8 El movimiento

ACTIVIDADES

1. La posición de un móvil viene dada por $x(t) = 4t - 10$, en unidades del SI. Determina la posición para $t = 2$ s y $t = 3$ s, el desplazamiento y el espacio recorrido en ese tiempo.

Sustituyendo el tiempo en la expresión de la posición:

$$x(2) = 4 \cdot 2 - 10 = -2 \text{ m}$$

$$x(3) = 4 \cdot 3 - 10 = 2 \text{ m}$$

El desplazamiento es: $\Delta x = x_f - x_o = (2 \text{ m}) - (-2 \text{ m}) = 4$ m

El espacio recorrido coincide con el desplazamiento: $e = 4$ m

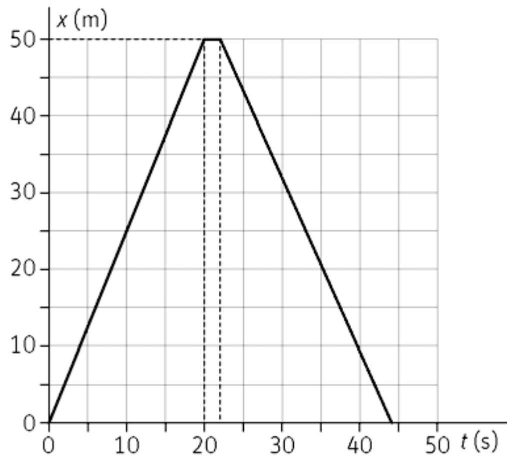
2. Dibuja la gráfica *x-t* para el movimiento unidimensional de una persona que realiza el siguiente recorrido: sale de su casa y recorre 50 m en 20 s; se para durante 2 s, y vuelve a su casa a buscar el teléfono móvil en 22 s.

Inicialmente la persona parte del origen, esto se corresponde con el punto en la gráfica (0, 0).

Recorre 50 m en 20 s. Es el punto (20, 50) de la gráfica.

Como se para 2 s, su posición no varía, pero sí cambia la coordenada temporal. El punto es el (22, 50).

Finalmente, después de andar durante 22 s, vuelve al punto de partida. El punto final es (44, 0).



3. Las coordenadas de dos posiciones sucesivas de un móvil son A(−1, 3) y B(2, 5), expresadas en metros.

a) Halla el vector desplazamiento y su módulo.

b) Con estos datos, ¿puedes indicar el tipo de trayectoria?

a) Posición inicial: $\vec{r}_0 = (-\vec{i} + 3\vec{j})$ m

Posición final es $\vec{r}_f = (2\vec{i} + 5\vec{j})$ m

Desplazamiento: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0 = (2\vec{i} + 5\vec{j}) - (-\vec{i} + 3\vec{j}) = (3\vec{i} + 2\vec{j})$ m

Módulo del vector desplazamiento: $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(3 \text{ m})^2 + (-2 \text{ m })^2} = \sqrt{13}$ m

b) No, se necesita conocer $\vec{r}(t)$.

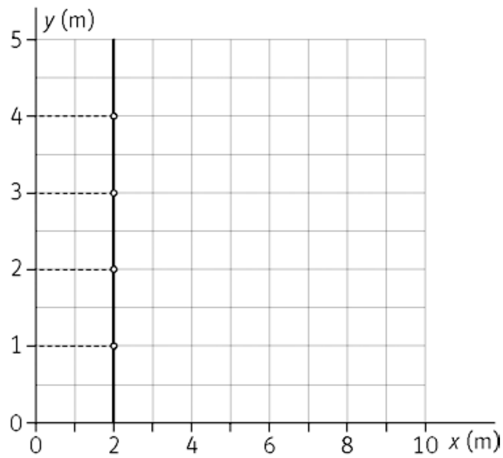
4. Estudiando el movimiento de una pelota, se determina que su ecuación es: $\vec{r}(t) = 2\vec{i} + t\,\vec{j}$ en unidades del SI.

a) Representa la trayectoria.

b) Calcula el desplazamiento para el intervalo $t = 1$ s y $t = 4$ s.

a) Para representar la trayectoria se dan valores en la ecuación del movimiento.

t(s)	0	1	2	3	4
$\vec{r}$ (m)	(2, 0)	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)



b) Para t =1 s, $\vec{r}(1) = (2\vec{i} + \vec{j})$ m , y para t = 4 s, $\vec{r}(4) = (2\vec{i} + 4\vec{j})$ m , entonces:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(4) - \vec{r}(1) = (2\vec{i} + 4\vec{j}) - (2\vec{i} + \vec{j}) = (3\vec{j})\text{ m}$$

5. Un atleta recorre una pista aproximadamente circular, de 60 m de radio en el sentido de las agujas del reloj. Si comienza a moverse en el punto (0 m, 60 m), y el centro de la circunferencia está en el (0 m, 0 m), calcula el espacio recorrido y el desplazamiento en los siguientes casos:

a) Cuando el atleta ha recorrido un cuarto de vuelta.

b) Cuando ha recorrido media vuelta.

c) Cuando ha dado una vuelta completa.

a) $e = \dfrac{2\pi r}{4} = \dfrac{2\pi(60\text{ m})}{4} = 94{,}2\text{ m}$

$\vec{r}_0 = (60\vec{j})\text{ m}; \vec{r}_f = (60\vec{i})\text{ m} \Rightarrow \Delta\vec{r} = \left(60\vec{i} - 60\vec{j}\right)\text{ m}$

b) $e = \dfrac{2\pi r}{2} = \dfrac{2\pi(60\text{ m})}{2} = 188{,}4\text{ m}$

$\vec{r}_0 = (60\vec{j})\text{ m}; \vec{r}_f = (-60\vec{j})\text{ m} \Rightarrow \Delta\vec{r} = \left(-120\vec{j}\right)\text{ m}$

c) $e = 2\pi r = 2\pi \cdot (60\text{ m}) = 376{,}8\text{ m}$

$\Delta\vec{r} = 0\text{ m}$

6. Un conductor circula desde Madrid hasta Jaén. En los primeros 100 km emplea 2 h porque había mucho tráfico. Se detiene a descansar durante 30 min para luego emprender la marcha, tardando 2,5 h en los últimos 200 km. Determina la velocidad media.

La velocidad media escalar es: $v_m = \dfrac{e}{\Delta t}$

El espacio total recorrido es: e = 100 km + 200 km = 300 km

El tiempo invertido en recorrer dicho espacio: t = 2 h + 0,5 h + 2,5 h = 5 h

$$v_m = \frac{(300\text{ km})}{(5\text{ h})} = 60\text{ km h}^{-1}$$

7. La posición de un móvil sobre una trayectoria rectilínea viene dada por la ecuación: $s(t) = 5 - 2t$, donde s está expresada en metros y t en segundos. Calcula:

a) La velocidad media entre $t = 1$ y $t = 4$ s.

b) ¿En qué sentido se produce el movimiento?

a) $s(1) = 5 - 2 \cdot 1 = 3$ m; $s(4) = 5 - 2 \cdot 4 = -3$ m $\Rightarrow v_m = \dfrac{s(4)-s(1)}{\Delta t} = \dfrac{(-3-3)\text{ m}}{(4-1)\text{ s}} = \dfrac{(-6\text{ m})}{(3\text{ s})} = -2\text{ m s}^{-1}$

b) Como la velocidad es negativa el sentido del movimiento también lo es.

8. Un nadador se lanza a cruzar un río. Su vector posición en función del tiempo es: $\vec{r} = \left(1{,}2t\,\vec{i} + 4\,\vec{j}\right)$ m. Calcula:

a) El desplazamiento entre $t = 1$ s y $t = 3$ s.

b) El vector velocidad media.

a) Se calcula el vector de posición para los tiempos 1 s y 3 s.

$$\left.\begin{array}{l}\vec{r}\,(1) = \left(1{,}2\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m} \\ \vec{r}\,(3) = \left(1{,}2 \cdot 3\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m} = \left(3{,}6\vec{i} + 4\vec{j}\right)\text{m}\end{array}\right\} \Delta\vec{r} = \vec{r}\,(3) - \vec{r}\,(1) = \left(3{,}6\vec{i} + 4\vec{j}\right) - \left(1{,}2\vec{i} + 4\vec{j}\right) = \left(2{,}4\vec{i}\right)\text{m}$$

b) $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{\left(2{,}4\vec{i}\right)\text{m}}{(2\text{ s})} = \left(1{,}2\vec{i}\right)\text{m s}^{-1}$

9. La posición de un elevador neumático con movimiento rectilíneo está dada por la ecuación: $y = 8t^2 + t$, con y expresada en metros y t en segundos.

Calcula su velocidad instantánea en los instantes $t = 0$ s y $t = 2$ s.

La velocidad instantánea es la derivada de posición respecto del tiempo: $v(t) = \dfrac{dy}{dt} = 16t + 1$

Y así; para $t = 0$ s $\Rightarrow v(0) = 1\text{ m s}^{-1}$ y para $t = 2$ s $\Rightarrow v(2) = 16 \cdot 2 + 1 = 33\text{ m s}^{-1}$

10. Un diseñador web crea una animación en la que un punto en la pantalla del ordenador tiene como vector de posición: $\vec{r} = \left[\left(4 + 2{,}5t^2\right)\vec{i} + \left(4 + 5t\right)\vec{j}\right]$cm, ($t$ expresada en segundos). Calcula el vector velocidad instantánea y la rapidez del punto en $t = 2$ s.

La velocidad instantánea se obtiene derivando el vector de posición: $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left(5t\,\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1}$

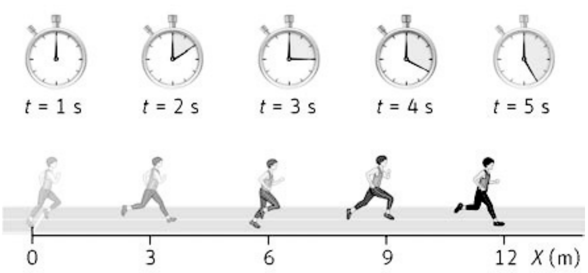
Para $t = 2$ s $\Rightarrow \vec{v}\,(2) = \left(5 \cdot 2\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1} = \left(10\vec{i} + 5\vec{j}\right)\text{cm s}^{-1}$

La rapidez es el módulo del vector velocidad: $|\vec{v}| = \sqrt{\left(10\text{ cm s}^{-1}\right)^2 + \left(5\text{ cm s}^{-1}\right)^2} = 11{,}2\text{ cm s}^{-1}$

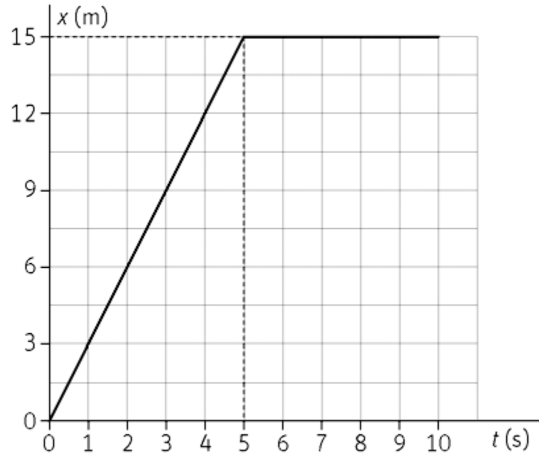
11. En la siguiente imagen se muestran las sucesivas posiciones que ocupa un atleta en su entrenamiento.

a) Teniendo en cuenta que en los 5 segundos posteriores el atleta descansa, dibuja la gráfica x-t.

b) Calcula la pendiente de la gráfica en cada tramo y extrae una conclusión del resultado.



a) Se representan los datos en una gráfica *x*-*t*.



b) El primer tramo de la gráfica *x*-*t* es una línea recta de pendiente constante y positiva. El atleta se mueve con velocidad constante de izquierda a derecha.

El segundo tramo representa al atleta en reposo.

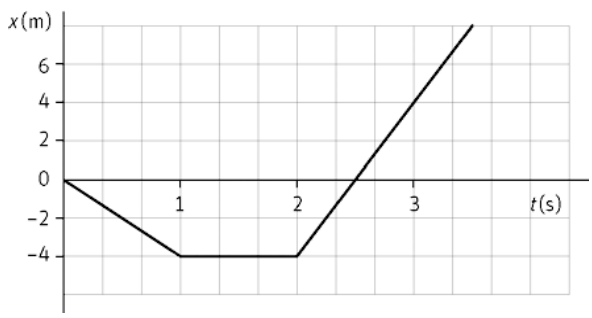
La pendiente se determina calculando $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ .Tomando los puntos (2, 6) y (4, 12). La pendiente es:

$$\text{pendiente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(12-6)\ \text{m}}{(4-2)\ \text{s}} = 3\ \text{m s}^{-1}$$

En el segundo tramo la pendiente es nula.

La pendiente tiene unidades de velocidad, por lo tanto, la pendiente de la gráfica *x*-*t* nos da la velocidad del móvil.

12. Observa la siguiente gráfica *x*-*t* y responde a las cuestiones:



a) Calcula la pendiente en cada tramo de la gráfica *x*-*t* adjunta y describe el movimiento.

b) Describe el movimiento en una dimensión.

a) En el primer tramo la pendiente es: $\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(-4-0)\ \text{m}}{(1-0)\ \text{s}} = -4\ \text{m s}^{-1}$

El movimiento es uniforme.

En el segundo tramo la pendiente es cero, el cuerpo está en reposo.

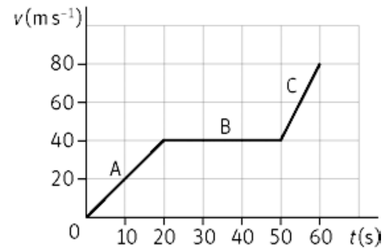
En el tercer tramo, se toman dos puntos de la recta, por ejemplo, $x = -4$ m, $x = 4$ m.

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(4+4)\ \text{m}}{(3-2)\ \text{s}} = 8\ \text{m s}^{-1}$$

El movimiento es uniforme.

b) El móvil en el primer tramo se dirige hacia la parte negativa del eje *X*. En el segundo tramo permanece en reposo. En el tercer tramo se mueve hacia la parte positiva del eje *X*.

13. Una moto de nieve se mueve de acuerdo con la gráfica *v-t* que se muestra en la figura. ¿Cuál es la aceleración media de la moto en cada uno de los segmentos A, B y C?



Tramo A: $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(40-0)\,\text{m s}^{-1}}{(20-0\ )\,\text{s}} = 2\,\text{m s}^{-2}$

Tramo B: La pendiente es horizontal, por lo tanto la aceleración es cero.

Tramo C: $a_m = \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{(80-40)\,\text{m s}^{-1}}{(60-50\ )\,\text{s}} = 4\,\text{m s}^{-2}$

14. Un cuerpo se mueve según el vector de posición (en unidades del SI), $\vec{r} = (3t^2 - t)\vec{i} + 2t^2\,\vec{j}$. Calcula:

a) La velocidad media entre t = 0 s y t = 3 s.

b) La velocidad instantánea para t = 3 s.

c) La aceleración para t = 0 s.

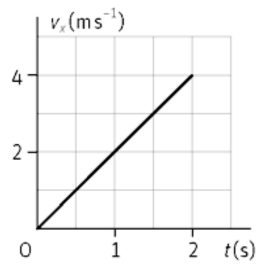
a) $\left.\begin{array}{l}\vec{r}\,(0) = 0\,\text{m}\\ \vec{r}\,(3) = (24\vec{i} + 18\vec{j})\,\text{m}\end{array}\right\} \Rightarrow \vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{(24\vec{i} + 18\vec{j})\,\text{m}}{(3-0)\,\text{s}} = (8\vec{i} + 6\vec{j})\,\text{m s}^{-1}$

b) $\vec{v}_m = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left[(6t-1)\vec{i} + 4t\,\vec{j}\right]\text{m s}^{-1} \Rightarrow \vec{v}\,(3) = (17\vec{i} + 12\vec{j})\,\text{m s}^{-1}$

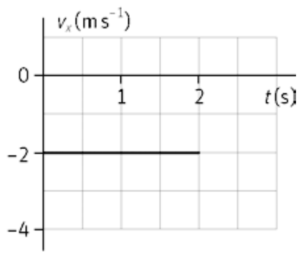
c) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = (6\vec{i} + 4\vec{j})\,\text{m s}^{-2}$

15. Observa las siguientes gráficas:

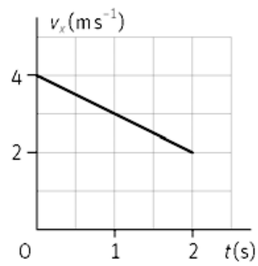
a)



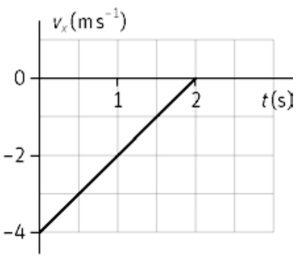
b)



c)



d)



Indica razonadamente si el móvil posee o no aceleración.

a) Como la velocidad varía con el tiempo, sí tiene aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica v_x-t positiva, el movimiento es uniformemente acelerado con a > 0.

b) La velocidad permanece constante con el tiempo y además la gráfica nos indica que el movimiento es en el eje *X*, por lo tanto no tiene aceleración.

c) Como la velocidad disminuye con el tiempo, sí posee aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica *v*-*t* negativa, el movimiento es uniformemente acelerado con a < 0.

d) Como la velocidad varía con el tiempo, si tiene aceleración. Al ser la pendiente de la gráfica *v*-*t* positiva, el movimiento es uniformemente acelerado con a > 0.

16. El vector de posición de un cuerpo es $\vec{r} = \left[(3t-1)\vec{i} + 2t^3\vec{j}\right]$ m.

a) Calcula el vector $\vec{v}$ y su módulo en cualquier instante.

b) Determina el vector $\vec{a}$ y el valor de a_t en t = 1 s.

a) $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} = \left(3\vec{i} + 6t^2\vec{j}\right)\,\mathrm{m\,s^{-1}} \Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{9+36t^4}\ \mathrm{m\,s^{-1}}$

b) $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \left(12t\,\vec{j}\right)\,\mathrm{m\,s^{-2}}$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{9+36t^4}\right) = \frac{72t^3}{\sqrt{9+36t^4}} \Rightarrow a_t(1) = 10{,}7\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

17. Indica el valor de la aceleración centrípeta de un cochecito de tiovivo si gira con un radio de 3,0 m y la velocidad del cochecito es 2,0 m s^{-1}.

La aceleración centrípeta es: $a_c = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{\left(2{,}0\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2}{(3{,}0\ \mathrm{m})} = 1{,}3\ \mathrm{m\,s^{-2}}$

18. Indica el valor de la aceleración normal de un móvil en un punto de una trayectoria curvilínea si el valor de a_t es 3,0 m s^{-2} y la aceleración total vale a = 5,0 m s^{-2}.

La aceleración es: $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} \Rightarrow 5{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}} = \sqrt{\left(3{,}0\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)^2 + a_n^2}$

Y despejando la aceleración normal se obtiene un valor para la misma de 4,0 m s^{-2}.

19. Indica si existe aceleración en los siguientes casos, indicando sus posibles componentes intrínsecas.

a) Un tren eléctrico cuando gira en una pista circular de 2 m de radio con una velocidad de 3 km h^{-1}.

b) Un automóvil al iniciar su marcha, cuando el semáforo ha cambiado de rojo a verde.

c) Un ciclista que toma la primera curva al bajar un puerto.

d) Un coche de Fórmula 1 cuando lleva una velocidad constante de 250 km h^{-1} en la recta de llegada.

a) El tren describe una curva, cambia la dirección de la velocidad, posee aceleración normal.

b) Cambia el módulo de la velocidad, posee aceleración tangencial.

c) Cambia el módulo de la velocidad y la dirección, luego posee aceleración tangencial y normal.

d) Si su velocidad es constante y su movimiento es rectilíneo, no posee aceleración.

Movimiento en una dimensión

20. Razona sobre la veracidad o falsedad de las afirmaciones:

a) Si un objeto se mueve durante 10 s, su desplazamiento no puede ser cero.

b) Un móvil se mueve a gran velocidad durante 30 s y se para. Su velocidad media puede ser cero.

c) Un coche está acelerando si su velocidad es muy alta.

a) Falsa. el objeto a podido cambiar de sentido y volver al punto inicial.

b) Depende. Si ha cambiado de sentido, el desplazamiento puede ser cero, por lo tanto la velocidad media también. La rapidez media no es cero.

c) Falso. Sólo tiene aceleración si cambia el módulo o la dirección de la velocidad.

21. Un corredor se desplaza desde x = 0 m a x = 50 m entre los tiempos t = 0 y t = 10 s. Seguidamente entre t = 10 s y t = 15 s, el corredor va de x = 50 m a x = 25 m. ¿Coinciden el desplazamiento con la distancia que ha recorrido el corredor en cada uno de los dos intervalos de tiempo?

En el primer intervalo de tiempo Δx = 50 m. La distancia recorrida es 50 m. Sí coinciden el desplazamiento y la distancia recorrida.

En el segundo intervalo de tiempo Δx = 25 – 50 = –25 m. La distancia recorrida es 25 m. Coinciden numéricamente, pero el desplazamiento nos indica que el corredor ha vuelto hacia atrás.

22. Si has ido a esquiar habrás observado que hay esquiadores que realizan el descenso de una pista haciendo "eses" y otros, más arriesgados, lo realizan en línea recta. Si los dos esquiadores parten del mismo punto, razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Los dos han realizado el mismo desplazamiento.

b) Los dos han recorrido la misma distancia.

c) Ambos bajaron con la misma velocidad media si tardaron lo mismo.

a) Verdadero, el desplazamiento es: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_f - \vec{r}_0$

Como las posiciones final e inicial coinciden, el desplazamiento es el mismo.

b) Falso. El que baja haciendo eses recorre una distancia (recorrido) mayor.

c) Verdadero. La $\vec{v}_m = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, como $\Delta\vec{r}$ es el mismo, la $\vec{v}_m$ también. Sin embargo, la rapidez media de ambos es diferente.

23. Un barco cruza un río de 600 m de ancho en 1 min y 12 s.

a) ¿Cuál es su velocidad media?

b) Si el barco hace el viaje de vuelta en 58 s, ¿cuál es la velocidad media en ese trayecto?

c) Determina la velocidad media del viaje de ida y de vuelta.

a) $v_m = \dfrac{(600\ \text{m})}{(72\ \text{s})} = 8{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

b) $v_m = \dfrac{(-600\ \text{m})}{(58\ \text{s})} = -10{,}3\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

c) Al no existir variación en la posición, el vector velocidad media es nulo: $\Delta\vec{r} = 0 \Rightarrow \vec{v}_m = 0\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

Mientras que la rapidez media será: $v_m = \dfrac{e}{\Delta t} = \dfrac{(600+600)\ \text{m}}{(72-58)\ \text{s}} = 9{,}2\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

24. La posición de un móvil que se desplaza a lo largo del eje X viene dada por $x(t) = t^2 - 10t - 2$, en unidades del SI. Calcula:

a) La posición inicial y las posiciones para t = 2 s y t = 10 s.

b) ¿En qué instante el móvil cambia de sentido?

c) La velocidad media entre los instantes del apartado a).

d) La rapidez y la aceleración para t = 2 s.

a) Sustituyendo en la ecuación de la posición los diferentes valores del tiempo:

$$x(0) = -2\ \text{m};\ x(2) = -18\ \text{m y } x(10) = -2\ \text{m}$$

b) El móvil cambiará de sentido cuando lo haga su velocidad. Ésta se calcula derivando la posición respecto del tiempo.

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} = (2t - 10)\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$$

Igualando la velocidad instantánea a cero se calcula dicho tiempo: $(2t - 10) = 0 \Rightarrow t = 5$ s

c) $v_m = \dfrac{(-2+18)\text{ m}}{(10-2)\text{ s}} = 2\text{ m s}^{-1}$

d) Para calcular la rapidez se sustituye en la ecuación de la velocidad: $v(2) = 2 \cdot 2 - 10 = -6$ m s^{-1}

La aceleración: $a = \dfrac{dv}{dt} = 2\text{ m s}^{-2}$

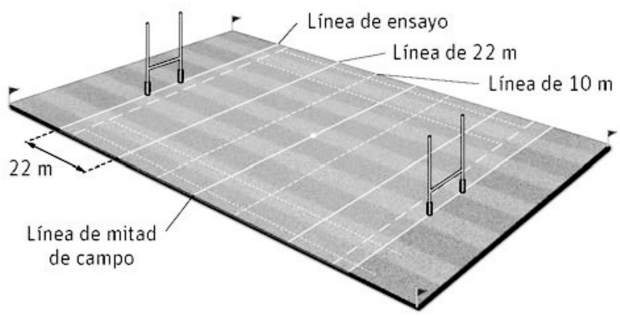
25. Se ha determinado experimentalmente que la velocidad que alcanza una pelota impulsada con la mano por un jugador de pelota vasca, puede alcanzar los 100 km h^{-1} al chocar con el frontón y unos 90 km h^{-1} tras rebotar en él.

Con ayuda de una cámara de alta velocidad se ha determinado que la pelota está en contacto con el frontón 3,50 · 10^{-2} s. Calcula la aceleración media de la pelota durante ese intervalo de tiempo.

Considerado el sentido hacia el frontón como negativo: 100 km h^{-1} = 27,8 m s^{-1}; 90 km h^{-1} = 25 m s^{-1}

$$a_m = \frac{(25+27{,}8)\text{ m s}^{-1}}{(3{,}5\cdot 10^{-2})\text{ s}} = 1{,}5\cdot 10^{3}\text{ m s}^{-2}$$

26. Un jugador de rugby recibe el balón en la línea de 22 y corre hasta realizar un ensayo, tardando 3,1 s en recorrer la distancia entre ambas líneas.



a) Calcula la velocidad media suponiendo que se tome el origen de coordenadas en la línea de ensayo.

b) ¿Cambiará dicha velocidad si se toma el origen de coordenadas en el centro del campo?

c) Con los datos del problema, ¿podríamos decir que ha corrido en línea recta?

a) Según los datos, la posición inicial es de 22 m y la final de 0 m.

$$v_m = \frac{(0-22)\text{ m}}{(3{,}1)\text{ s}} = -7{,}1\text{ m s}^{-1}$$

b) La velocidad media es independiente del sistema de referencia elegido. Esto se puede comprobar matemáticamente. Si suponemos que el centro del campo se encuentra a 50 m (posición inicial), la final será de 28 m. Sustituyendo estos datos en la ecuación de la velocidad media:

$$v_m = \frac{(28-50)\text{ m}}{(3{,}1)\text{ s}} = -7{,}1\text{ m s}^{-1}$$

c) No. Sólo nos da posición inicial y final, no nos indica nada sobre su trayectoria. Los jugadores, generalmente, driblan a los jugadores del equipo contrario, por lo tanto no suelen correr en línea recta.

27. En 1997 se superó por primera vez la velocidad del sonido con un coche propulsado con dos motores a reacción. Para ello, el conductor hizo dos carreras, una en cada sentido. En la primera cubrió la distancia de 1609 m en 4,720 s. Cuando lo hizo en el sentido contrario cubrió la misma distancia en 4,695 s. Determina la velocidad media en cada tramo.

Sentido positivo $v_m = \dfrac{(1609-0)\text{ m}}{(4{,}720)\text{ s}} = 341\text{ m s}^{-1}$. Sentido contrario $v_m = \dfrac{(0-1609)\text{m}}{(4{,}720)\text{s}} = -343\text{ m s}^{-1}$

28. Durante una parte de la caída de un paracaidista su velocidad aumenta desde 16 m s^{-1} hasta 28 m s^{-1} en 1,3 s. Tras abrirse el paracaídas, su velocidad disminuye de 48 a 26 m s^{-1} en 11 s. En ambos casos determina el módulo y el sentido de la aceleración media

Considerando el sentido de la caída negativo. $v_0 = -16$ m s^{-1}; $v_f = -28$ m s^{-1}

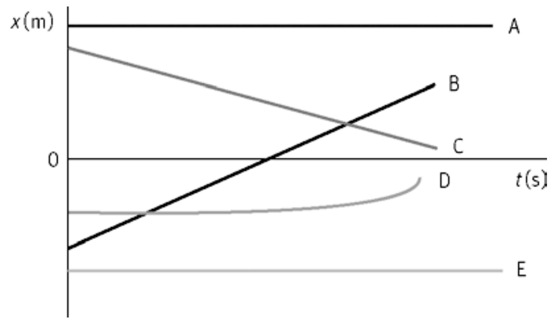
$$a_m = \frac{(-28+16)\ \text{m s}^{-1}}{(1{,}2)\ \text{s}} = -10\ \text{m s}^{-2}$$

Con paracaídas: $v_0 = -48$ m s^{-1}; $v_f = -26$ m s^{-1}

$$a_m = \frac{(-26+48)\ \text{m s}^{-1}}{(11)\ \text{s}} = 2{,}0\ \text{m s}^{-2}$$

Estudio gráfico del movimiento

29. En la grafica posición-tiempo se representa el movimiento de diferentes objetos. Responde, de forma razonada, a las siguientes cuestiones.



a) ¿Qué objetos están en reposo?

b) ¿Qué objeto tiene aceleración?

c) ¿Quién tiene mayor rapidez B o C?

d) ¿Qué objeto cambia de sentido?

e) ¿Qué objeto se nueve en el mismo sentido que B?

a) Los que tienen pendiente nula: A y E.

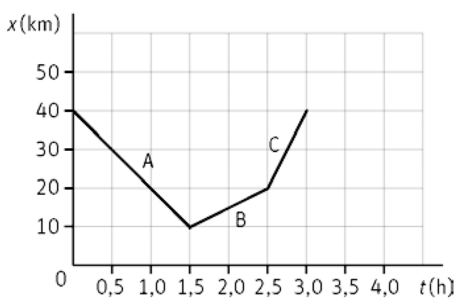
b) Aquellos que tengan pendiente variable, es decir, la gráfica sea curva: D.

c) El de mayor pendiente, es decir, el B.

d) Ninguno. Para cambios de sentido debe cambiar la pendiente de positiva a negativa o viceversa.

e) Aquel que tenga la pendiente positiva: D.

30. Un autobús realiza un viaje de acuerdo con la gráfica adjunta posición-tiempo. Determina la velocidad media en cada uno de los tres segmentos. Expresa el resultado en unidades del SI.



Sabiendo que la velocidad media es la pendiente de recta:

Tramo A: $v_m = \dfrac{(10-40)\ \text{km}}{(1{,}5-0)\ \text{h}} = -20\ \text{km}\,\text{h}^{-1} = -5{,}6\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

Tramo B: $v_m = \dfrac{(20-10)\ \text{km}}{(2{,}5-1{,}5)\ \text{h}} = 10\ \text{km}\,\text{h}^{-1} = 2{,}8\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

Tramo C: $v_m = \dfrac{(40-20)\ \text{km}}{(3-2{,}5)\ \text{h}} = 40\ \text{km}\,\text{h}^{-1} = 11{,}1\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

31. La tabla siguiente indica las posiciones de un ciclista en función del tiempo:

***t*(h)**	1	1,5	2	2,5	3
***x*(km)**	45	335	25	15	5

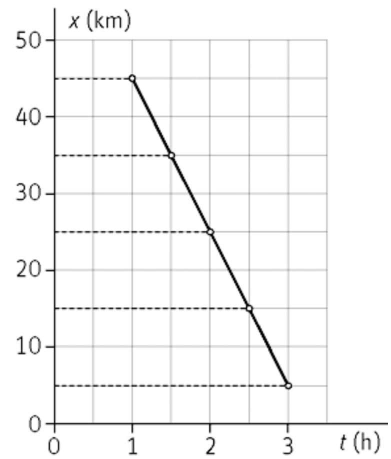
a) Dibuja la gráfica *x*-*t* e indica, el sentido del movimiento.

b) ¿El movimiento es variado?

c) Calcula la velocidad media en m s^{-1} entre *t* = 1,5 h y *t* = 3 h.

d) Si tomáramos otro intervalo de tiempo, ¿cambiaría la velocidad media?

a) El ciclista se dirige hacia el origen de coordenadas.



b) Como la pendiente es constante, el movimiento no es variado, es uniforme.

c) $v_m = \dfrac{(5-35)\ \text{km}}{(3-1{,}5)\ \text{h}} = -20\ \text{km}\,\text{h}^{-1} = -5{,}6\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

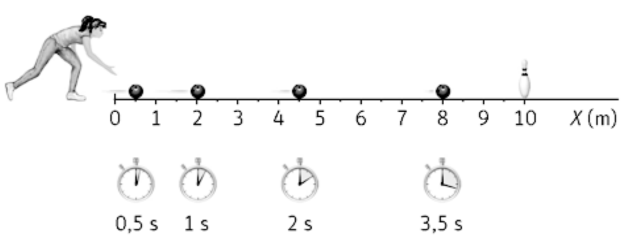
d) No, ya que la pendiente es constante.

32. La siguiente figura muestra las posiciones que ocupa una bola en una bolera en función del tiempo:

a) ¿Cuál es la posición inicial y final?

b) Indica si el movimiento es uniforme o variado.

c) Determina la velocidad media entre *t* = 0,5 s y *t* = 2 s.



a) La posición inicial es 0,5 m y la final 8,0 m.

b) El movimiento de la bola sería uniforme, si recorriera espacios iguales en tiempos iguales. Como se observa en la figura, esto no ocurre, por lo tanto, el movimiento es variado.

c) $v_m = \dfrac{(4{,}5-0{,}5)\ \text{m}}{(2-0{,}5)\ \text{s}} = 2{,}7\ \text{m}\,\text{s}^{-1}$

33. Un cartero reparte cartas por una calle recta. Sale a las 9 de la mañana y camina a velocidad constante de 0,75 m s^{-1}. A los 10 min se para durante 2 min en un edificio para repartir las cartas. Sigue andando a 1 m s^{-1} hasta el siguiente edificio situado a 90 m del anterior y tarda en repartir las cartas 1 min. Luego vuelve a la oficina con una velocidad de 1,5 m s^{-1}.

a) Representa el movimiento de ida y vuelta del cartero en una gráfica posición-tiempo.

b) Indica el tipo de movimiento del cartero en cada tramo.

a) En el primer tramo recorre: x = (0,75 m s^{-1}) (600 s) = 450 m

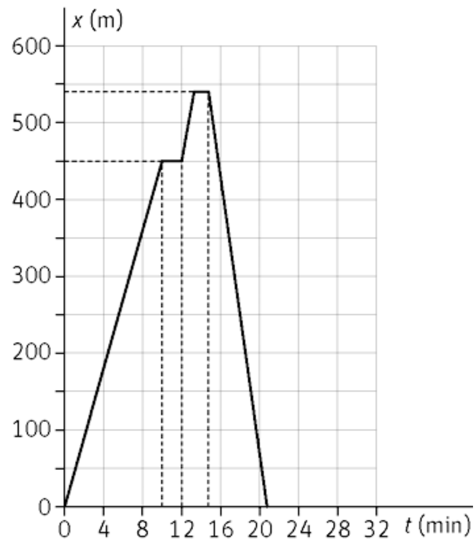
En el segundo tramo permanece en reposo 2 minutos.

En el tercer tramo lo recorre en: $t = \dfrac{(90\ \text{m})}{(1\ \text{m}\,\text{s}^{-1})} = 90\ \text{s}$

En el cuarto tramo está en reposo durante 1 minuto.

El último tramo se corresponde con la vuelta y recorre una distancia: 450 m + 90 m = 540 m en:

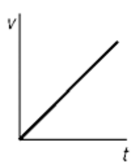
$$t = \frac{(540\ \text{m})}{(1{,}5\ \text{m}\,\text{s}^{-1})} = 360\ \text{s} = 6\ \text{min}$$



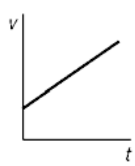
b) Como se observa en la gráfica: en el primer, tercer y quinto tramo, el movimiento es uniforme. La pendiente negativa del último tramo nos indica que ha cambiado de sentido. En los otros dos el cartero está en reposo.

34. Una moto acelera uniformemente de 80 km h^{-1} a 115 km h^{-1} en 9 s. Indica cuál de las gráficas *v-t* describe dicho movimiento.

a)

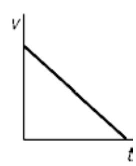


b)



c)

d)



El movimiento de la moto es uniformemente acelerado con aceleración positiva. Por lo tanto, la gráfica *v-t* tiene que ser una recta cuya pendiente sea positiva. Podría ser la a) o la b). Como el enunciado nos indica que cuando el cronómetro se pone en marcha la moto tiene velocidad inicial no nula, la gráfica que describe el movimiento es la b).

Movimiento en dos dimensiones

35. Una partícula se mueve en un plano. Su coordenadas son (2 m, 3 m) para t = 0 s; (6 m, 7 m) para t = 2 s y (13 m, 4 m) para t = 5 s. Calcula:

a) La velocidad media entre t = 0 s y t = 2 s.

b) La velocidad media entre t = 2 s y t = 5 s.

a) Los vectores de posición son: $\left.\begin{array}{l}\vec{r}(0)=\left(2\vec{i}+3\vec{j}\right)\text{m}\\ \vec{r}(2)=\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v}_m=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}-\left(2\vec{i}+3\vec{j}\right)\text{m}}{(2-0)\text{ s}}=\left(2\vec{i}+2\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

b) Los vectores de posición son: $\left.\begin{array}{l}\vec{r}(2)=\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}\\ \vec{r}(5)=\left(13\vec{i}+4\vec{j}\right)\text{m}\end{array}\right\}\Rightarrow \vec{v}_m=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(13\vec{i}+4\vec{j}\right)\text{m}-\left(6\vec{i}+7\vec{j}\right)\text{m}}{(5-2)\text{ s}}=\left(2{,}3\vec{i}-\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

36. Una jugadora de balonvolea golpea el balón de forma que la ecuación del movimiento de este es: $\vec{r}(t)=6t\,\vec{i}+\left(1{,}6t-5t^2\right)\vec{j}$ expresado en unidades del SI. Calcula:

a) Los vectores posición en los instantes *t* = 0 y *t* = 2 s.

b) El vector desplazamiento para el intervalo anterior.

c) La velocidad media en dicho intervalo.

d) La velocidad instantánea para *t* = 0 s.

a) Al sustituir en la ecuación del vector de posición los valores del tiempo:

$$\vec{r}(0)=\left[6\cdot 0\,\vec{i}+\left(1+6\cdot 0-5\cdot 0^2\right)\vec{j}\right]=1\,\vec{j}\text{ m};\ \vec{r}(2)=6\cdot 2\,\vec{i}+\left(1+6\cdot 2-5\cdot 2^2\right)\vec{j}=\left(12\,\vec{i}-7\,\vec{j}\right)\text{m}$$

b) $\Delta\vec{r}=\left(12\vec{i}-7\vec{j}\right)-\vec{j}=\left(12\vec{i}-8\vec{j}\right)\text{m}$

c) $\vec{v}_m=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}=\dfrac{\left(12\vec{i}-8\vec{j}\right)\text{m}}{(2-0)\text{ s}}=\left(6\vec{i}-4\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

d) La velocidad instantánea se obtiene derivando el vector de posición respecto del tiempo:

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt}=\left[6\vec{i}+(6-10t)\vec{j}\right]\text{m s}^{-1}$$

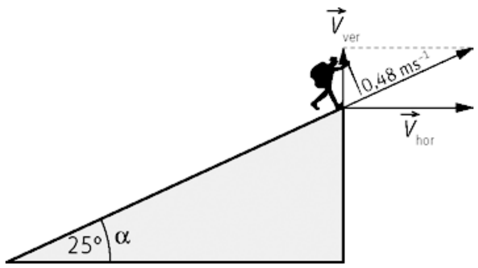
En el instante inicial toma el valor: $\vec{v}(0)=\left(6\,\vec{i}+6\,\vec{j}\right)\text{m s}^{-1}$

37. El montañero sube por una ladera en rampa de 25º a una velocidad de 0,48 m s^{-1}. Determina las componentes vertical y horizontal de la velocidad del montañero.

Según se deduce del dibujo: $v_y = v$ sen α y $v_x = v$ cos α

v_y = 0,48 sen 25º = 0,20 m s^{-1}

v_x = 0,48 cos 25º = 0,44 m s^{-1}



38. El gráfico muestra el perfil de una etapa de la vuelta a España (La Robla-Lagos de Covadonga). La Robla se encuentra a 1020 m sobre el nivel del mar y el final de la etapa a 1130 m. El recorrido de la etapa fue de 186,7 km.

Sabiendo que la distancia en línea recta horizontal entre ambos puntos es de 73 km, determina:

a) El vector posición en La Robla y en el final de la etapa.

b) El desplazamiento entre ambos puntos, ¿coincide con la distancia recorrida?

c) La rapidez media y la velocidad media sabiendo que la etapa duró 5 h 1 min 23 s.

a) Tomando como origen el nivel del mar en la vertical con La Robla:

$$\vec{r}_0 = (1020\,\vec{j}\,)\text{ m};\ \vec{r}_\text{f} = (7{,}3\cdot 10^4\,\vec{i} + 1{,}13\cdot 10^3\vec{j}\,)\text{ m}$$

b) $\Delta\vec{r} = \left(7{,}3\cdot 10^4\,\vec{i} + 1{,}13\cdot 10^3\vec{j}\,\right)\text{m} - (1020\vec{j}\,)\text{ m} = (7{,}3\cdot 10^4\,\vec{i} + 1{,}10\cdot 10^2\vec{j}\,)\text{ m}$

El módulo del vector desplazamiento es:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\left(7{,}3\cdot 10^4\right)^2 + \left(1{,}10\cdot 10^2\right)^2} = 7{,}3\cdot 10^4\text{ m}$$

No coincide este módulo con la distancia recorrida en la etapa. Aproximadamente coincide con la distancia medida en la horizontal. Esto se debe a que la diferencia de altura entre ambos casos es despreciable frente a dicha distancia horizontal.

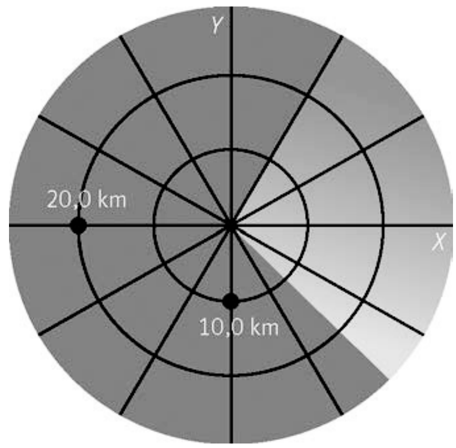
c) 5h 1 min 23 s equivalen a 18083 s; o lo que es igual: $1{,}81\cdot 10^4$ s

La rapidez media es: $v_\text{m} = \dfrac{\left(186{,}7\cdot 10^3\right)\text{m}}{\left(1{,}81\cdot 10^4\right)\text{s}} = 10{,}3\text{ m s}^{-1}$

La velocidad media es un vector, que se calcula:

$$\vec{v}_\text{m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\left(7{,}3\cdot 10^3\,\vec{i} + 1{,}10\cdot 10^2\,\vec{j}\,\right)\text{m}}{\left(1{,}81\cdot 10^4\text{ s}\right)} = \left(4{,}0\,\vec{i} + 0{,}01\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1}$$

39. Un operador de radar estacionario determina que un buque se encuentra 10,0 km al sur de él (sentido negativo del eje *Y*). Una hora más tarde el mismo barco está a 20,0 km al oeste (sentido negativo del eje *X*). Si la nave se movió a una velocidad constante y siempre en la misma dirección, calcula la velocidad media en ese tiempo.



El vector posición es:

$\vec{r}\,(0) = \left(-10{,}0\vec{j}\,\right)$ km y después $\vec{r}\,(1) = \left(-20{,}0\,\vec{i}\,\right)$ km

Con lo que: $\Delta\vec{r} = -20{,}0\,\vec{i} - (-10{,}0\vec{j}\,) = (-20{,}0\,\vec{i} + 10{,}0\vec{j}\,)$km

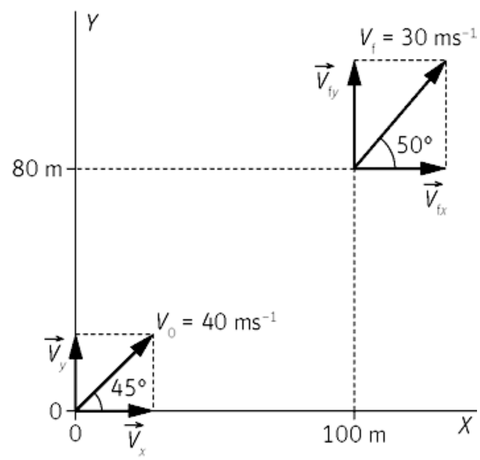
Y por lo tanto, al ser el incremento de tiempo de 1 hora:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \left(-20{,}0\vec{i} + 10{,}0\,\vec{j}\,\right)\text{km h}^{-1}$$

40. Para *t* = 0 s, una partícula está localizada en el origen de coordenadas y tiene una velocidad de 40 m s^{-1}, formando un ángulo de 45º con la horizontal. A los 3 s, la partícula se encuentra en el punto (100 m, 80 m) con una velocidad de 30 m s^{-1} y formando un ángulo con la horizontal de 50º. Calcula:

a) La velocidad media entre *t* = 0 y *t* = 3 s.

b) La aceleración media en el mismo intervalo de tiempo.



a) Los vectores de posición son: $\vec{r}_0 = 0\text{ m}; \vec{r}_\text{f} = (100\,\vec{i} + 80\vec{j}\,)$m

$$\vec{v}_\text{m} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\left(100\vec{i} + 80\,\vec{j}\,\right)\text{m}}{(3-0)\text{ s}} = \left(33{,}3\vec{i} + 26{,}7\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1}$$

b) Para determinar la aceleración media se calculan primero los vectores velocidad:

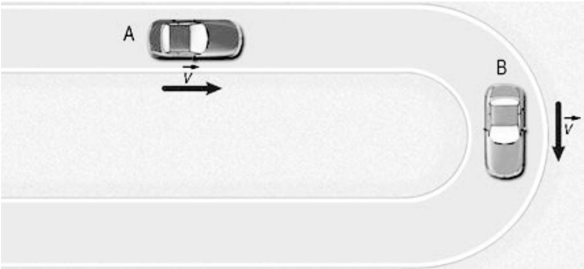
$$\vec{v}_0 = 40\cos 45^\circ\,\vec{i} + 40\text{ sen }45^\circ\,\vec{j} = \left(28{,}3\,\vec{i} + 28{,}3\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1}$$

$$\vec{v}_\text{f} = 30\cos 50^\circ\,\vec{i} + 30\text{ sen }50^\circ\,\vec{j} = \left(19{,}3\,\vec{i} + 23{,}0\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1}$$

$$\vec{a}_\text{m} = \frac{\left(19{,}3\,\vec{i} + 23{,}0\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1} - \left(28{,}3\,\vec{i} + 28{,}3\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-1}}{(3-0)\text{ s}} = \left(-3\,\vec{i} - 1{,}8\,\vec{j}\,\right)\text{m s}^{-2}$$

Aceleración en los movimientos curvilíneos

41. Dos coches se mueven con la misma rapidez. El coche A se mueve a lo largo de una carretera recta, mientras que el B lo hace en un tramo curvo.



Razona cúal de las siguientes afirmaciones es la verdadera:

a) La aceleración de ambos es cero, ya que se mueven con rapidez constante.

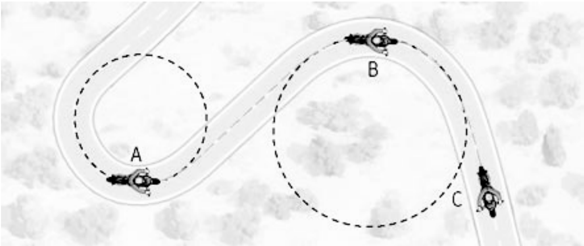
b) El coche A tiene aceleración y el B no.

c) El cohe A no tiene aceleración y el B sí.

d) Ninguno de los dos tiene aceleración.

La afirmación verdadera es la c). El coche B posee aceleración normal al describir un movimiento curvo; mientras que A no posee aceleración alguna.

42. Una moto se mueve en un circuito como el de la figura con una rapidez constante.



a) ¿Dónde es mayor la aceleración normal en A o en B?

b) ¿La aceleración normal es mayor en B o en C?

a) En A. La aceleración normal es inversamente proporcional al radio, y por lo tanto, tendrá mayor aceleración la moto que circula por la curva de menor radio.

b) En B. En C se mueve con rapidez constante en un tramo recto, por lo tanto, no tiene a_n.

43. Un lanzador de disco gira sobre su cuerpo describiendo una trayectoria circular de 1,05 m de radio para conseguir un mayor impulso. Si la velocidad máxima del disco al salir de la mano del lanzador es de 20,0 m s^{-1}, determina el módulo de la aceleración normal un instante antes de que lo lance.

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(20\ \mathrm{m\,s^{-1}}\right)^2}{(1{,}05\ \mathrm{m})} = 381\ \mathrm{m\,s^{-2}}$$

44. Un astronauta puede llegar a sentir aceleraciones de 3*g*, siendo *g* = 9,81 m s^{-2}. Para entrenarse antes de partir al espacio, el astronauta se coloca en el extremo de un brazo mecánico que gira a velocidad constante en un círculo horizontal. ¿A qué velocidad gira el brazo mecánico para obtener una aceleración normal de 3,00*g*? El radio del brazo es de 9,45 m.

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_n R} = \sqrt{3\cdot\left(9{,}81\ \mathrm{m\,s^{-2}}\right)(9{,}45\ \mathrm{m})} = 16{,}7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

45. Un astronauta se está acoplando a un satélite que se encuentra en una órbita de radio 7000 km alrededor de la Tierra. En dicha órbita la aceleración normal es de 8,21 m s^{-2}. Calcula la velocidad con la que gira el satélite y el tiempo que tarda en dar una vuelta completa alrededor de la Tierra.

Se calcula la velocidad del satélite en la órbita:

$$a_n = \frac{v^2}{R} \Rightarrow v = \sqrt{a_n R} = \sqrt{(8{,}21\,\text{m s}^{-2})(7 \cdot 10^6\ \text{m})} = 7{,}58 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1}$$

En una vuelta completa el satélite recorre una distancia de $2\pi R$.

$$t = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot (7 \cdot 10^6\ \text{m})}{(7{,}58 \cdot 10^3\ \text{m s}^{-1})} = 5{,}80 \cdot 10^3\ \text{s}$$

46. Un automóvil cuya velocidad aumenta a un ritmo de 0,600 m s^{-2} se desplaza a lo largo de una curva de radio 20,0 m. Cuando la velocidad instantánea del automóvil es de 4 m s^{-1}, calcula:

a) La aceleración tangencial.

b) La aceleración normal.

c) La aceleración total.

a) La aceleración tangencial es 0,600 m s^{-2}.

b) $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(4{,}0\,\text{m s}^{-1})^2}{(20\,\text{m})} = 0{,}80\,\text{m s}^{-2}$

c) La aceleración total es: $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0{,}600^2 + 0{,}800^2} = 1{,}00\,\text{m s}^{-2}$

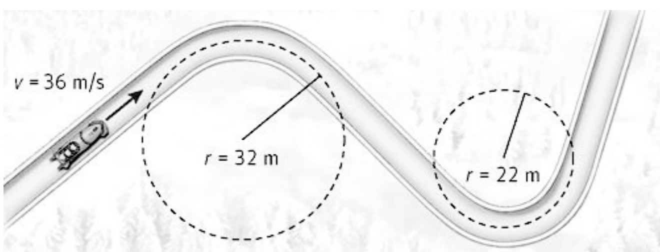
47. El *London Eye* es una de las atracciones turísticas más interesantes cuando se visita la ciudad de Londres. Consiste en una noria de 120 m de diámetro desde la que se puede observar toda la ciudad. Sabiendo que la noria tarda unos 24 minutos en dar una vuelta completa, calcula la aceleración normal a la que se ve sometida una persona en el *London Eye*.

$$2\pi R = vt \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{t} = \frac{2\pi \cdot (60\ \text{m})}{(1440\,\text{s})} = 0{,}26\,\text{m s}^{-1}$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(0{,}26\,\text{m s}^{-1})^2}{(60\ \text{m})} = 1{,}13 \cdot 10^{-3}\ \text{m s}^{-2}$$

48. Una pista de *bobsleigh* tiene la forma de la figura. Suponiendo que la velocidad con la que baja es 36 m s^{-1} y que no varíe al ir de una curva a otra, calcula la aceleración centrípeta en ambas curvas.

Expresa la respuesta en múltiplos de *g* (9,81 m s^{-2}).



En la primera curva: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(36\,\text{m s}^{-1})^2}{(32\,\text{m})} = 40{,}5\,\text{m s}^{-2} \Rightarrow (40{,}5\,\text{m s}^{-2}) \cdot \dfrac{g}{(9{,}81\,\text{m s}^{-2})} = 4{,}13\,g$

En la segunda curva: $a_n = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(36\,\text{m s}^{-1})^2}{(22\,\text{m})} = 59{,}0\,\text{m s}^{-2} \Rightarrow (59{,}0\,\text{m s}^{-2}) \cdot \dfrac{g}{(9{,}81\,\text{m s}^{-2})} = 6{,}00\,g$

49. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

50. Actividad sm**Savia**digital.com RESUELVE

La física y… la navegación

1. **¿A cuántos grados equivale una hora entre el tiempo en la nave y el del puerto de partida?**

La Tierra tarda en dar una vuelta completa sobre sí misma 24 horas, por lo tanto:

$$(360^{\circ})\left(\frac{1\ \text{h}}{24\ \text{h}}\right)=15^{\circ}$$

2. **Si estás en el ecuador, ¿a cuántos kilómetros equivalen los grados anteriores?**

Teniendo en cuenta que el radio terrestre es de 6370 km:

$$2\pi R\cdot\frac{(15^{\circ})}{(360^{\circ})}=2\pi\cdot\left(6,37\cdot10^{6}\ \text{m}\right)\cdot\frac{(15^{\circ})}{(360^{\circ})}=1,67\cdot10^{6}\ \text{m}$$

Autoevaluación

1. **En los movimientos unidimensionales:**

a) Nunca hay cambio de sentido.

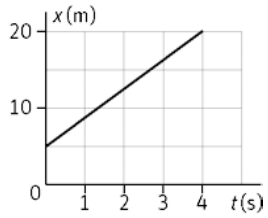
b) El desplazamiento siempre coincide con el espacio recorrido.

c) La trayectoria es una recta.

d) Es imprescindible utilizar vectores.

a) Falso; b) Falso; c) Verdadero; d) Falso

2. **A partir de la gráfica determina la velocidad para *t* = 2 s.**



a) No se puede calcular

b) 13,5 km h^{-1}

c) 15 m s^{-1}

d) −3,75 m s^{-1}

b

3. **Si en una gráfica velocidad-tiempo, la línea cruza el eje *X* de la región positiva a la negativa:**

a) Su velocidad aumenta.

b) El móvil ha cambiado de sentido.

c) No tiene aceleración.

d) Ninguna de las anteriores.

b

4. **Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas.**

a) En los movimiento curvilíneos siempre existe aceleración.

b) Si la aceleración normal es cero el movimiento es rectilíneo.

c) Si un coche acelera en una curva, posee aceleración tangencial y normal.

d) La aceleración normal apunta a la parte exterior de las curvas.

a) Verdadero; b) Verdadero; c) Verdadero; d) Falso

5. **Un ciclista en un *sprint* es capaz de pasar de 15 m s^{-1} a 72 km h^{-1} en 2 s. Su aceleración media es:**

a) 28,5 m s^{-2}

b) 2,5 m s^{-1}

c) 2,5 m s^{-2}

d) 17,5 m s^{-2}

c

6. **Un coche toma una curva de 100 m de radio. En un punto determinado de esta su velocidad es de 72 km h^{-1} y la aceleración tangencial –2 m s^{-2}. El módulo de la aceleración es:**

a) –2 m s^{-2}

b) 4 m s^{-2}

c) 4,5 m s^{-2}

d) 3,5 m s^{-2}

c