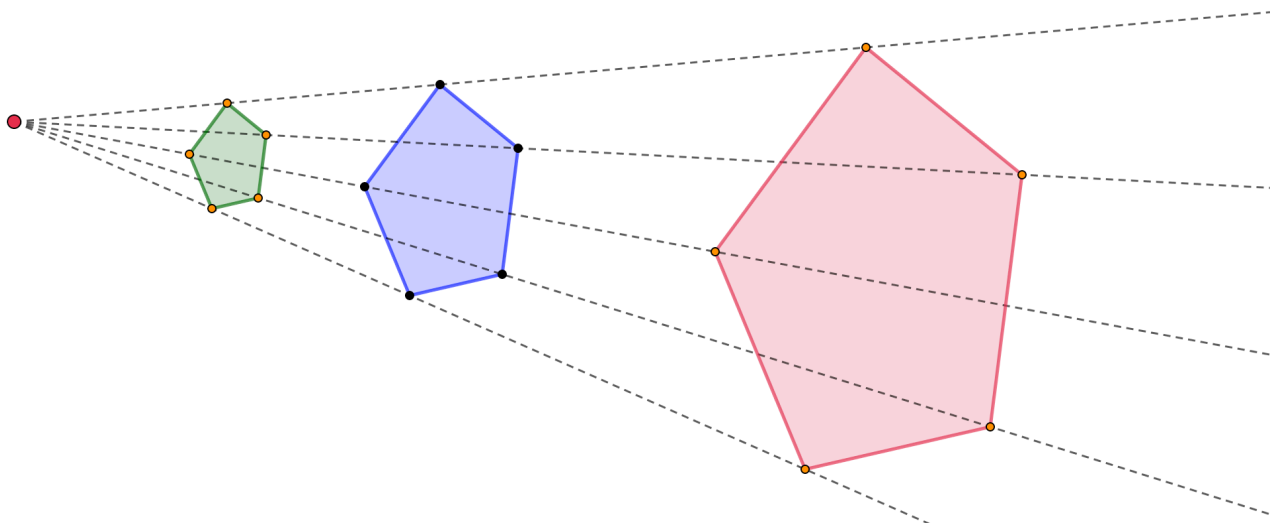
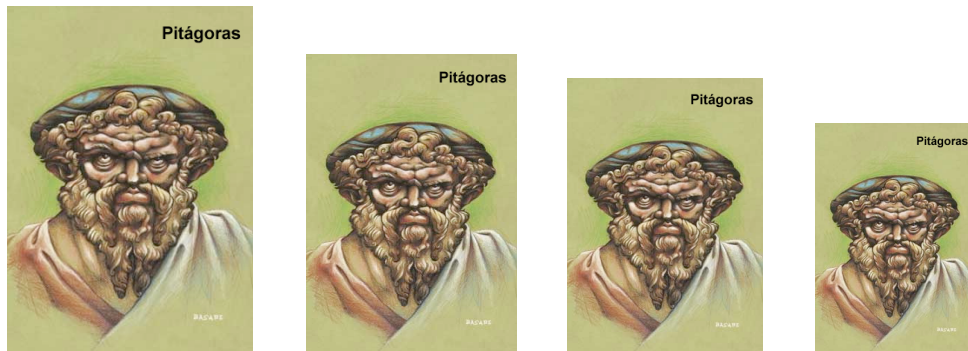




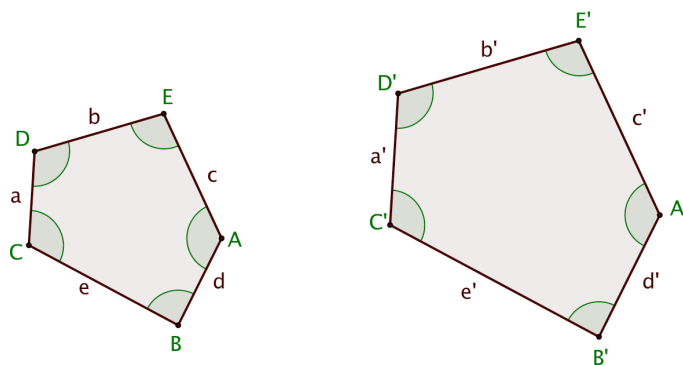
PROPORCIONALIDAD GEOMÉTRICA

FIGURAS SEMEJANTES

Dos **figuras** distintas son **semejantes** cuando sólo difieren en el tamaño y no en la forma. En tal caso, los segmentos correspondientes son proporcionales. Es decir, el cociente de las longitudes de los segmentos correspondientes es constante y se llama **razón de semejanza**.



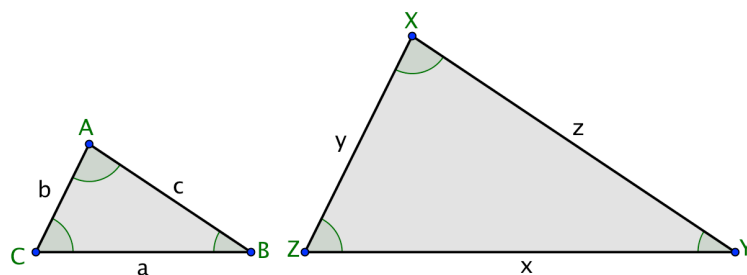
Dos **polígonos** se dicen **semejantes** si tienen los mismos ángulos y sus lados son proporcionales.



$$A = A' , B = B' , C = C' , D = D' , E = E'$$

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{d}{d'} = \frac{e}{e'}$$

En el caso particular de los **triángulos**, es suficiente que dos triángulos cumplan uno de los llamados **criterios de semejanza de triángulos**

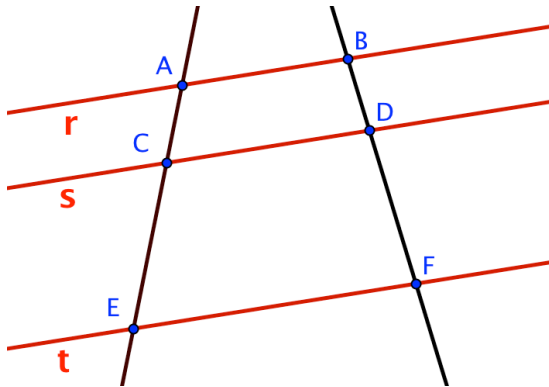


criterios de semejanza de triángulos

Dos triángulos son semejantes si cumplen **uno** de los criterios siguientes

I	II	III
si tienen dos de sus ángulos iguales	si sus lados son proporcionales	si tienen un ángulo igual y los lados que lo forman son proporcionales

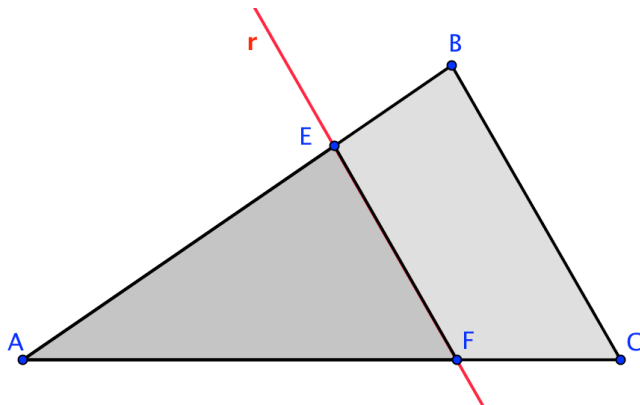
TEOREMAS DE TALES Y PITÁGORAS



Teorema de Tales

Si las rectas r , s y t son paralelas, se tienen las siguientes proporciones:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{CE}{DF} = \frac{AE}{BF}$$



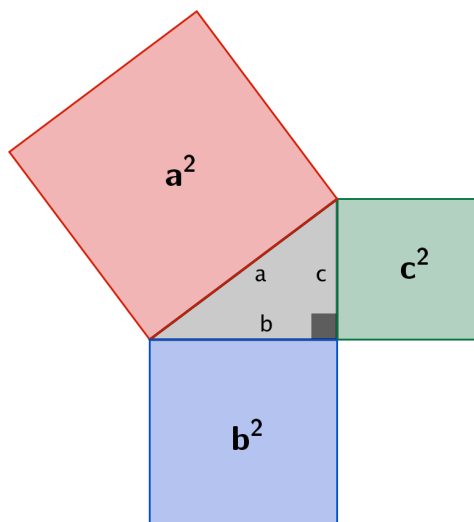
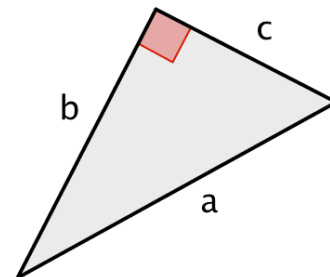
Como consecuencia de lo anterior, si cortamos el triángulo **ABC** por una recta r paralela a uno de sus lados, obtenemos un triángulo **AEF** semejante al anterior.

Teorema de Pitágoras

En un triángulo rectángulo se cumple

$$a^2 = b^2 + c^2$$

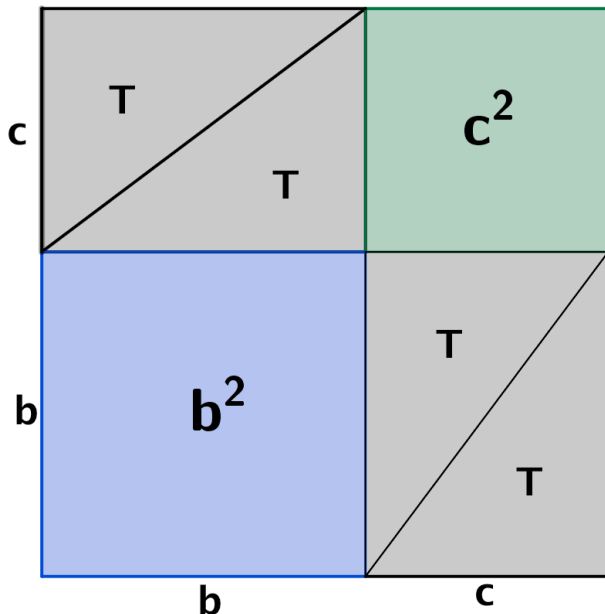
El cuadrado de la hipotenusa es la suma de los cuadrados de los catetos



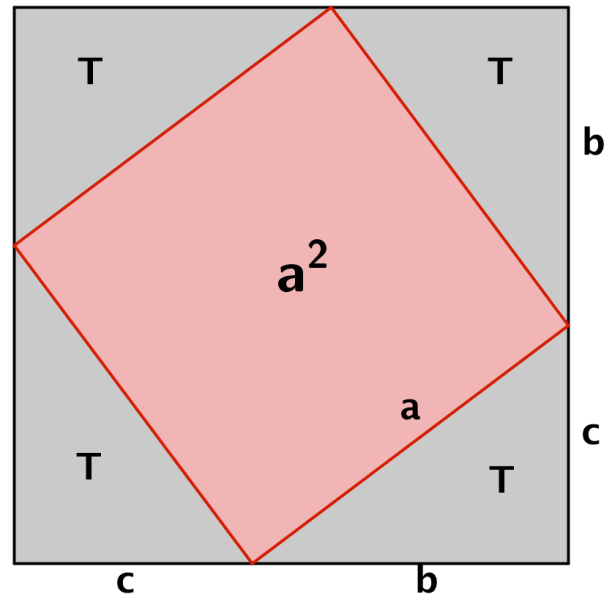
También puede interpretarse como:

El cuadrado construido sobre la hipotenusa tiene la misma superficie que los dos cuadrados construidos sobre los catetos juntos.

Demostración del teorema de Pitágoras



cuadrado de lado $b+c$
superficie = $4T + b^2 + c^2$



cuadrado de lado $b+c$
superficie = $4T + a^2$

Ambos cuadrados son iguales, su lado mide $b+c$. Por tanto, tienen la misma superficie.

$$\cancel{4T} + a^2 = \cancel{4T} + b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

ESCALAS

Una **escala** es una razón de semejanza entre dos figuras semejantes. Viene a expresar cuántas veces es más grande la realidad que su representación.

Por ejemplo, en un mapa a escala 1:5000, la realidad es 5000 veces mayor que el plano. Si tenemos una maqueta de un coche a escala 1:45, la maqueta es 45 veces más pequeña que el coche real

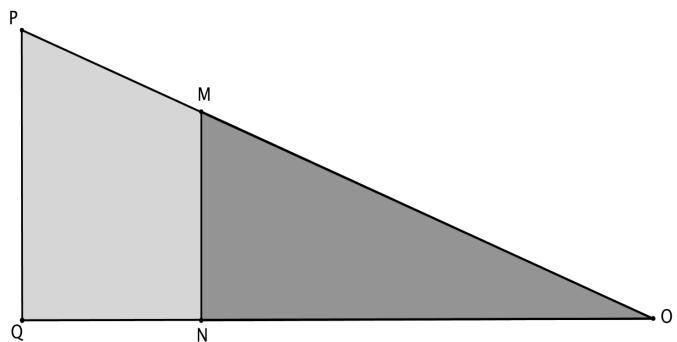
$$r = \frac{\text{longitud plano}}{\text{longitud real}} = \frac{\text{dist. mapa}}{\text{dist. real}} = \frac{\text{representación}}{\text{realidad}}$$

1. A una determinada hora del día, un palo vertical de 15dm de longitud da una sombra de 90cm. A esa misma hora la sombra de un edificio es de 30m. Dibuja la situación descrita en el enunciado y calcula la altura del edificio.

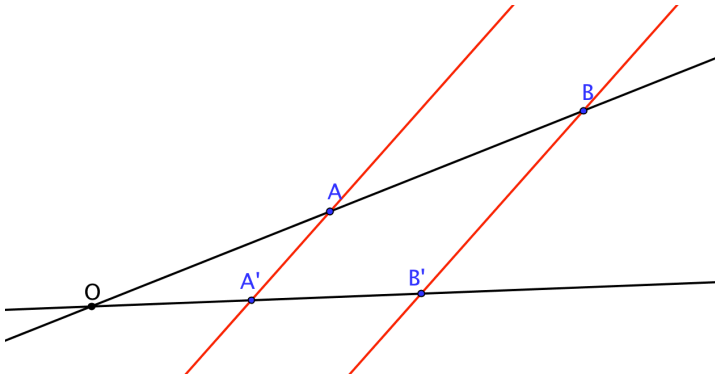
2. Un poste vertical de 14,5m de altura se encuentra a 10m de un edificio. Unas fuertes rachas de viento hacen caer el poste contra el edificio. Calcula en qué planta golpea el poste teniendo en cuenta que la planta baja tiene 3,5m de altura y el resto de plantas 2,5m cada una.

3. Para determinar que la altura de un eucalipto es de 11m, Carlos ha medido la sombra del árbol (9,6m) y la suya propia (1,44m), ambas proyectadas por el Sol a la misma hora. ¿Cuánto mide Carlos?

4. Calcula la longitud de los lados PQ, OP, MN sabiendo que $OQ = 14\text{cm}, ON = 10\text{cm}, OM = 11\text{cm}$

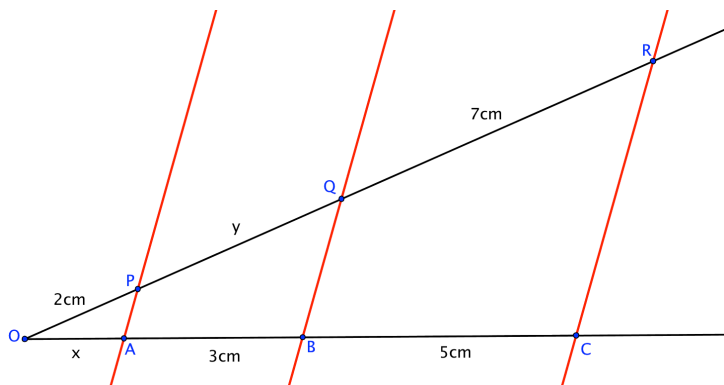


5. En la siguiente figura sabemos que: $OA = 4,7\text{cm}$, $AB = 5\text{cm}$, $\frac{OA}{OA'} = 1,6$

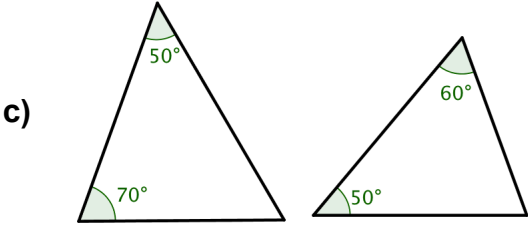
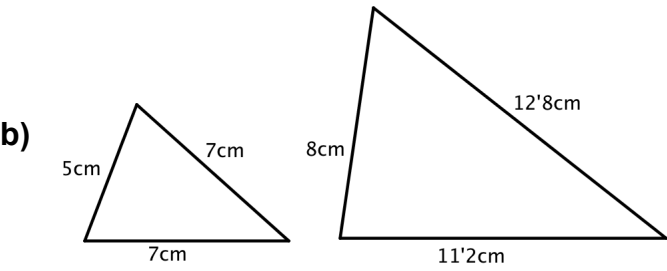
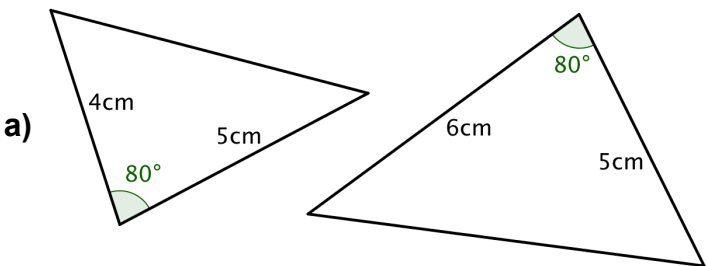


Calcula la longitud de $A'B'$, OA' , OB'

6. Calcula la longitud de los segmentos OA y PQ .



7. Determina si estos pares de triángulos son semejantes y explica qué criterio utilizas en cada caso.



a	b	c

8. Calcula la escala a la que está hecho el plano de un edificio si 2mm en el plano se corresponde con 1m en la realidad. ¿Cuál es la longitud de un pasillo que en el plano mide 23mm?. ¿Cuánto medirá en el plano la fachada principal del edificio que mide 98m de longitud?

9. El plano de una vivienda está realizado a una escala 1:60. ¿Qué dimensiones tiene la cocina si en el plano mide 4cm de ancho y 7cm de largo?. El pasillo mide 7,5m en la realidad, ¿cuánto mide de largo en el plano?. Si la longitud del pasillo en el plano fuese de 10cm, ¿cuál sería la escala utilizada?.

10. Al representar la carretera que une dos pueblos en un mapa de escala 1:500000 su longitud mide 6cm. Calcula la longitud de la carretera en un mapa de escala 1:60000.

11. Calcula la escala de un tren en miniatura sabiendo un vagón que mide 13m en la realidad, en la miniatura mide 8cm. [aproxima la escala a un número entero]

12. OBJETOS PROPORCIONALES (I)

Puesto 1

Calcula la longitud de la distancia, en línea recta entre los *cines Yelmo* en La Calzada y el *Teatro Jovellanos* en el centro

Plano de Gijón escala gráfica	Distancia en el plano cines Yelmo / Teatro Jovellanos	Distancia real cines Yelmo / Teatro Jovellanos
1km → _____cm	_____cm	

Puesto 2

¿Son semejantes las dos figuras de *Stormtrooper*?
[compara las razones de alturas, longitud de brazos y de piernas]

Stormtrooper grande			Stormtrooper pequeño		
alto	brazo	pierna	alto	brazo	pierna
$\frac{\text{alto}}{\text{brazo}} =$	$\frac{\text{alto}}{\text{pierna}} =$		$\frac{\text{alto}}{\text{brazo}} =$	$\frac{\text{alto}}{\text{pierna}} =$	

Respuesta

Puesto 3

¿Crees que la muñeca de *Barbie* es una representación realista de una persona?

[mide altura, perímetro de cintura y distancia entre hombros y longitud de piernas y brazos de la muñeca y de al menos uno de los miembros del equipo; calcula las razones indicadas en las tablas y compara]

Barbie

estatura	cintura	hombros	piernas	brazos
$\frac{estatura}{cintura} =$	$\frac{estatura}{hombros} =$	$\frac{estatura}{piernas} =$	$\frac{estatura}{brazos} =$	

Miembro del equipo 1

estatura	cintura	hombros	piernas	brazos
$\frac{estatura}{cintura} =$	$\frac{estatura}{hombros} =$	$\frac{estatura}{piernas} =$	$\frac{estatura}{brazos} =$	

Miembro del equipo 2

estatura	cintura	hombros	piernas	brazos
$\frac{estatura}{cintura} =$	$\frac{estatura}{hombros} =$	$\frac{estatura}{piernas} =$	$\frac{estatura}{brazos} =$	

Respuesta

Puesto 4

Calcula la longitud de los coches reales.

Lamborghini Huracán		VW Escarabajo		Citroën 2CV	
longitud		longitud		longitud	
escala		escala		escala	
long. real		long. real		long. real	

Puesto 5

La longitud de un Range Rover real es de 4,32m. Mide la miniatura que de ese coche tienes y calcula la escala a la que está construida

miniatura Range Rover	cálculo de escala
longitud:_____cm	

13. OBJETOS PROPORCIONALES (II)

Puesto 1

Calcula la longitud de la Avenida Schulz, desde su comienzo en el cruce con Gaspar García Laviana hasta su final en el cruce con la Avenida de la Costa.

Plano de Gijón escala gráfica	Longitud en el plano Avenida Schulz	Longitud real Avenida Schulz
$1\text{ km} \rightarrow \text{_____ mm}$	_____ mm	

Puesto 2

¿Crees que los dos muñecos de los tigres están en proporción? [mide la longitud y la altura de cada muñeco; calcula las razones indicadas en las tablas y compara

Tigre grande		Tigre pequeño	
longitud	altura	estatura	cabeza
$\frac{\text{longitud}}{\text{altura}} =$		$\frac{\text{longitud}}{\text{altura}} =$	

Respuesta

Puesto 3

Calcula la longitud de los coches reales.

Porsche 911 Carrera (grande)		Porsche 911 Carrera (descapotable)	
longitud		longitud	
escala		escala	
long. real		long. real	

Puesto 4

La estatura *Darth Vader*, el gran malo de *Star Wars* es de 2,03m. Si la figura de la mesa es semejante al *Darth Vader* real, ¿cuál es la escala del muñeco?

Figura Dath Vader	cálculo de escala
altura:_____cm	

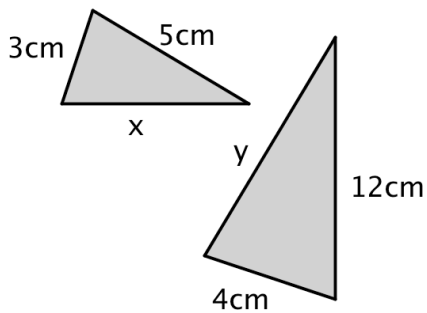
Puesto 5

¿Crees que el muñeco de *Charlie Brown* es una representación realista de una persona?
[mide altura y perímetro de la cabeza del muñeco y de al menos uno de los miembros del equipo; calcula las razones indicadas en las tablas y compara]

Charlie Brown		Miembro equipo 1		Miembro equipo 2	
estatura	cabeza	estatura	cabeza	estatura	cabeza
$\frac{estatura}{cabeza} =$		$\frac{estatura}{cabeza} =$		$\frac{estatura}{cabeza} =$	

Respuesta

14. Calcula la longitud de los lados **x** e **y** en esta pareja de triángulos semejantes.

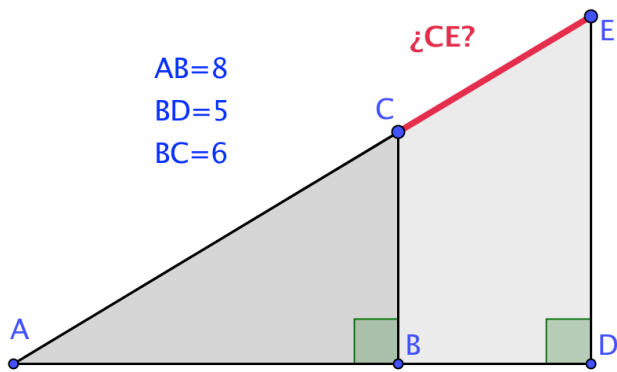


15. Calcula la diagonal de un rectángulo de 16m de longitud y 12m de anchura.

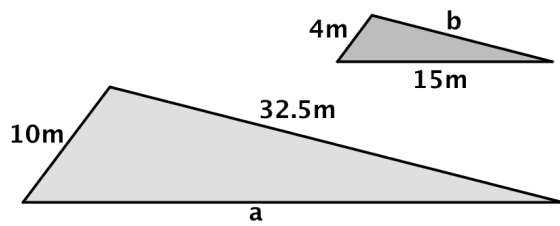
16. Calcula la longitud del lado de un cuadrado si su diagonal mide 18cm.

17. Calcula la altura de un triángulo isósceles sabiendo que los lados iguales miden 8cm y la base 6cm.

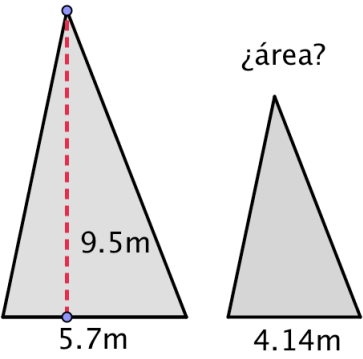
18. Calcula la longitud del segmento **CE**.



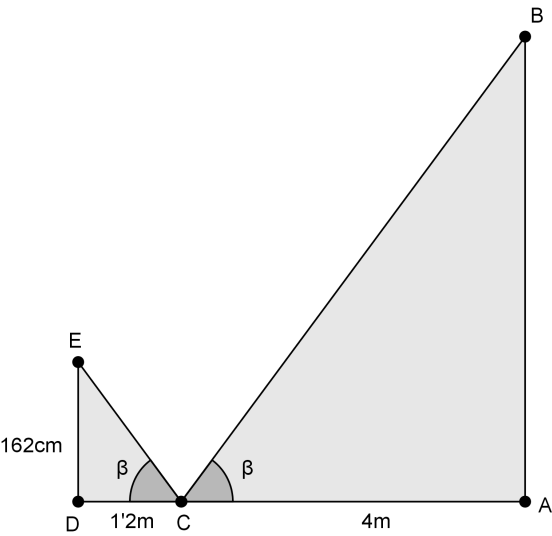
19. Los lados de estos triángulos son paralelos. Calcula la longitud de los lados **a** y **b**.



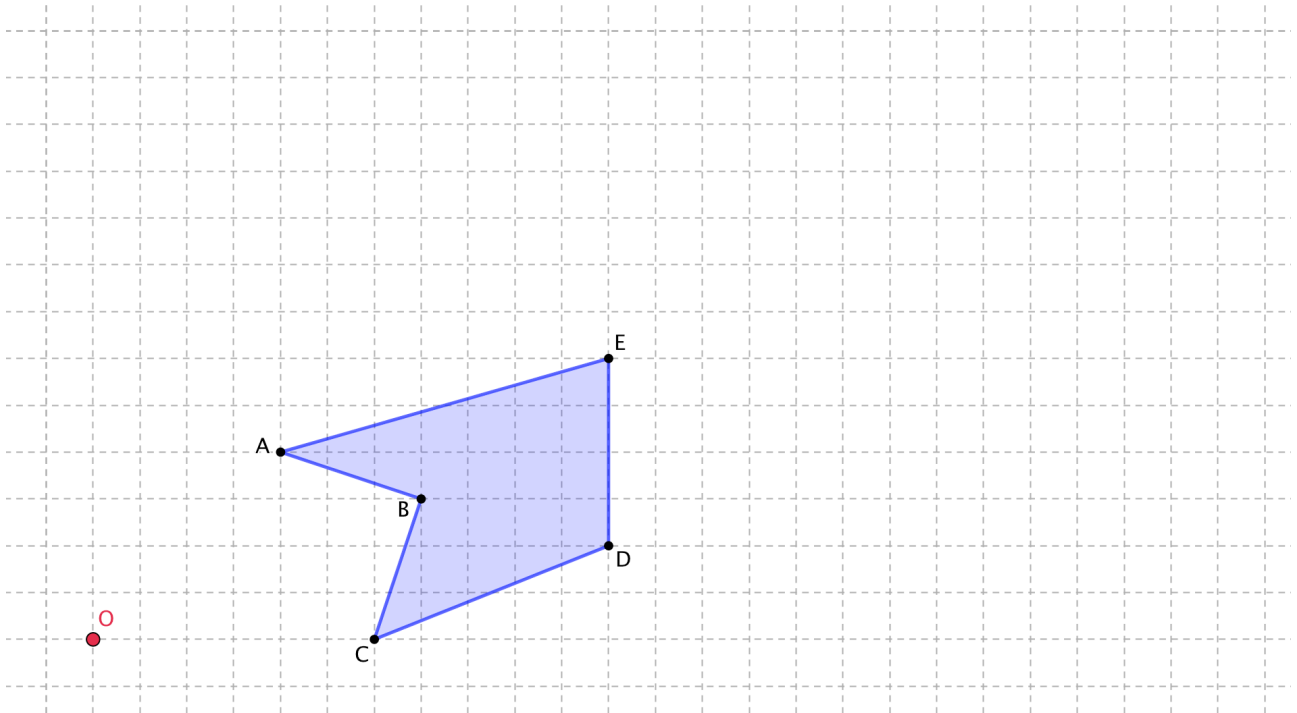
20. Los triángulos son semejantes. ¿Cuál es el área del triángulo pequeño?



21. Calcula la longitud de los segmentos **AB** y **BC**.



22. Dibuja dos polígonos semejantes al dado, uno con razón de semejanza 2 y otro con razón de semejanza 0,5.



23. En un mapa de escala 1:200000, la distancia entre el puesto de trabajo de Pablo y su casa es de 13cm. ¿Cuál sería esa distancia en un mapa de escala 1:500000?

24. Un camión mide 15,6m y una maqueta del mismo 120mm. Calcula la escala a la que está construida la maqueta [aproxima la escala a un número entero]