

1. [1,5 puntos] Realiza las siguientes operaciones con potencias. **Expresa el resultado, en forma de una única potencia o de producto de potencias de exponente entero.**

$$\text{a) } 3^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 27^{-2} ; \text{ b) } \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-1} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4}{18 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^3} ; \text{ c) } \frac{2^3 \cdot 8^{-3} \cdot 12^{-1} \cdot 3^2}{6^2 \cdot 16^{-2} \cdot 3^{-3}}$$

2. [1,5 puntos] **Simplifica al máximo** cada expresión con radicales. Si es posible, extrae factores del resultado final.

$$\text{a) } \left(\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{3}\right)^2 \cdot \sqrt{27} ; \text{ b) } \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} ; \text{ c) } 2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50}$$

3. [2 puntos] Racionaliza las siguientes expresiones con radicales y simplifica todo lo que se pueda el resultado.

$$\text{a) } \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} ; \text{ b) } \frac{4(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} - 1}$$

4. [2 puntos] Opera paso a paso y **expresa el resultado en notación científica**.

Nota. No es válido dar el resultado final utilizando la calculadora. Si lo haces, es sólo para comprobar que el resultado es correcto.

$$\text{a) } \frac{3 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4} + 0,4 \cdot 10^{-3}} ; \text{ b) } \frac{4,6 \cdot 10^2}{9,2 \cdot 10^{-4}} - \frac{10,8 \cdot 10^{-7}}{3,6 \cdot 10^{-13}}$$

5. [1,5 puntos] Calcula el valor final de cada expresión. Para ello, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_2 \sqrt{2} ; \text{ b) } \log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} ; \text{ c) } \log_5 125 + \log_3 \sqrt{27} - \log_5 5$$

6. [1,5 puntos] Halla el valor de x en cada uno de los apartados (**dar valores exactos, no se admiten soluciones con decimales**). Como en el ejercicio anterior, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_5 (2x - 1) = 2 ; \text{ b) } \log_{x+1} 9 = 2 ; \text{ c) } \log x = 2\log 4 - 3\log 2$$

Nota: lee bien los enunciados y contesta exactamente a lo que se pide en cada uno de ellos.

Soluciones

1. [1,5 puntos] Realiza las siguientes operaciones con potencias. **Expresa el resultado, en forma de una única potencia o de producto de potencias de exponente entero.**

$$a) 3^2 \cdot 9^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} \cdot 27^{-2} = 3^2 \cdot (3^2)^3 \cdot \left(\frac{3}{1}\right)^4 \cdot (3^3)^{-2} = 3^2 \cdot 3^6 \cdot 3^4 \cdot 3^{-6} = 3^6.$$

$$b) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 9^{-1} \cdot \left(\frac{8}{3}\right)^4}{18 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{9}{2}\right)^3} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \cdot (3^2)^{-1} \cdot \left(\frac{2^3}{3}\right)^4}{2 \cdot 3^2 \cdot \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3^2}{2}\right)^3} = \frac{3^3 \cdot 3^{-2} \cdot 2^{12}}{2^3 \cdot 3^4} = \frac{3^{-3} \cdot 2^9}{2^2 \cdot 3^6} = 2^7 \cdot 3^{-9}.$$

Observa que lo que se ha hecho es operar por separado el numerador y el denominador. El resultado de operar el numerador es $3^{-3} \cdot 2^9$, y el de operar el denominador es $2^2 \cdot 3^6$.

$$c) \frac{2^3 \cdot 8^{-3} \cdot 12^{-1} \cdot 3^2}{6^2 \cdot 16^{-2} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^3 \cdot (2^3)^{-3} \cdot (2^2 \cdot 3)^{-1} \cdot 3^2}{(2 \cdot 3)^2 \cdot (2^4)^{-2} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-9} \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-1} \cdot 3^2}{2^2 \cdot 3^2 \cdot 2^{-8} \cdot 3^{-3}} = \frac{2^{-8} \cdot 3^1}{2^{-6} \cdot 3^{-1}} = 2^{-2} \cdot 3^2 = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}.$$

2. [1,5 puntos] **Simplifica al máximo** cada expresión con radicales. Si es posible, extrae factores del resultado final.

$$a) \left(\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{3}\right)^2 \cdot \sqrt{27} = \left(\sqrt[3]{3^2} \cdot \sqrt[4]{3}\right)^2 \cdot \sqrt{3^3} = \sqrt[3]{3^4} \cdot \sqrt[4]{3^2} \cdot \sqrt{3^3} = \sqrt[12]{3^{16}} \cdot \sqrt[12]{3^6} \cdot \sqrt[12]{3^{18}} = \sqrt[12]{3^{40}} = 3^3 \cdot \sqrt[12]{3^4} = 27 \sqrt[3]{3}.$$

$$b) \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2^2 \cdot 2}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[3]{2^3}} = \sqrt{2 \cdot \sqrt[6]{2^6}} = \sqrt[12]{2^9} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}.$$

$$c) 2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} = 2\sqrt{2^3} + 5\sqrt{2^3 \cdot 3^2} - 7\sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2 \cdot 5^2} = \\ 2 \cdot 2\sqrt{2} + 5 \cdot 2 \cdot 3\sqrt{2} - 7 \cdot 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 30\sqrt{2} - 21\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = (4 + 30 - 21 - 5)\sqrt{2} = 8\sqrt{2}.$$

3. [2 puntos] Racionaliza las siguientes expresiones con radicales y simplifica todo lo que se pueda el resultado.

$$a) \frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{6})\sqrt{6}}{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{12} - \sqrt{36}}{2 \cdot 6} = \frac{\sqrt{2^2 \cdot 3} - 6}{12} = \frac{2\sqrt{3} - 6}{12} = \frac{\sqrt{3} - 3}{6}.$$

$$b) \frac{4(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} - 1} = \frac{4(\sqrt{5} + 2)(\sqrt{5} + 1)}{(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)} = \frac{4(\sqrt{25} + \sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5^2} - 1^2} = \frac{4(7 + 3\sqrt{5})}{4} = 7 + 3\sqrt{5}.$$

4. [2 puntos] Opera paso a paso y **expresa el resultado en notación científica.**

Nota. No es válido dar el resultado final utilizando la calculadora. Si lo haces, es sólo para comprobar que el resultado es correcto.

$$a) \frac{3 \cdot 10^{-3}}{20 \cdot 10^{-4} + 0,4 \cdot 10^{-3}} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3} + 0,4 \cdot 10^{-3}} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2,4 \cdot 10^{-3}} = \frac{3}{2,4} \cdot \frac{10^{-3}}{10^{-3}} = 1,25 \cdot 10^0 = 1,25.$$

$$b) \frac{4,6 \cdot 10^2}{9,2 \cdot 10^{-4}} - \frac{10,8 \cdot 10^{-7}}{3,6 \cdot 10^{-13}} = 0,5 \cdot 10^6 - 3 \cdot 10^6 = (0,5 - 3) \cdot 10^6 = -2,5 \cdot 10^6.$$

5. **[1,5 puntos]** Calcula el valor final de cada expresión. Para ello, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_2 \sqrt{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 2 = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}.$$

$$\text{b) } \log_5 \frac{1}{5\sqrt[3]{25}} = \log_5 \frac{1}{5 \cdot \sqrt[3]{5^2}} = \log_5 \frac{1}{5 \cdot 5^{\frac{2}{3}}} = \log_5 \frac{1}{5^{\frac{5}{3}}} = \log_5 5^{-\frac{5}{3}} = -\frac{5}{3} \log_5 5 = -\frac{5}{3} \cdot 1 = -\frac{5}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log_5 125 + \log_3 \sqrt{27} - \log_5 5 &= \log_5 5^3 + \log_3 \sqrt{3^3} - \log_5 5 = \log_5 5^3 + \log_3 3^{\frac{3}{2}} - \log_5 5 = \\ &= 3 \log_5 5 + \frac{3}{2} \log_3 3 - \log_5 5 = 3 + \frac{3}{2} - 1 = \frac{6+3-2}{2} = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

6. **[1,5 puntos]** Halla el valor de x en cada uno de los apartados. Como en el ejercicio anterior, procede de manera razonada haciendo uso de la definición de logaritmo o de las propiedades de los logaritmos.

$$\text{a) } \log_5 (2x-1) = 2 \Rightarrow 5^2 = 2x-1 \Rightarrow 25 = 2x-1 \Rightarrow 26 = 2x \Rightarrow x = 13.$$

$$\text{b) } \log_{x+1} 9 = 2 \Rightarrow (x+1)^2 = 9 \Rightarrow (x+1)^2 = 3^2 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2.$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \log x &= 2 \log 4 - 3 \log 2 \Rightarrow \log x = \log 4^2 - \log 2^3 \Rightarrow \log x = \log 16 - \log 8 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \log x = \log \frac{16}{8} \Rightarrow \log x = \log 2 \Rightarrow x = 2. \end{aligned}$$