

EXAMEN – Potencias y raíces (RESUELTO)

Ejercicio 1. (1 pto.)

Reduce y di la propiedad empleada:

a) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5$

b) $(5^4)^3$

c) $\frac{7^8}{7^3}$

d) $2^2 \cdot 5^2$

e) $\frac{21^3}{7^3}$

a) $3^2 \cdot 3^3 \cdot 3^5 = 3^{2+3+5} = \mathbf{3^{10}}$ $a^n \cdot a^m = a^{m+n}$

b) $(5^4)^3 = 5^{4 \cdot 3} = \mathbf{5^{12}}$ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

c) $\frac{7^8}{7^3} = 7^{8-3} = \mathbf{7^5}$ $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

d) $2^2 \cdot 5^2 = (2 \cdot 5)^2 = 10^2 = \mathbf{100}$ $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

e) $\frac{21^3}{7^3} = \left(\frac{21}{7}\right)^3 = 3^3 = \mathbf{27}$ $\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

Recuerda: $a^1 = a$; $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ veces}}$

Ejercicio 2. (1 pto.)

Representa como potencia de exponente negativo y calcula:

a) $4^3 \cdot \frac{1}{2^2}$

b) $\frac{9^4}{3^5}$

a) $4^3 \cdot \frac{1}{2^2} = (2^2)^3 \cdot 2^{-2} = 2^{2 \cdot 3} \cdot 2^{-2} = 2^{6-2} = 2^4 = \mathbf{16}$

b) $\frac{9^4}{3^5} = \frac{(3^2)^4}{3^5} = 3^{2 \cdot 4} \cdot 3^{-5} = 3^{8-5} = 3^3 = \mathbf{27}$

Recuerda: Si a es un número racional $\neq 0$ y n es entero positivo $\Rightarrow$

$$a^0 = 1; a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejercicio 3. (2 pto.)

Calcula las siguientes raíces y justifica:

a) $\sqrt{\frac{81}{25}}$

b) $\sqrt{484}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}}$

d) $\sqrt[5]{1024}$

a) $\sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{9}{5} \Leftrightarrow \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$

b) $\sqrt{484} = 22 \Leftrightarrow (22)^2 = 484$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{216}} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

d) $\sqrt[5]{1024} = 4 \Leftrightarrow (4)^5 = 1024$

Recuerda $\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$ La raíz es la operación contraria a la potencia, por tanto, el número elevado al índice de la raíz da como resultado el valor dentro de la raíz.

Ejercicio 4. (2 pto.)

Expresa con 2 cifras significativas. Calcula el error absoluto y relativo para cada caso.

a) Altura a la que vuela un avión: 8 962 m

b) Precio de una casa: 456 500 €

c) Gastos familiares de un mes: 1 472,75 €

a) Altura a la que vuela un avión: 8962 m $\approx$ **9000 m**

$$\text{Error absoluto} = |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = |8\,962 - 9\,000| = \mathbf{38}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{38}{8\,962} < \mathbf{0,004}$$

b) Precio de una casa: 456 500 € $\approx$ **460 000 €**

$$\begin{aligned}\text{Error absoluto} &= |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = \\ &= |456\,500 - 460\,000| = \mathbf{3500}\end{aligned}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{3500}{456\,500} < \mathbf{0,008}$$

c) Gastos familiares de un mes: 1 472,75 € $\approx$ **1500 €**

$$\begin{aligned}\text{Error absoluto} &= |\text{Valor real} - \text{Valor aproximado}| = \\ &= |1472,75 - 1500| = \mathbf{27,25}\end{aligned}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{\text{Error absoluto}}{\text{Valor real}} = \frac{27,25}{1472,75} < \mathbf{0,019}$$

Recuerda:

Las cifras significativas se usan para expresar un número aproximado y se utilizan aquellas cuya exactitud nos conste y de modo que sean relevantes para lo que se quiere transmitir.

El Error absoluto es una medida aproximada de la diferencia entre el valor real y el valor aproximado.

El Error relativo es el cociente entre el error absoluto y el valor real y es menor en tanto más cifras significativas se utilicen.

Ejercicio 5. (2 ptos.)

Escribe estos números en notación científica:

a) 58 700 000

b) 980 000 000 000

c) 0,000063

d) 0,00000000245

$$a) \underbrace{58\,700\,000}_{7 \text{ cifras}} = 5,87 \cdot 10^7$$

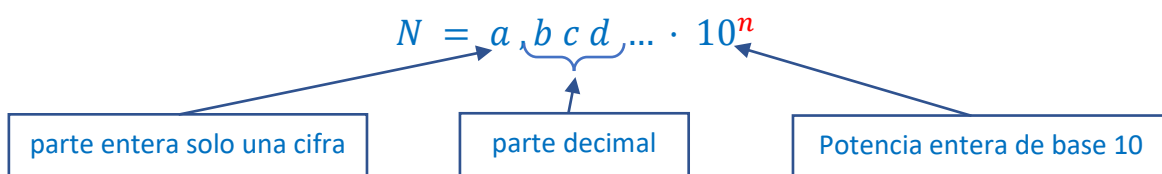
$$b) \underbrace{980\,000\,000\,000}_{11 \text{ cifras}} = 9,8 \cdot 10^{11}$$

$$c) \underbrace{0,000063}_{5 \text{ cifras}} = 6,3 \cdot 10^{-5}$$

$$d) \underbrace{0,00000000245}_{9 \text{ cifras}} = 2,45 \cdot 10^{-9}$$

Recuerda que: La notación científica de un número consta de:

- Una parte entera formada por una sola cifra que es distinta de cero
- El resto de las cifras significativas, si las hay, puestas como parte decimal.
- Una potencia de base 10 que da el orden de magnitud del número.



Si n es positivo, el número N es “grande”. Si n es negativo, entonces N es “pequeño”.

Ejercicio 6. (2 ptos.)

Según informe de la ONU la población mundial actual es de alrededor de $7,5 \cdot 10^9$ millones de habitantes. En un reloj que mide el crecimiento de la población se estima aumenta a 320 personas por minuto (entre nacimientos y fallecidos).

Si se mantiene ese ritmo de crecimiento, ¿cuándo llegaremos a 8 mil millones?

8 mil millones – poblacion actual = 8 000 000 000 – 7 500 000 000 =
= 500 000 000 $\Rightarrow$ personas que faltan para los 8 mil millones

$$\left. \begin{array}{l} 320 \text{ personas} \Rightarrow 1 \text{ minuto} \\ 500\,000\,000 \text{ personas} \Rightarrow x \text{ minutos} \end{array} \right\} x \text{ minutos} = \frac{500\,000\,000}{320} = 1\,562\,500 \text{ minutos}$$

$1\,562\,500 \text{ minutos} \xrightarrow{60 \text{ min}} \approx 26\,042 \text{ horas} \xrightarrow{24 \text{ h}} \approx 1085 \text{ días} \xrightarrow{365 \text{ días}} \approx 2 \text{ años y } 355 \text{ días}$

Se llegará a los 8 mil millones dentro de aproximadamente 2 años y 355 días