(m)**	0	0,32	0	–0,32	0



b) En *t* = 0,05 s la posición es *x* = 0,1 m, y las energías del oscilador son:

$$E_C = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) = 0{,}5 \cdot 0{,}10 \cdot \left(2\pi\right)^2\left(0{,}32^{\,2} – 0{,}10^2\right) = 0{,}18\ \text{J}$$

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}10 \cdot \left(2\pi\right)^2 \cdot 0{,}10^{\,2} = 0{,}02\ \text{J}$$

c) $E_C = \frac{1}{2}m\omega^2\left(A^2 - x^2\right) = 0{,}5 \cdot 0{,}10 \cdot \left(2\pi\right)^2\left(0{,}32^{\,2} – 0{,}20^2\right) = 0{,}12\ \text{J}$

$$E_P = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}10 \cdot (2\pi)^2 \cdot 0{,}20^2 = 0{,}079\ \text{J}$$

40. Actividad smSaviadigital.com RESUELVE

La física y… la amortiguación de los vehículos

1. **Describe el comportamiento de los amortiguadores delanteros de una motocicleta cuando esta frena con una trayectoria rectilínea.**

   La inercia de la moto comprime el muelle. El amortiguador impide que la moto realice un *mas* peligroso para la estabilidad.

2. **¿Qué sucede en un vehículo cuando los amortiguadores pierden eficacia al cabo del tiempo? ¿Cómo lo nota el conductor?**

   El muelle sigue actuando pero el amortiguador pierde eficacia. La carrocería balancea demasiado.

3. **Existen amortiguadores que, en lugar de aceites, contienen gas en su interior. Explica cómo es posible que el gas genere fuerzas al igual que otros fluidos más viscosos**

   Además de gas, el amortiguador también lleva un fluido viscoso. El gas a presión complementa la acción del fluido.

4. **Señala algunos otros usos de los amortiguadores al margen de la automoción.**

   Hoy en día, llevan amortiguadores, los barcos para mejorar el confort de los pasajeros, e incluso los edificios, para prevenir el riesgo sísmico.

Autoevaluación

1. **El movimiento de un objeto colgado de una goma elástica que se ha separado de su posición de equilibrio es:**

   a) **Armónico simple.**

   b) **No periódico.**

   c) **Vibratorio.**

   d) **No oscilatorio.**

   La respuesta correcta es la c.

2. **Para un *mas* cuya pulsación es $\pi\,s^{-1}$:**

   a) **La aceleración vale siempre π^2 m s^{-2}**

   b) **La velocidad vale siempre π m s^{-1}**

   c) **La aceleración vale $\pi^2 A$ en x = –A**

   d) **La velocidad vale π en $x = -A$.**

   La respuesta correcta es la c

3. **Si la masa de un oscilador armónico se duplica:**

   a) **Su período se duplica.**

   b) **Su período no cambia.**

   c) **Su período se multiplica por $\sqrt{2}$.**

   d) **Su período se divide por $\sqrt{2}$.**

   La respuesta correcta es la c.

4. **El péndulo simple:**

   a) **Describe un *mas* siempre.**

   b) **Describe un *mas* solo para oscilaciones grandes.**

   c) **Tiene un período que no depende de su longitud.**

   d) **Se mueve en un plano.**

   La respuesta correcta es la d.

5. **En un oscilador armónico:**

   a) **La energía mecánica no depende de la amplitud.**

   b) **El período no depende de la amplitud.**

   c) **La energía cinética no depende de la posición.**

   d) **La energía potencial no depende de la posición.**

   La respuesta correcta es la b.

6. **En un oscilador armónico:**

   a) **La energía mecánica es nula en $x = 0$.**

   b) **La energía potencial es nula en $x = 0$.**

   c) **La energía cinética es nula en $x = 0$.**

   d) **La pulsación es nula en $x = 0$.**

   La respuesta correcta es la b.